

На правах рукописи

СТАНКЕВИЧ Игорь Васильевич

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕРМОМЕХАНИКИ

**Специальность 05.13.18 — теоретические основы
математического моделирования,
численные методы и комплексы программ**

**Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
доктора технических наук**

Москва — 2001

На правах рукописи
ОМ
НЕ УДАЛЯЕТСЯ

Станкевич Игорь Васильевич

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕРМОМЕХАНИКИ

Специальность 05.13.18 - теоретические основы
математического моделирования, численные
методы и комплексы программ

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
доктора технических наук

Москва - 2001

МГТУ
им. Н.Э. Баумана
БИБЛИОТЕКА

НТБ МГТУ им. Н.Э. Баумана
1575825
Станкевич И.В. Численный а

1575825

Работа выполнена в Московском государственном техническом университете им. Н.Э. Баумана

Официальные оппоненты - доктор физико-математических наук,
профессор Бондарь В. С.
доктор технических наук,
профессор Демьянушко И. В.
доктор физико-математических наук,
профессор Галанин М. П.

Ведущая организация - Центральный институт авиационного
моторостроения им. П. И. Баранова

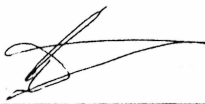
Защита диссертации состоится " 11 " декабря 2001г.
в 11³⁰ часов на заседании диссертационного совета Д 212.141.15
при Московском государственном техническом университете
им. Н.Э. Баумана по адресу: 107005, г. Москва, 2-я Бауманская ул.,
д.5, МГТУ им. Н.Э. Баумана, зал Учёного совета.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке МГТУ
им. Н.Э. Баумана.

Отзывы на автореферат в двух экземплярах, заверенные
печатью учреждения, просим направлять по адресу: 107005,
г. Москва, 2-я Бауманская ул., д.5, МГТУ им. Н.Э. Баумана, учёному
секретарю совета Д 212.141.15.

Автореферат разослан " _____ " _____ 2001г.

Учёный секретарь
диссертационного совета
д.ф.-м.н., профессор



И. К. Волков

Заказ № 133 Тираж 100 экз. Объём 1,82 п.л.

Подписано к печати 23.10. 2001г.

Типография МГТУ им. Н.Э. Баумана

Актуальность темы. Дальнейшее развитие энергомашиностроения и прежде всего двигателестроения связано с существенным повышением удельных показателей. Такие объекты, как комбинированные двигатели внутреннего сгорания (КДВС), форсируются по частоте вращения и среднему эффективному давлению. Основным направлением в развитии газотурбинных двигателей (ГТД) является повышение параметров газа перед турбиной. В обоих случаях наблюдается интенсивный рост тепловой и механической напряжённости и в первую очередь это относится к деталям цилиндрико-поршневой группы КДВС и элементам проточной части ГТД. Разрушение этих конструктивных элементов может иметь самые тяжёлые последствия.

Увеличение надёжности и долговечности ответственных элементов конструкций двигателей, работающих в условиях сложного циклического термомеханического нагружения, является одной из самых приоритетных задач современного двигателестроения.

Оценке надёжности и долговечности предшествует анализ температурного и напряжённо-деформированного состояний исследуемых элементов конструкций. В настоящее время одним из наиболее перспективных направлений исследования температурного и напряжённо-деформированного состояний является математическое моделирование.

На первом этапе при анализе термонапряжённости ответственных элементов конструкций исследуется температурное состояние. В зависимости от конструктивного оформления рассматриваемого элемента и условий его теплового нагружения могут быть применены различные аналитические и численные методы решения задачи теплопроводности.

На втором этапе анализируется напряжённо-деформированное состояние. При построении математических моделей деформирования особое внимание уделяется учёту характерных особенностей, проявляемых конструктивными материалами при сложном неизоотермическом нагружении.

Высокая динамика современного развития вычислительных средств привела к появлению мощных компьютерных систем. Это открывает новые более широкие возможности эффективного использования математического моделирования сложных

теплофизических и физико-механических процессов. В то же время качество результатов математического моделирования во многом зависит, во-первых, от достоверности принятых математических моделей, во-вторых, от полноты их алгоритмической и программной реализаций. Важнейшим результатом применения математического моделирования является проверка точности и глубины понимания изучаемых теплофизических и физико-механических процессов путем сравнения численных и доступных экспериментальных данных.

Дальнейшее интенсивное развитие методов математического моделирования как эффективного средства исследования сложных процессов теплообмена и деформирования является одной из актуальных проблем прикладной математики, так как открывает новые возможности в развитии таких предметных областей, как теория теплопроводности и механика деформируемого твёрдого тела, значительно расширяет перспективы создания и практического использования систем автоматизированного проектирования.

Анализ работоспособности теплонапряжённых элементов конструкций неразрывно связан с изучением поведения конструкционных материалов в условиях совместного воздействия тепловых и механических нагрузок. Современный уровень исследования проблем термпрочности требует рассмотрения всего комплекса особенностей, присущих механическому нагружению с учётом специфики, вызванной высокими температурами и температурными градиентами.

