

УДК 531.011

Об устойчивости центральной конфигурации ограниченной задачи четырех тел при резонансах пятого и шестого порядков

Волков Евгений Валерьевич^(*)

evvolkov94@mail.ru

Бардин Борис Сабирович

bsbardin@yandex.ru

Московский авиационный институт, Москва, Россия

Аннотация. Рассмотрено движение тела малой массы под действием сил гравитационного притяжения трех притягивающих тел. Основные притягивающие тела располагаются в треугольных точках либрации и движутся по круговым орбитам. Все четыре тела находятся в одной плоскости. Исследована задача об устойчивости центральных конфигураций из четырех тел, соответствующих положениям относительного равновесия малого тела в системе координат, вращающейся вместе с основными телами. Получены строгие выводы об устойчивости в неисследованных ранее случаях вырождения при наличии резонансов пятого и шестого порядков, когда необходимо проводить анализ с учетом членов до шестой степени включительно в разложении функции Гамильтона задачи в ряд в окрестности положения равновесия.

Ключевые слова: задача четырех тел, плоская, круговая, устойчивость по Ляпунову, резонансный случай, центральная конфигурация

Введение. Рассматривается плоская круговая ограниченная задача четырех тел. Предполагается, что три основные притягивающие тела, двигаясь по круговым орбитам, расположены в треугольных точках либрации. Тело малой массы движется в гравитационном поле основных тел и не оказывает влияния на их движение. Также предполагается, что все четыре тела находятся в одной плоскости. Уравнения движения тела малой массы могут быть записаны в гамильтоновой форме. Эти уравнения допускают частные решения, описывающие движение, при котором все четыре тела, двигаясь по круговым орбитам, образуют четырехугольную конфигурацию неизменной формы и размеров. Этой конфигурации соответствует положение относительного равновесия малого тела в системе координат, вращающейся вместе с основными телами. Ранее в работе [1] для большинства значений масс притягивающих тел была решена задача об устойчивости по Ляпунову центральных конфигураций в плоской круговой ограниченной задаче четырех тел. Неисследованными остались лишь вырожденные случаи, когда требуется проводить анализ с учетом членов выше четвертой степени в разложении функции Гамильтона. Случаи вырождения, при которых реализуются резонансы пятого и шестого порядков, когда необходим анализ с учетом членов до шестого порядка включительно, ранее не рассматривались. В настоящей работе решается задача об устойчивости по Ляпунову центральных конфигураций в указанных случаях вырождения.

Методы и материалы; результаты. Были рассмотрены резонансы пятого порядка, когда частоты линейной системы удовлетворяют равенствам

$\omega_1 = 4\omega_2$ или $2\omega_1 = 3\omega_2$, а также резонанс шестого порядка, когда выполняется равенство $\omega_1 = 5\omega_2$. При помощи канонической замены переменных функция Гамильтона уравнений возмущенного движения была приведена к нормальной форме. В случае резонансов пятого порядка нормализация была проведена до членов пятой степени, коэффициенты нормальной формы вычислялись численно. В случае резонансов шестого порядка нормализация была проведена до членов шестой степени.

Нормализация гамильтониана задачи позволила применить известные достаточные условия устойчивости [2, 3] и получить строгое решение задачи в указанных резонансных случаях. В частности, установлено, что при значениях параметров, отвечающих резонансам пятого и шестого порядков, положения относительного равновесия тела малой массы и соответствующие им центральные конфигурации в плоской круговой ограниченной задаче четырех тел неустойчивы по Ляпунову.

Закключение. В плоской круговой ограниченной задаче четырех тел проведен нелинейный анализ устойчивости и доказана неустойчивость центральных конфигураций в случаях резонансов пятого и шестого порядков.

*Исследование выполнено за счет гранта
Российского научного фонда № 24-11-00162.*

Список источников

- [1] Bardin B.S., Volkov E.V. The Lyapunov stability of central configurations of the planar circular restricted four-body problem. *Cosmic Research*, 2024, vol. 62, no. 5, pp. 388–400. <https://doi.org/10.1134/S0010952524600677>
- [2] Sokol'skii A.G. On stability of an autonomous Hamiltonian system with two degrees of freedom under first-order resonance. *Prikl. Mat. Mekh.*, 1977, vol. 41, no. 1, pp. 24–33. [https://doi.org/10.1016/0021-8928\(77\)90083-1](https://doi.org/10.1016/0021-8928(77)90083-1)
- [3] Cabral H.E., Meyer K.R. Stability of equilibria and fixed points of conservative systems. *Nonlinearity*, 1999, no. 12, pp. 1351–1362. <https://doi.org/10.1088/0951-7715/12/5/309>