

УДК 629.782

Сравнительный анализ схем размещения маховиков в задачах оптимального управления ориентацией космического аппарата

Даминов Радмир Раджабович

daminov.r@phystech.edu

Ахлумади Махди Реза

Akhloumadi@phystech.edu

SPIN-код: 2543-2728

МФТИ, Москва, Россия

Аннотация. Рассмотрена трехосная стабилизация ориентации малого космического аппарата формата CubeSat 3U с использованием системы маховиков в качестве исполнительных органов. Постановка основана на задаче оптимального управления с интегральным функционалом качества, квадратичным по вектору состояния и управлению. Оптимальный закон, обеспечивающий стабилизацию аппарата, сначала синтезируется в линейной постановке, затем на его основе строится соответствующий нелинейный регулятор. Также в работе применяются численные методы оптимизации, позволяющие получать решения в полной нелинейной постановке с учетом ограничений на работу системы маховиков. Полученные законы управления далее применяются для сравнительного анализа характеристик различных конфигураций системы маховиков, включая схемы с тремя, четырьмя и шестью маховиками.

Ключевые слова: маховики, CubeSat 3U, ориентация, оптимальное управление, нелинейное управление

Введение. Системе управления ориентацией космического аппарата посвящено множество теоретических и прикладных работ [1–4]. В качестве исполнительных органов в таких системах могут применяться как активные средства управления (магнитные катушки, реактивные двигатели, маховики) [5, 6], так и пассивные методы, например стабилизация гравитационным градиентом [7]. В данном докладе рассматривается система маховиков в качестве исполнительного органа управления ориентацией космического аппарата. Принцип управления ориентацией с использованием маховиков основан на теореме об изменении кинетического момента. Изменяя кинетический момент маховиков, можно формировать моменты вокруг трех осей и тем самым изменять ориентацию спутника.

В то же время отказы маховиков и их насыщение существенно снижают надежность и эффективность системы ориентации, что особенно критично для малых космических аппаратов с ограничениями по габаритам и энергопотреблению. Таким образом, особый интерес представляют избыточные системы маховиков, в которых за счет увеличения числа исполнительных органов и выбора их геометрической конфигурации можно повысить отказоустойчивость и уменьшить риск насыщения. В настоящем докладе такие геометрические схемы анализируются с точки зрения оптимального управления, минимизирующего ошибку вектора состояния и затраты управляющих воздействий.

Методы и материалы; результаты. Математическая модель движения записывается на основе теоремы об изменении кинетического момента твердого тела и кватернионного уравнения Пуассона [8]:

$$\begin{cases} \mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{sc}^b + \dot{\mathbf{L}}_W^b + (\boldsymbol{\omega}_{sc}^b + \boldsymbol{\omega}_{orb}^b) \times (\mathbf{I}(\boldsymbol{\omega}_{sc}^b + \boldsymbol{\omega}_{orb}^b) + \mathbf{L}_W^b) = \mathbf{M}_{ext}^b; \\ \dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}_{sc}^b \circ \mathbf{q}, \end{cases}$$

где $\mathbf{I}$ — тензор инерции космического аппарата; $\boldsymbol{\omega}_{sc}^b$ — угловая скорость аппарата относительно орбитальной системы [4]; $\boldsymbol{\omega}_{orb}^b$ — угловая скорость орбитального движения; $\mathbf{L}_W^b$ — суммарный кинетический момент, создаваемый маховиками; $\mathbf{M}_{ext}^b$ — результирующий внешний момент, действующий на аппарат; $\mathbf{q}$ — кватернион ориентации аппарата. Верхний индекс **b** у векторных величин означает, что их компоненты заданы в проекциях на главные центральные оси корпуса аппарата.

Задача управления формулируется как задача стабилизации аппарата в окрестности заданного положения равновесия, соответствующего направлению на надир

$$\boldsymbol{\omega}_{sc}^b = \mathbf{0}, \dot{\mathbf{L}}_W^b = \mathbf{const}, \mathbf{q} = [1, 0, 0, 0].$$

Также вводится функционал качества, который требуется минимизировать

$$J = \frac{1}{2} \int_0^t (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) dt,$$

где $\mathbf{x} = [\mathbf{q}^T \boldsymbol{\omega}^T]^T$ — вектор состояния нелинейной системы; $\mathbf{u}$ — вектор управления; $\mathbf{Q}$ и $\mathbf{R}$ — матрицы весов, задающие штраф за отклонение состояния и величину управляющих воздействий. Выбор такой задачи обоснован тем, что наведение на надир служит базовой проверкой работоспособности алгоритма управления и подтверждает возможность его применения для решения последующих задач трехосного управления.

Поиск оптимального управления выполняется с использованием как линейных, так и нелинейных подходов. Соответствующие оптимальные регуляторы затем проецируются на систему маховиков с применением псевдообратной матрицы [9], что обеспечивает корректное распределение требуемого управляющего момента между исполнительными органами.

Для оценки влияния конфигурации системы маховиков на характер трехмерной стабилизации проведено численное моделирование трех вариантов — с тремя, четырьмя и шестью маховиками, причем каждая конфигурация оценивалась по максимальному развиваемому моменту T_{max} , максимальному запасу кинетического момента h_{max} и энергозатратам.

Заключение. Проведен сравнительный анализ задач оптимального управления для различных конфигураций системы маховиков при линейном и нелинейном описании динамики. Показано, что в линейном случае удается

получить простые по структуре законы управления с невысокими вычислительными затратами, однако такая постановка лишь частично отражает реальные особенности динамики аппарата и ограничения на управляющие и кинетические моменты. В то же время нелинейный подход обеспечивает меньшие ошибки по ориентации и угловой скорости, и лучшую работу при наличии ограничений на моменты, однако его реализация с использованием численных методов оптимизации осложняется ограниченными вычислительными ресурсами бортового компьютера.

Список источников

- [1] Раушенбах Б.В., Токарь Е.Н. *Управление ориентацией космических аппаратов*. Москва, Машиностроение, 1988, 272 с.
- [2] Markley F.L., Crassidis J.L. *Fundamentals of Spacecraft Attitude Determination and Control*. New York, Springer, 2014, 486 p.
- [3] Sidi M.J. *Spacecraft Dynamics and Control*. Cambridge, Cambridge University Press, 1997, 427 p.
- [4] Yang Y. *Spacecraft modeling, attitude determination, and control: quaternion-based approach*. Boca Raton, CRC Press, 2019, 306 p.
- [5] Ovchinnikov M.Yu., Roldugin D.S. A survey on active magnetic attitude control algorithms for small satellites. *Progress in Aerospace Sciences*, 2019, vol. 109, art. no. 100546. <https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2019.05.006>
- [6] Васильев В.Н. *Системы ориентации космических аппаратов*. Москва, ФГУП «НПП ВНИИЭМ», 2009, 310 с.
- [7] Kershner R.B., Fischell R.E. Gravity-Gradient Stabilization of Earth Satellites. *IFAC Proceedings Volumes*, 1965, vol. 2, iss. 1, pp. 249–266. [https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)69092-X](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)69092-X)
- [8] Амелькин Н.И. *Кинематика и динамика твердого тела*. Москва, МФТИ (ГУ), 2000, 64 с.
- [9] Беклемишев Д.В. *Дополнительные главы линейной алгебры*. Москва, Наука, 1983, 336 с.