Построение с единых концептуальных позиций математических моделей и алгоритмов для решения задач теплопроводности и МДТТ и на их основе создание программных комплексов составляет предмет вычислительной термомеханики, являющейся интегрирующей технологией исследования термомеханических процессов, в основе которой лежит вычислительный эксперимент.

Представляется важным дальнейшее развитие перспективных прикладных методов математического моделирования применительно к решению новых классов задач вычислительной термомеханики, математические постановки которых в наиболее общем виде учитывают сложные физические эффекты возникающие при неизотермическом циклическом вязкоупругопластическом деформировании. Это даёт возможность проведения более полного и

тонкого анализа температурного и напряженно-деформированного состояний ответственных элементов конструкций, подверженных сложному термосиловому нагружению, и, таким образом, получить данные для более точной оценки их ресурса.

В настоящее время сохраняется необходимость в дальнейшем развитии существующих и создании новых комплексов и пакетов прикладных программ, что вызвано, во-первых, ростом требований к уровню проводимых численных исследований и, во-вторых, динамически расширяющимися возможностями современных вычислительных средств. Практика численных исследований убедительно показывает, что наряду с созданием и развитием комплексов программ общего назначения необходимо вести разработку проблемно-ориентированных программных комплексов для решения задач в рамках одной или нескольких идейно близких математических моделей, поскольку такие программы значительно повышают эффективность вычислительного эксперимента в соответствующей предметной области.

Таким образом, актуальной является проблема создания новых эффективных алгоритмов и на их основе современного прикладного программного обеспечения для решения нелинейных задач вычислительной термомеханики.

Цель работы. Развитие перспективных численных методов решения нелинейных краевых задач вычислительной термомеханики с использованием определяющих соотношений, учитывающих особенности поведения материала конструкции в условиях термосилового нагружения.

В соответствии с целью работы были поставлены следующие основные задачи исследования

1. Разработка алгоритмов для решения нелинейных краевых и начально-краевых задач теплопроводности в трёхмерных областях сложной геометрической формы.
2. Разработка математических моделей и алгоритмов для решения физически нелинейных квазистатических краевых задач МДТТ в трёхмерных областях сложной геометрической формы.
3. Создание на основе разработанных моделей и алгоритмов комплекса прикладных программ для решения трёхмерных нелинейных задач теплопроводности и МДТТ.

Научную новизну диссертационной работы составляют разработанные:

- алгоритмы для решения нелинейных краевых и начально-краевых задач теплопроводности в трёхмерных областях сложной геометрической формы;
- математические модели и алгоритмы для решения физически нелинейных квазистатических краевых задач МДТТ в трёхмерных областях сложной геометрической формы с использованием определяющих соотношений, учитывающих особенности поведения материала конструкции в условиях термосилового нагружения.

Практическая ценность. Разработанные модели, алгоритмы и комплекс прикладных программ позволяют эффективно, с малыми затратами времени проводить численные исследования нелинейных задач теплопроводности и МДТТ в геометрически сложных трёхмерных областях; решать широкий класс задач научного и прикладного характера; исследовать особенности влияния различных конструктивных, технологических и эксплуатационных факторов. Комплекс прикладных программ может использоваться как эффективное инструментальное средство численного анализа процессов теплопроводности и деформирования на этапах поисковых, оптимизационных и диагностических исследований при создании объектов новой техники.

Представленный в диссертации комплекс прикладных программ применялся при проведении численных исследований в НИИ Энергетического машиностроения МГТУ им. Н.Э. Баумана в рамках НИР, выполняемых по хозяйственным темам с НПП "Завод им. В.Я. Климova" (г. Санкт-Петербург), АО РКБМ (г. Рыбинск).

Результаты работы использовались при выполнении госбюджетных тем "Фундаментальные исследования процессов переноса импульса, теплоты и массы в проточных каналах и элементах конструкций тепловых энергоустановок и двигателей" (№ ГЭ2439 в НИИЭМ МГТУ им. Н.Э. Баумана) и "Разработка и исследование высокоэффективных элементов тепловых энергоустановок и двигателей нового поколения с высоким уровнем энергосбережения" (№ ГЭ2451 в НИИЭМ МГТУ им. Н. Э. Баумана), а также хозяйственных тем "Поисковые исследования путей создания малоразмерных газотурбинных двигателей из керамических

материалов для повышения удельных энергетических характеристик двигательных установок летательных аппаратов" (№ Э0658 в НИИЭМ МГТУ им. Н. Э. Баумана) и "Поисковые исследования и разработка высокоэффективных методов и средств повышения надежности двигателей и двигательных установок высокоскоростных летательных аппаратов" (№ Э2441 в НИИЭМ МГТУ им. Н. Э. Баумана), выполняемых по заказу СПП при Президиуме РАН и ВНК ВВС РФ.

Обоснованность и достоверность результатов, представленных в диссертации, основана:

- 1) на строгости математического построения описанных моделей исследуемых теплофизических и физико-механических процессов;
- 2) на результатах численного исследования сходимости представленных алгоритмов;
- 3) на тщательном и методическом тестировании разработанных алгоритмов и программ на решениях широко известных тестовых задач;
- 4) на сравнении полученных результатов расчетов с данными экспериментов и результатами расчетов других авторов.

