

УДК 531.3

## Усредненная модель динамики бесконтактной транспортировки космического мусора с учетом влияния атмосферы

Бакулин Данил Вадимович<sup>(\*)</sup>

danil.vad.bakulin@gmail.com

Ледков Александр Сергеевич

ledkov@inbox.ru

Самарский университет, Самара, Россия

**Аннотация.** Рассмотрена модель плоского движения космического мусора, обдуваемого ионным потоком. Произведен переход от уравнений движения механической системы к уравнениям Гаусса в оскулирующих элементах. С помощью метода Волосова усреднены возмущающие силы по углу отклонения объекта космического мусора от местной вертикали с учетом влияния гравитационного и аэродинамического моментов. Проведено моделирование уборки с орбиты верхней ступени ракеты «Космос-3М». Произведено сравнение результатов моделирования уравнений движения и усредненной модели.

**Ключевые слова:** космический мусор, бесконтактная транспортировка, уравнения Гаусса, метод усреднений, метод Волосова

**Введение.** В настоящее время для космонавтики остро встает вопрос космического мусора. По данным на октябрь 2025 г. на орбите находится порядка 140 млн объектов космического мусора среди которых порядка 54 тысячи крупных объектов, размером более 10 см [1]. Каждый из этих объектов несет угрозу для действующих космических аппаратов: в случае столкновения даже сравнительно небольших объектов космического мусора со спутником высока вероятность разрушения последнего и создания большего числа космического мусора. Подобные столкновения могут запустить лавинообразный процесс разрушения активных космических аппаратов, в результате которого человечество потеряет возможность запускать космические аппараты на орбиту на многие десятилетия, пока большая часть космического мусора не очистится естественным образом. Подобный сценарий впервые указал в своей работе астрофизик Д. Кесслер [2], поэтому в настоящее время он называется эффектом (синдромом) Кесслера.

Для уборки космического мусора активно разрабатываются различные активные методы, которые можно разделить на контактные методы, предполагающие механический контакт с объектом космического мусора, и бесконтактные, для которых прямой контакт не требуется, что позволяет производить уборку вращающихся объектов космического мусора без высокого риска повредить аппарат-уборщик и создать больше космического мусора [3]. К одним из перспективных методов бесконтактной уборки космического мусора относится транспортировка мусора с помощью ионного потока [4]. Однако величина силы, генерируемой ионным потоком, составляет десятки миллиньютонов, из-за чего процесс уборки крупного космического мусора может занимать несколько месяцев. К тому же на величину ионной силы вли-

яют геометрия обдуваемого объекта и его положение относительно ионного луча, что приводит к сильному дроблению шага численного интегрирования уравнений движения объекта космического мусора и требует больших вычислительных ресурсов [5].

Целью работы является создание упрощенной математической модели, описывающей движение центра масс обдуваемого ионным потоком объекта космического мусора, для оценки времени уборки космического мусора.

**Методы и материалы; результаты.** Рассмотрим механическую систему, представляющую собой объект космического мусора и активный космический аппарат, обдуваемый объектом ионным потоком. Примем следующие допущения: тела движутся в центральном гравитационном поле Земли, движение происходит в плоскости орбиты, система управления активного космического аппарата позволяет ему находиться на постоянном расстоянии до объекта космического мусора, на объект действуют только гравитационные, аэродинамические и ионные силы и моменты. В такой постановке задачи для описания движения механической системы достаточно описать положения центра масс объекта космического мусора и угол отклонения объекта от местной вертикали.

В силу малости сил, действующих на объект космического мусора, удобнее описать положение центра масс объекта с помощью уравнений Гаусса в оскулирующих элементах: фокальному параметру  $p$ , эксцентриситету  $e$ , углу истинной аномалии  $f$  и аргументу перицентра  $\omega$ . Возмущающие силы, действующие на объект космического мусора, зависят от ориентации объекта, которая меняется быстро по сравнению с этими параметрами. В силу этого для упрощения модели предлагается усреднение возмущающих сил по углу отклонения объекта космического мусора с помощью метода Волосова [6].

