

УДК 519.254

Онлайн-алгоритм оценки стохастических характеристик измерений параметров нестационарного процесса

Жегалов Станислав Николаевич

zhegalov@bmstu.ru
SPIN-код: 9315-5004

Масленников Андрей Леонидович

amas@bmstu.ru
SPIN-код: 7087-6303

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Аннотация. Рассмотрено применение онлайн-алгоритма для оценки стохастических характеристик ошибок измерения параметров нестационарного процесса. Предложена модификация алгоритма Уэлфолда, позволяющая учитывать нестационарный характер процесса за счет экспоненциального сглаживания. Сделаны выводы о возможности применения представленного алгоритма при работе с измерениями в реальном времени.

Ключевые слова: алгоритм Уэлфорда, онлайн-алгоритм, экспоненциальное сглаживание, стохастические характеристики, ковариационная матрица

Введение. В системах слежения за динамическими объектами (ДО) важным элементом обработки информации является оценка стохастических характеристик получаемых измерений и их ошибок, в частности математического ожидания и ковариационной матрицы, которая затем используется в процессе фильтрации данных, слиянии информации и построения прогноза движения ДО на следующих этапах обработки информации [1]. Для рекурсивного расчета математического ожидания и дисперсии поступающих стационарных измерений без хранения всей истории измерений широкое применение находит онлайн-алгоритм Уэлфорда [2, 3]. Для применения к нестационарным задачам в работе предложена модификация алгоритма, в которой реализован механизм экспоненциального сглаживания.

Методы и материалы. Алгоритм Уэлфорда, описывается следующими выражениями. На этапе инициализации задаются начальные значения:

$$\mu_1 = \mathbf{x}_1; \quad \mathbf{S}_1 = \mathbf{0}_{n \times n}, \quad (1)$$

где μ — оцениваемое математическое ожидание измерений, $\mathbf{S}$ — вспомогательная переменная; n — размерность вектора данных $\mathbf{x}$. Затем на каждой итерации производятся вычисления:

$$\begin{aligned} \mu_k &= \mu_{k-1} + \frac{1}{k}(\mathbf{x}_k - \mu_{k-1}); & \mathbf{S}_k &= \mathbf{S}_{k-1} + (\mathbf{x}_k - \mu_{k-1})(\mathbf{x}_k - \mu_k)^T; \\ \mathbf{C}_k &= \frac{\mathbf{S}_k}{k-1}. \end{aligned} \quad (2)$$

где $\mathbf{C}$ — оценка ковариационной матрицы.

Для корректной оценки ковариационной матрицы измерений нестационарных параметров динамического процесса в рекуррентные выражения алгоритма Уэлфорда введено экспоненциальное сглаживание [4], формула которого имеет вид

$$S_i = \gamma y_i + (1 - \gamma) S_{i-1}, \quad (3)$$

где S_i — значение экспоненциальной средней на такте i ; γ — параметр сглаживания, $\gamma \in (0;1)$.

Модифицировав уравнения (2) с учетом уравнения (3), получим следующие выражения для вычисления математического ожидания и ковариационной матрицы в рекуррентном виде:

$$\begin{aligned} \mu_k &= (1 - \alpha) \mu_{k-1} + \alpha \mathbf{x}_k; \\ \mathbf{C}_k &= (1 - \beta) \mathbf{C}_{k-1} + \beta (\mathbf{x}_k - \mu_{k-1})(\mathbf{x}_k - \mu_{k-1})^T, \end{aligned} \quad (6)$$

где $\alpha = 2 / (m + 1)$ — параметр сглаживания расчета математического ожидания; m — ширина окна; β — параметр сглаживания расчета ковариационной матрицы.

Результаты. Был проведен вычислительный эксперимент, в рамках которого по зашумленным координатам ДО определялись ковариационные матрицы ошибок измерений с использованием классического алгоритма Уэлфорда и его модификации. Результаты моделирования показали, что классический алгоритм Уэлфорда обеспечивает корректное определение ковариационной матрицы лишь на начальном этапе моделирования, а предложенный модифицированный алгоритм — на всем интервале моделирования.

Заключение. В работе предложено введение экспоненциального сглаживания в рекуррентные формулы алгоритма Уэлфорда для оценки стохастических характеристик вектора нестационарных измерений.

Список источников

- [1] Кузьмин С.З. *Основы теории цифровой обработки радиолокационной информации*. Москва, Советское радио, 1974, 432 с.
- [2] Welford B.P. Note on a Method for Calculating Corrected Sums of Squares and Products. *Technometrics*, 1962, vol. 4, no. 3, pp. 419–420. <https://doi.org/10.2307/1266577>
- [3] Тяпкина П.Д., Масленников А.Л., Задорожная Н.М. Оптимизация расчета ошибки оценки параметров в задачах идентификации динамических систем. *Молодежный научно-технический вестник. Электронный журнал*, 2016, № 6. EDN: WAYUAD
- [4] Грешилов А.А., Стакун В.А., Стакун А.А. *Математические методы построения прогнозов*. Москва, Радио и связь, 1997, 112 с.