Апробация работы. Материалы настоящей диссертационной работы докладывались на XL научно-технической сессии по проблемам газовых турбин, Рыбинск, 1993г.; Российской научно-технической конференции "Новые материалы и технологии", Москва, 1994г.; Второй международной научно-технической конференции "Актуальные проблемы фундаментальных наук", Москва, 1994г.; Десятой международной конференции по теплопередаче, Брайтон (Великобритания), 1994г.; Минских международных форумах по теплообмену 1994 и 1996г.г.; X Всероссийской межвузовской научно-технической конференции "Газотурбинные и комбинированные установки и двигатели", Москва, 1996г.; Втором международном аэрокосмическом конгрессе, Москва, 1997г.; Второй Российской национальной конференции по теплообмену, Москва, 1998г.; X Юбилейной международной конференции "Вычислительная механика и современные прикладные программные системы", Переславль-Залесский, 1999г.; III и IV Международных семинарах "Современные проблемы прочности" им. В.А. Лихачёва, Старая Русса, 1999 и 2000г.г.; Сессии научного совета РАН по проблеме "Тепловые режимы машин и аппаратов", Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана 2000г.;

итоговых научных конференциях МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 1992 - 2000г.г.; научных семинарах отделения ЭМ-2 НИИЭМ МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, 1992 - 2000г.г.; семинаре кафедры "Прикладная математика" МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, 2001г.

Публикации. Основное содержание диссертации опубликовано в 25 работах, список которых приведён в конце автореферата.

Структура диссертации. Диссертация состоит из введения, 5-ти разделов, заключения и списка литературы. Работа изложена на 359 стр. машинописного текста, содержит 95 рисунков, 39 таблиц. Список использованной литературы включает 204 источника.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы диссертационной работы. Представлен обзор литературы, посвящённый данной теме. Сформулированы цель и задачи исследования, приведены краткий обзор содержания диссертации по разделам и основные полученные результаты.

Первый раздел посвящён разработке и исследованию численных алгоритмов решения нелинейных краевых и начально-краевых задач теплопроводности. Начально-краевая задача формулировалась в следующем виде. В замкнутом цилиндре $\bar{\Omega} = \bar{G} \times [0, t] \subset R^4$, где $\bar{G} = G \cup \partial G \subset R^3$, рассматривается начально-краевая задача для нелинейного уравнения теплопроводности

$$(\lambda_{ij}(\bar{x}, T) T_{,j})_{,i} + q_v(\bar{x}, \tau, \bar{T}) = c(\bar{x}, T) \rho(\bar{x}, T) \frac{\partial T}{\partial \tau}, \quad (\bar{x}, \tau) \in G \times (0, t], \quad (1)$$

$$T(\bar{x}, 0) = T_0(\bar{x}), \quad \bar{x} \in \bar{G}, \quad (2)$$

$$T(\bar{x}, \tau)|_{S_1} = T_w(\bar{x}, \tau), \quad \bar{x} \in S_1 \subset \partial G, \tau > 0, \quad (3)$$

$$-n_i \lambda_{ij}(\bar{x}, T) T_{,j}|_{S_2} = q_w(\bar{x}, \tau, T), \quad \bar{x} \in S_2 \subset \partial G, \tau > 0, \quad (4)$$

$$-n_i \lambda_{ij}(\bar{x}, T) T_{,j}|_{S_3} = \alpha_w(\bar{x}, \tau, T)(T(\bar{x}, \tau) - T_f(\bar{x}, \tau)), \quad \bar{x} \in S_3 \subset \partial G, \tau > 0, \quad (5)$$

где $S_1 \cup S_2 \cup S_3 = \partial G$, $\text{mes}(S_1 \cap S_2) = \text{mes}(S_1 \cap S_3) = \text{mes}(S_2 \cap S_3) = 0$; τ - время; $T_0(\bar{x})$ - начальная температура; $T(\bar{x}, \tau)$ - температура; $\bar{T} = (T, T_1, T_2, T_3)$;

