

УДК 531.011:521.1

Исследование устойчивости равновесных конфигураций мира-кольца в плоской ограниченной обобщенной задаче трех тел

Байков Александр Евгеньевич

alexander@baikov.org

SPIN-код: 7414-9875

Московский авиационный институт, Москва, Россия

Аннотация. Рассмотрена однородная твердая окружность бесконечно малой массы (мир-кольцо), находящаяся в поле притяжения двух материальных точек, которые движутся по круговым орбитам вокруг общего центра масс. Найдены все равновесные конфигурации мира-кольца в плоскости двух основных тел. Исследована их устойчивость в линейном приближении. В строгой нелинейной постановке устойчивость исследована в частном случае, когда мир-кольцо охватывает меньшую из масс. Поставлена задача об орбитальной устойчивости стационарных движений кольца, находящегося в равновесной конфигурации. Она решена в линейном приближении в указанном частном случае.

Ключевые слова: мир-кольцо, ограниченная обобщенная задача трех тел, равновесная конфигурация, стационарное движение, орбитальная устойчивость

Введение. Рассмотрим однородную твердую окружность (мир-кольцо) бесконечно малой массы и радиуса R , которая находится в поле притяжения двух материальных точек (основных тела) массами m_1 и m_2 . Основные тела движутся по круговым орбитам с центром O . Мир-кольцо может двигаться в плоскости основных тел. В случае $m_2 = 0$, очевидно, существуют стационарные вращения кольца вокруг оси Oz , перпендикулярной его плоскости. Дж.К. Максвелл показал, что вращение мира-кольца, в центре которого находится притягивающая точка, неустойчиво [1, 2]. В работе [3] было показано, что вращение мира-кольца может быть устойчивым, хотя бы в линейном приближении, в ограниченной задаче трех тел, т. е. при наличии второго основного тела.

Методы и материалы; результаты. Будем считать $m_2 \leq m_1$. Стандартно для ограниченной задачи трех тел определим параметр μ . В качестве единицы измерения длины выберем расстояние между основными телами, а единицу измерения времени выберем так, чтобы среднее время движения основных тел по их орбитам было численно равно 1. Кроме инерциальной системы координат $O \xi \eta \zeta$, введем синодическую систему $Ox y z$, ось Ox которой соединяет первое основное тело со вторым. Для кольца рассмотрим кёнигову и связанную системы координат. Его положение будем задавать координатами центра масс C и углом собственного вращения φ . В синодических осях уравнения движения мира-кольца допускают интеграл Якоби.

Найдены все равновесные конфигурации мира-кольца, когда его центр масс неподвижен в синодической системе координат. Получены условия устойчивости в линейном приближении всех равновесных конфигураций,

зависящие от безразмерного параметра μ и радиуса кольца. Исследованы вращательные движения кольца, находящегося в равновесной конфигурации (они названы стационарными движениями). Поставлена задача об орбитальной устойчивости стационарных движений мира-кольца. Она решена в линейном приближении методами теории устойчивости гамильтоновых систем [4] для одной равновесной конфигурации, когда мир-кольцо охватывает меньшую из масс.

Заключение. Получены все равновесные конфигурации мира-кольца в плоской ограниченной обобщенной задаче трех тел. Описаны вращения мира-кольца, находящегося в равновесной конфигурации. В пространстве безразмерных параметров задачи получены необходимые и достаточные условия устойчивости в линейном приближении всех равновесных конфигураций. Задача об устойчивости в строгой нелинейной постановке решена для одной из равновесных конфигураций, когда мир-кольцо охватывает меньшую из масс.

Список источников

- [1] Maxwell J. C. *On the Stability of the Motion of Saturn's Rings*. Cambridge, London, Macmillan and Co., 1859.
- [2] McInnes C.R. Non-linear dynamics of ring world systems. JBIS, Journal of the British Interplanetary Society, 2003, vol. 56 (9-10), pp. 308–313.
- [3] McInnes C.R. Ringworlds and Dyson spheres can be stable. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2025, vol. 537, iss. 2, pp. 1249–1267.
<https://doi.org/10.1093/mnras/staf028>
- [4] Маркеев А.П. *Линейные гамильтоновы системы и некоторые задачи об устойчивости движения спутника относительно центра масс*. Ижевск, Регулярная и хаотическая динамика, 2009, 394 с.