Дифференциальное уравнение для угла отклонения от местной вертикали рассмотренное независимо от движения центра масс (при фиксированных параметрах) допускает наличие интеграла энергии, а само движение близко к периодическому. С помощью интеграла энергии можно определить период этого движения и провести усреднение возмущающих сил по углу отклонения от местной вертикали

$$\begin{cases} \dot{\bar{p}} = 2I[F_y]r \frac{\bar{p}}{\mu}; \\ \dot{\bar{e}} = \frac{1}{mh} \left( \bar{p}I[F_x] \sin \bar{f} + ((\bar{p} + r) \cos \bar{f} + r\bar{e}) I[F_y] \right); \\ \dot{\bar{f}} = \frac{h}{r^2} + \frac{\bar{p}I[F_x] \cos \bar{f} - (\bar{p} + r)I[F_y] \sin \bar{f}}{m\bar{e}h}; \\ \dot{\bar{\omega}} = \frac{-\bar{p}I[F_x] \cos \bar{f} + (\bar{p} + r)I[F_y] \sin \bar{f}}{m\bar{e}h}, \end{cases}$$

где  $I[f]$  — усредняющий оператор, равный:  $I[f] = \frac{1}{T} \int_0^{2\pi} \frac{f d\theta}{\sqrt{E-U(\theta, r)}}$ .

Для проверки полученной модели рассмотрен случай бесконтактной транспортировки верхней ступени ракеты «Космос-3М», форма которой близка к цилиндрической, до линии Кармана ( $h = 100$  км). По результатам численного моделирования получены следующие результаты: для численного интегрирования усредненных уравнений требуется в 11 раз меньше времени, чем для интегрирования уравнений движения, относительная погрешность метода составляет  $1,42 \cdot 10^{-4} \%$ .

**Заключение.** В ходе работы получены усредненные уравнения движения вращающегося космического мусора с учетом аэродинамических сил, обдуваемого ионным потоком, описывающие положение центра масс космического мусора с высокой точностью по сравнению с уравнениями движения и требующие меньших вычислительных ресурсов.

### Список источников

- [1] *Space debris by the numbers (The European Space Agency)*. URL: [https://www.esa.int/Space\\_Safety/Space\\_Debris/Space\\_debris\\_by\\_the\\_numbers](https://www.esa.int/Space_Safety/Space_Debris/Space_debris_by_the_numbers) (accessed 10.11.2025).
- [2] Kessler D.J., Cour-Palais B.G. Collision frequency of artificial satellites: the creation of a debris belt. *Journal of geophysical research*, 1978, no. 83, pp. 2637–2646.
- [3] Пикалов Р.С., Юдинцев В.В. Обзор и выбор средств увода крупногабаритного космического мусора. *Труды МАИ*, 2018, вып. 100. URL: [https://trudymai.ru/upload/iblock/239/Pikalov\\_YUdintsev\\_rus.pdf?lang=ru&issue=100](https://trudymai.ru/upload/iblock/239/Pikalov_YUdintsev_rus.pdf?lang=ru&issue=100) (дата обращения 10.11.2025).
- [4] Urrios J., Vazquez R., Gavilan F., Alvarado I. Robust model predictive control for anion beam shepherd in a large-debris removal mission. *Acta Astronautica*, 2024, no. 225, pp. 689–706. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2024.09.054>
- [5] Ledkov A.S., Bakulin D.V. Modeling of Space Debris Removal by Ion Beam with Averaged Equations. *Vestnik St Petersburg University Mathematics*, 2025, no. 58 (3), pp. 438–445. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2024.09.054>
- [6] Волосов В.М. Некоторые виды расчетов в теории нелинейных колебаний, связанные с усреднением. *Журнал вычислительной математики и математической физики*, 1963, № 3 (1), с. 3–53.