$\lambda_{ij}(\bar{x}, T)$ - компоненты тензора теплопроводности $\underline{\Lambda} = \lambda_{ij}(\bar{x}, T) \bar{e}_i \otimes \bar{e}_j$, где $\bar{e}_i \otimes \bar{e}_j$ - базисные диады, причем $\lambda_{ij}(\bar{x}, T) = \lambda_{ji}(\bar{x}, T) \quad \forall i, j = \overline{1, 3}$ и $\lambda_{\alpha\alpha}(\bar{x}, T) > 0 \quad \forall \alpha = \overline{1, 3}$ (суммирования нет) $\forall \bar{x} \in \bar{G}$ и $\forall T \in [a, b] \quad a, b = \text{const}$; $q_v(\bar{x}, \tau, \bar{T}) = -W_1(\bar{x}, \tau, \bar{T}) + W_2(\bar{x}, \tau)$ - мощность внутренних источников (стоков), где $W_1(\bar{x}, \tau, \bar{T})$ - мощность внутренних источников (стоков), зависящая от координат $\bar{x}$, времени τ , температуры $T(\bar{x}, \tau)$ и, возможно, её производных $T(\bar{x}, \tau)_{,i}, i = \overline{1, 3}$; $W_2(\bar{x}, \tau)$ - мощность внутренних источников (стоков), зависящая только от координат $\bar{x}$ и времени τ ; $c(\bar{x}, T)$ - удельная теплоемкость среды, занимающей область G ; $\rho(\bar{x}, T)$ - плотность среды, занимающей область G ; $T_w(\bar{x}, \tau)$ - температура поверхности S_1 ; $q_w(\bar{x}, \tau, T)$ - плотность теплового потока на поверхности S_2 ; $\alpha_w(\bar{x}, \tau, T)$ - коэффициент теплоотдачи на поверхности S_3 , при этом $\alpha_w(\bar{x}, \tau, T) > 0 \quad \forall (\bar{x}, \tau, T) \in S_3 \times [0, t] \times [a, b]$, где $a, b = \text{const}$; $T_f(\bar{x}, \tau)$ - температура среды у поверхности S_3 ; n_i - компоненты единичного вектора внешней нормали $\bar{n} = n_i \bar{e}_i$ к границе ∂G . Запятой с индексом обозначена операция дифференцирования по пространственным координатам x_1, x_2, x_3 . Здесь и ниже по повторяющимся латинским индексам проводится суммирование от 1 до 3, а по греческим - нет.

Решение исходной нелинейной задачи (1) - (5) заменено решением серии подобных линейных задач с коррекцией данных, зависящих от температуры. Численное решение каждой линейной задачи предполагает построение соответствующего дискретного аналога с помощью процедур метода конечных элементов (МКЭ).

При решении краевых задач процедуры МКЭ, как правило, основываются на вариационной формулировке, в соответствии с которой в области G_h , полученной разбиением исходной области G на конечные элементы, рассматривается минимизация функционала

$$\Phi_h = \frac{1}{2} \int_{G_h} [\lambda_{ij} T_{,i} T_{,j} - 2q_v T] dx + \int_{S_{h2}} q_w T ds + \frac{1}{2} \int_{S_{h1}} \alpha_w (T - T_f)^2 ds. \quad (6)$$

В результате получается система линейных алгебраических уравнений относительно узловых значений температур

$$[K]\{T\} = \{R\}. \quad (7)$$

При решении начально-краевых задач конечно-элементная дискретизация по пространству выполняется на основе метода

взвешенных невязок в форме Галёркина, что позволяет исходную задачу свести к решению задачи Коши для линейного матричного дифференциального уравнения 1-го порядка

$$[C]\{\dot{T}\} + [K]\{T\} = \{R\}, \quad (8)$$

с начальным условием

$$\{T\}|_{t=0} = \{T_0\}. \quad (9)$$

В данном разделе подробно рассмотрены особенности реализации численного интегрирования при формировании матричных уравнений (7) и (8). Для повышения эффективности вычислительных процедур на стадии разбиения области вводится два семейства конечных элементов: "объёмные" - элементы, которые аппроксимируют внутренность области, и "поверхностные" - грани, которые аппроксимируют границу. На рис. 1 представлены типы квадратичных конечных элементов, которые использованы в данной работе при решении задач теплопроводности. При решении трёхмерных задач элементы с числом узлов 10, 13, 15 и 20 (рис.1) рассматривались как "объёмные", а элементы с числом узлов 6 и 8 - как "поверхностные". Это позволило организовать два независимых цикла интегрирования. Учитывая, что у "поверхностных" конечных элементов узлов меньше и конструкция функций формы у них проще, на стадии формирования матричных уравнений (7) и (8) удалось существенно сократить общее время решения.

При математическом моделировании температурных полей оболочек элементы с числом узлов 6 и 8 рассматриваются в обоих качествах, а элемент с тремя узлами рассматривается как "поверхностный".

В этом же разделе исследованы особенности решения задачи Коши. Проведён сравнительный численный анализ двухслойных и трёхслойных разностных схем. При построении разностных схем были использованы два подхода: первый состоял в том, что производная по времени аппроксимировалась разностным соотношением, а второй заключался во введении во временной области конечных элементов с линейными и квадратичными базисными функциями и применении метода Галёркина. Исследованные разностные схемы приведены в таб. 1. Для сравнения вычислительной эффективности рассмотрено решение нестационарной задачи теплопроводности для стержня, боковая

