

УДК 521.135

Об одном редуцированном уравнении плоского движения гантели на многообразии «гравитационный пропеллер» в обобщенной эллиптической задаче Ситникова

Исмагилов Альберт Рафаилович

arism8@mail.ru

SPIN-код: 3485-5059

Московский авиационный институт, Москва, Россия

Аннотация. Для укороченного уравнения типа Дюффинга построены периодические решения вдали от резонанса и при резонансе. Также исследуются резонансные колебания методом усреднения, в частности найдено второе приближение метода усреднения.

Ключевые слова: обобщенная задача Ситникова, гантель, «гравитационный пропеллер», редукция, линейная устойчивость, метод усреднения, резонанс

Введение. В результате редукции сингулярно возмущенного уравнения, описывающего плоские колебания гантели на многообразии «гравитационный пропеллер» [1–4] в обобщенной эллиптической задаче Ситникова [5], при значении параметра редукции, равном нулю, получено уравнение типа Дюффинга.

Методы и материалы; результаты. Для найденного уравнения было построено единственное периодическое решение, из которого определено резонансное значение безразмерной полудлины гантели. Это возможно благодаря тому, что собственная частота колебаний гантели зависит от полудлины гантели. Найденный резонанс является резонансом на пятой гармонике частоты внешней возмущающей силы.

Далее вблизи этого резонанса было построено периодическое решение, а затем данный резонанс исследовался методом усреднения. Было найдено второе приближение метода усреднения. Для этого приближения получен первый интеграл, с помощью которого исследовано фазовое пространство при строгом резонансе и вблизи резонанса. Выявлено, что при строгом резонансе каждому равновесному значению резонансной фазы отвечает одно устойчивое равновесие по амплитуде колебаний. А вблизи резонанса фазовое пространство меняется качественно, теперь каждому равновесному значению резонансной фазы отвечают три равновесия по амплитуде, два из которых устойчивы, а одно неустойчиво.

Заключение. Исследовались плоские колебания гантели в обобщенной эллиптической задаче Ситникова. Уравнение, описывающее эти колебания, сингулярно возмущенное, зависящее от двух малых параметров (ε — мера отклонения фазовой точки от начала фазовых координат, e — эксцентриситет относительной орбиты основных тел). Была проведена редукция $\varepsilon = e^\alpha$ этого уравнения, в результате которой получены два кольца регулярных колебаний

по параметру редукции α . В настоящей работе изучено уравнение Дюффинга, соответствующее значению $\alpha = 0$.

Список источников

- [1] Красильников П.С. О многообразии «гравитационный пропеллер» в обобщенной круговой задаче Ситникова. *ПММ*, 2021, т. 85, № 5, с. 576–586.
- [2] Krasilnikov P.S., Ismagilov A.R. On the dumb-bell equilibria in the generalized Sitnikov problem. *Russ. J. Nonlin. Dyn.*, 2022, vol. 18, no. 4, pp. 577–588.
- [3] Krasilnikov P.S., Baikov A.E. On Dumbbell Motions in the Generalized Circular Sitnikov Problem. *Cosmic Res.*, 2024, vol. 62, pp. 302–309.
- [4] Красильников П.С., Исмагилов А.Р. О плоских движениях гантели на многообразии «гравитационный пропеллер» в обобщенной эллиптической задаче Ситникова. *ПММ*, 2025, т. 89, № 2, с. 166–179.
- [5] Ситников К.А. Существование осциллирующих движений в задаче трех тел. *Докл. АН СССР*, 1960, т. 133, № 2, с. 303–306.