Таблица 1

N схемы	Аналитическая структура разностных схем	
Двухслойные разностные схемы		
1	$[C]\{T\}_n = ([C] - h_t [K])\{T\}_{n-1} + h_t \{R\}_{n-1}$	
2	$\left([C] + h_t \frac{1}{2} [K]\right)\{T\}_n = \left([C] - \frac{1}{2} h_t [K]\right)\{T\}_{n-1} + \frac{1}{2} h_t (\{R\}_{n-1} + \{R\}_n)$	
3	$\left([C] + h_t \frac{2}{3} [K]\right)\{T\}_n = \left([C] - \frac{1}{3} h_t [K]\right)\{T\}_{n-1} + \frac{1}{3} h_t (\{R\}_{n-1} + 2\{R\}_n)$	
4	$[C] + h_t [K]\{T\}_n = [C]\{T\}_{n-1} + h_t \{R\}_n$	
Трёхслойные разностные схемы		
5	$\left([C] + \frac{2}{3} h_t [K]\right)\{T\}_{n+1} = \left([C] - \frac{2}{3} h_t [K]\right)\{T\}_{n-1} - \frac{2}{3} h_t [K]\{T\}_n + 2h_t \{R\}_n$	
6	$\left([C] + \frac{1}{3} h_t [K]\right)\{T\}_{n+1} = \left([C] - \frac{1}{3} h_t [K]\right)\{T\}_{n-1} - \frac{4}{3} h_t [K]\{T\}_n + \frac{1}{3} h_t (\{R\}_{n-1} + 4\{R\}_n + \{R\}_{n+1})$	
7	$[C]\{T\}_{n+1} = (2h_t [K] - 3[C])\{T\}_{n-1} + 4[C]\{T\}_n - 2h_t \{R\}_{n-1}$	
8	$[C]\{T\}_{n+1} = [C]\{T\}_{n-1} - 2h_t [K]\{T\}_n + 2h_t \{R\}_n$	
9	$\left([C] + \frac{2}{3} h_t [K]\right)\{T\}_{n+1} = \frac{1}{3}[C](4\{T\}_n - \{T\}_{n-1}) + \frac{2}{3} h_t \{R\}_{n+1}$	
10	$\left([C] + \frac{1}{5} h_t [K]\right)\{T\}_{n+1} = \left([C] - \frac{1}{5} h_t [K]\right)\{T\}_{n-1} - \frac{8}{5} h_t [K]\{T\}_n + \frac{1}{5} h_t (\{R\}_{n-1} + 8\{R\}_n + \{R\}_{n+1})$	

поверхность которого изолирована, а на торцах заданы граничные условия третьего рода. Полученные численные решения сравнивались с аналитическим решением. При дискретизации по пространству использовались 20-ти узловые квадратичные элементы. В процессе исследований менялись размеры шагов по пространству h_G и по времени h_t . Для каждой схемы изучено влияние на решение соотношения шагов h_G и h_t , а также затраты общего процессорного времени.

Как показали многочисленные вычислительные эксперименты, схемы 2 - 5 и 9 обеспечивают одинаковую достаточно устойчивую работу в различных временных диапазонах при разных временных шагах. Схемы 6, 8 и 10 могут работать только в диапазоне весьма малых промежутков времени и только с применением мелких шагов по времени. Схема 1 может использоваться для расчётов в диапазоне длительных промежутков времени, однако она требует применения значительно более мелкого шага, чем схемы 2 - 5 и 9. Получить приемлемое решение модельной задачи с помощью схемы 7 не удалось.

Второй раздел диссертации посвящён разработке моделей и алгоритмов для решения физически нелинейных квазистатических задач МДТТ при малых деформациях. В данном разделе рассмотрены шаговые итерационные методы.

Краевая задача МДТТ рассматривалась в следующей постановке. Дано пространство R^3 с произвольно выбранной прямоугольной декартовой системой координат (x_1, x_2, x_3) и локальным базисом $\bar{e}_i$ ($i = \overline{1,3}$). Сплошная среда (тело) занимает в R^3 связную область G с поверхностью ∂G . На замыкании $\bar{G} = G \cup \partial G$ рассматривается квазистатическая несвязанная задача МДТТ для случая неизотермического нагружения, при этом задаются уравнения равновесия

$$\sigma_{ij,j} \{ \bar{u}, T \} + \rho(\bar{x}, T) F_i(\bar{x}, \tau) = 0, \quad \bar{x} \in G, \quad i, j = \overline{1,3}; \quad (10)$$

граничные условия (кинематические и силовые)

$$u_i(\bar{x}, \tau)|_{S_1} = u_i^0(\bar{x}, \tau), \quad \bar{x} \in S_1 \subset \partial G, \quad i = \overline{1,3}; \quad (11)$$

$$\sigma_{ij} \{ \bar{u}, T \} n_j|_{S_2} = \Theta_i(\bar{x}, \tau), \quad \bar{x} \in S_2 \subset \partial G, \quad i, j = \overline{1,3}; \quad (12)$$

соотношения Коши

$$\varepsilon_{ij}(\bar{u}) = \frac{1}{2} (u_{i,j}(\bar{x}, \tau) + u_{j,i}(\bar{x}, \tau)), \quad \bar{x} \in \bar{G}, \quad i, j = \overline{1,3}; \quad (13)$$

и определяющие уравнения (безындексная запись)

$$\underline{\sigma} = \underline{\tilde{F}}(\underline{\varepsilon}, T); \quad (14)$$

где $\underline{u}(\bar{x}, \tau)$ - вектор перемещений точки, определяемой радиусом-вектором $\bar{x} = x_i \bar{e}_i$; $\underline{u}^0(\bar{x}, \tau)$ - вектор перемещений точек, расположенных на поверхности S_1 , $(\bar{x}, \tau) \in S_1 \times [0, t]$; $\underline{\varepsilon} = \bar{e}_i \otimes \bar{e}_j$ - тензор деформаций; $\underline{\sigma} = \sigma_{ij} \bar{e}_i \otimes \bar{e}_j$ - тензор напряжений; $\rho(\bar{x}, T)$ - плотность среды; $\underline{\bar{F}}(\bar{x}, \tau) = F_i(\bar{x}, \tau) \bar{e}_i$ - вектор массовых сил; $\underline{\bar{\Theta}}(\bar{x}, \tau) = \Theta_i(\bar{x}, \tau) \bar{e}_i$ - вектор внешней нагрузки, действующей на поверхности S_2 , $(\bar{x}, \tau) \in S_2 \times [0, t]$; $\underline{\tilde{F}}(\underline{\varepsilon}, T)$ - тензор-оператор определяющих уравнений. Здесь $S_1 \cup S_2 = \partial G$, $\text{mes}(S_1 \cap S_2) = 0$. Запись $\sigma_{ij}\{\underline{u}, T\}$ означает, что выполнены все необходимые преобразования, позволяющие тензор напряжений выразить через вектор перемещений $\underline{u}(\bar{x}, \tau)$ и температуру $T(\bar{x}, \tau)$. Кроме массовых $\underline{\bar{F}}(\bar{x}, \tau)$ и поверхностных $\underline{\bar{\Theta}}(\bar{x}, \tau)$ сил в отдельных n_R точках внешней поверхности ∂G с фиксированными координатами $\bar{x}_k$ ($k = \overline{1, n_R}$) могут быть заданы дискретные силы $\bar{R}_k(\tau)$.

Предполагается, что известные функции, входящие в формулировку задачи (10) - (14), являются измеримыми и ограниченными, и, кроме того, обладают достаточной гладкостью.

Для построения дискретного аналога краевой задачи (10) - (14) использовался МКЭ. Здесь так же, как и при решении задач теплопроводности, организованы два независимых цикла интегрирования: один по числу "объёмных" конечных элементов, второй по числу "поверхностных".

На каждом этапе нагружения задача решается в приращениях вектора перемещений $\{\Delta U\}$, при этом матричное уравнение записывается в виде

$$[K]\{\Delta U\} = \{\Delta Y\} + \beta\{R\}, \quad (15)$$

здесь $\{\Delta Y\}$ - вектор приращения нагрузки на шаге нагружения; $\{R\}$ - вектор, учитывающий невязку уравнений равновесия; β - весовой множитель.

Внутри шага по нагрузке вектор $\{\Delta Y\}$ итерационно корректируется в соответствии с общим алгоритмом метода начальных напряжений (метод упругих решений по А.А. Ильюшину). На итерациях уточняются значения компонент вектора фиктивных начальных напряжений

$$\{\sigma_0^{(n+1)}\} = \{\sigma_0^{(n)}\} + \{\Delta\sigma_0\} \quad (16)$$

в тех узлах конечно-элементной модели, в которых, в соответствии с выбранным критерием, предполагается существование неупругой деформации.

Вектор $\{\Delta\sigma_0\}$ определяется как разница между условными напряжениями, которые возникли бы в узле сетки, если бы деформирование было упругим (рис. 2, точки C_i , $i=1,2,3,\dots$), и реальными напряжениями, возникающими при упругопластическом деформировании (точки D_i , $i=1,2,3,\dots$).

В диссертации разработаны алгоритмы, позволяющие эффективно применять метод начальных напряжений для исследования напряжённого состояния с учётом деформаций пластичности и ползучести при циклическом нагружении.

Для определения деформации пластичности и ползучести необходимо иметь соответствующие определяющие уравнения. Разработанный алгоритм позволяет использовать любые определяющие соотношения.

В рамках данной работы, в качестве примера, для описания деформации пластичности была использована теория пластического течения с анизотропным упрочнением. Уравнение поверхности нагружения рассматривалось в форме

$$A_1 I_3^2 + A_2 (I_{se^p})^2 = 1, \quad (17)$$

здесь $I_3^2 = S_{ij} S_{ij}$, $I_{se^p} = S_{ij} \varepsilon_{ij}^p$.

Коэффициенты A_i аппроксимировались зависимостями

$$A_i(T, \chi) = a_{i1}(T) + a_{i2}(T)\chi + a_{i3}(T)(\chi)^2 + \\ + a_{i4}(T)(\chi)^3 + a_{i5}(T)(\chi)^4 + a_{i6}(T)(\chi)^5; \quad i = 1, 2, \quad (18)$$

где χ - параметр упрочнения.

Соотношения (18) строятся в два этапа. На первом этапе, на основании данных изотермических испытаний на растяжение - сжатие, определяются значения параметров a_{ij} , а на втором - строятся аппроксимационные соотношения для параметров a_{ij} в зависимости от температуры. Для проверки адекватности уравнения поверхности нагружения (17) используется ассоциированный с уравнением

поверхности нагружения закон течения. В качестве примера было рассмотрено циклическое деформирование модельного материала, по своим свойствам близкого к сплаву ЭИ607А. На рис. 3 представлены экспериментальные (сплошные линии) и расчётные (пунктирные линии) диаграммы циклического деформирования. Как показывает сравнение, некоторое расхождение наблюдается в начале и конце полуциклов, а в целом имеет место достаточно хорошее совпадение.

Для определения компонент тензора деформации ползучести можно использовать технические теории ползучести: течения, старения и упрочнения. Однако история предшествующего нагружения не находит достаточно полного отражения в основных соотношениях этих теорий. Поэтому применение теории наследственной среды является более предпочтительным.

В данной работе для вычисления компонент тензора деформаций ползучести ε_{ij}^c применялась одна из формулировок теории изотропной наследственной среды, согласно которой имеет место зависимость

$$\varepsilon_{ij}^c(t) = \int_0^t K(P) \sigma_{ij} dt, \quad (19)$$

где $K(P)$ - ядро ползучести; P - совокупность аргументов ядра ползучести.

Для описания ползучести при переменных во времени компонентах тензора напряжений $\sigma(t)$ и температуре $T(t)$ были выбраны следующие функциональные виды ядер ползучести: ядро с особенностью типа Абеля

$$K = \frac{a_1 + a_2(t - \tau) + a_3T + a_4I_\sigma^1 + a_5I_\sigma^2}{(t - \tau)^\alpha}; \quad \text{где } 0 < \alpha < 1, \quad (20)$$

и экспоненциальное ядро

$$K = \frac{a_1 + a_2(t - \tau) + a_3T + a_4I_\sigma^1 + a_5I_\sigma^2}{e^{\alpha(t - \tau)}}; \quad \text{где } 0 < \alpha. \quad (21)$$

Здесь I_σ^1 и I_σ^2 - инварианты тензора напряжений. Коэффициенты a_n определяются с помощью метода наименьших квадратов, а параметры α - методами оптимизации.

На рис. 4 в качестве примера представлены результаты математического моделирования деформаций ползучести модельных

материалов при постоянном и циклическом нагружении. Как видно из представленных данных, экспериментальные и расчётные функциональные зависимости достаточно близки. Ядро с особенностью типа Абея (20) позволяет получить несколько лучшую аппроксимацию в зоне малых времён, а ядро экспоненциального типа (21), напротив, в зоне больших времён. Сравнение результатов моделирования ползучести как при постоянных тензоре напряжений и температуре, так и при циклически изменяющихся, показывает, что могут быть применены обе модели ядер ползучести. Однако использование экспоненциальных ядер имеет два заметных преимущества. Первое состоит в том, что при вычислении интегралов в выражении (19) нет необходимости построения и использования специальных квадратурных формул, поскольку все интегралы являются собственными. Второе заключается в том, что для вычисления интегралов в выражении (19) можно построить рекуррентную формулу.

В третьем разделе рассматриваются итерационные методы решения больших систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с разреженными матрицами, возникающими при дискретизации с помощью процедур МКЭ задач теплопроводности и МДТТ. Для решения СЛАУ

$$A \bar{x} = \bar{f} \quad (22)$$

применялись двухслойные

$$B \frac{\bar{x}_{k+1} - \bar{x}_k}{\tau_{k+1}} + A \bar{x}_k = \bar{f} \quad (23)$$

и трехслойные

$$B \bar{x}_{k+1} = \alpha_{k+1} (B - \tau_{k+1} A) \bar{x}_k + (1 - \alpha_{k+1}) B \bar{x}_{k-1} + \alpha_{k+1} \tau_{k+1} \bar{f} \quad (24)$$

итерационные схемы. Здесь α_{k+1}, τ_{k+1} - итерационные параметры. В уравнении (22) $A = A^T > 0$. В качестве оператора B рассматривались линейные операторы следующих трех типов:

единичный оператор

$$B = E; \quad (25)$$

оператор с диагональной положительно определенной матрицей

$$B = D > 0; \quad (26)$$

факторизованный оператор

$$B = (E + \omega(0,5D + U))(E + \omega(0,5D + L)), \quad (27)$$

где ω - итерационный параметр.

Операторы D , U и L берутся из представления оператора A в виде следующей суммы

$$A = L + D + U \quad (28)$$

где L - оператор, соответствующий строго нижней треугольной матрице оператора A ; D - оператор, соответствующий главной диагонали матрицы оператора A ; U - оператор, соответствующий строго верхней треугольной матрице оператора A .

Определение параметров α_{k+1} , τ_{k+1} и ω зависит от конкретного итерационного метода. В данной работе были рассмотрены двухслойные итерационные методы: метод минимальных поправок, метод циклических чебышевских итераций, метод верхней релаксации, и трехслойные итерационные методы: полуитерационный метод Чебышева, метод сопряженных поправок и метод сопряженных градиентов, а также алгоритмы их реализации с различной конструкцией оператора B . Основным параметром, по которому оценивалась вычислительная эффективность выбранных методов, являлось минимальное машинное время, необходимое для достижения заданной точности.

Для оценки и сравнения вычислительной эффективности итерационных методов (минимального машинного времени) было рассмотрено решение модельной краевой задачи теплопроводности на трех сетках с разным числом узлов. Решалась стационарная задача теплопроводности для параллелепипеда с изолированной боковой поверхностью и граничными условиями третьего рода на торцах. Дискретный аналог моделируемой краевой задачи строился с помощью МКЭ с использованием 20-ти узловых квадратичных элементов. Численное решение задачи проводилось на трех конечно-элементных моделях (КЭМ), отличающихся друг от друга числом конечных элементов (k_{el}) и, соответственно, числом узлов (k_{nod}). Характеристики КЭМ приведены в таб. 2. Все расчеты проводились на одном и том же компьютере: "Pentium" с тактовой частотой процессора 166МГц и объемом оперативной памяти 32Мб.

Таблица 2

Номер КЭМ	Число элементов k_d	Число узлов $k_{уз}$
1	$5 \times 5 \times 5 = 125$	756
2	$10 \times 10 \times 10 = 1000$	4961
3	$21 \times 21 \times 21 = 9261$	41140

В результате построения дискретных аналогов на трех указанных сетках были получены СЛАУ (22) различного порядка (в зависимости от $k_{уз}$ - числа узлов сетки), но с симметричными положительно определенными матрицами A . В таб. 3 приведены основные данные о характере сходимости рассмотренных в работе итерационных методов. Результаты сравнительных численных исследований показали следующее.

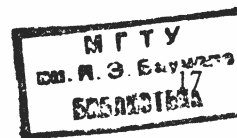
Метод минимальных поправок для решения СЛАУ (22) применять нерационально из-за значительных вычислительных затрат, необходимых для его реализации, и достаточно быстрого падения скорости сходимости итераций. Однако этот метод, являясь градиентным методом, во-первых, обладает асимптотическим свойством, что позволяет его использовать для определения γ_1 и γ_2 - констант энергетической эквивалентности операторов A и B , т. е. $\gamma_1 B \leq A \leq \gamma_2 B$; $\gamma_1 > 0$, и, во-вторых, применим для подавления накопления ошибок округления. Таким образом, его можно использовать в сочетании с методом циклических чебышевских итераций и полуитерационным методом Чебышева. Алгоритм вычислений при этом состоит в следующем. В начале выполняется 4 - 7 итераций по методу минимальных поправок и определяются константы γ_1 и γ_2 , затем проводится цикл из 7 - 15 чебышевских итераций. В зависимости от практической скорости сходимости значения констант γ_1 и γ_2 корректируются. Для подавления ошибок округления между чебышевскими циклами выполняется 2 - 4 итерации по методу минимальных поправок.

Метод верхней релаксации в классе двухслойных схем вполне применим для решения СЛАУ с разреженной матрицей с числом неизвестных до 5000.

Полуитерационный метод Чебышева с факторизованным оператором по числу итераций на всех сетках имеет очевидное

Таблица 3

Конструкция оператора В			В = E		В = D		$B = (E + \omega(0,5D + U)) \times$ $\times (E + \omega(0,5D + L))$	
№	Название метода	Тип схемы	N	τ	N	τ	N	τ
Конечно-элементная модель №1 $k_d=5 \times 5 \times 5=125$ $k_{\text{ит}}=756$								
1	Метод минимальных поправок	2-х сл.	-	-	2775	61,22с	315	22,85с
2	Чебышевский циклический процесс	2-х сл.	-	-	130	4,12с	43	3,46с
3	Метод верхней релаксации	2-х сл.	$B = D + \omega L \Rightarrow N = 122 \quad \tau = 3,35с$					
4	Полуитерационный метод Чебышева	3-х сл.	-	-	171	4,89с	47	3,57с
5	Метод сопр. поправок	3-х сл.	-	-	61	3,63с	45	4,16с
6	Метод сопр. градиентов	3-х сл.	75	4,28с	35	2,77с	30	3,12с
7	Метод сопр. поправок	3-х сл. лок.оптим.	-	-	34	2,89с	29	3,40с
8	Метод сопр. градиентов	3-х сл. лок.оптим.	71	3,90с	31	2,58с	26	2,91с
Конечно-элементная модель №2 $k_d=10 \times 10 \times 10=1000$ $k_{\text{ит}}=4961$								
1	Метод минимальных поправок	2-х сл.	-	-	7475	33мин 58,13с	1015	9мин 4,20с
2	Чебышевский циклический процесс	2-х сл.	-	-	312	57,90с	72	36,96с
3	Метод верхней релаксации	2-х сл.	$B = D + \omega L \Rightarrow N = 213 \quad \tau = 40,42с$					
4	Полуитерационный метод Чебышева	3-х сл.	-	-	316	62,30с	93	41,80с
5	Метод сопр. поправок	3-х сл.	-	-	131	48,17с	81	42,35с
6	Метод сопр. градиентов	3-х сл.	123	42,93с	111	40,26с	45	28,97с
7	Метод сопр. поправок	3-х сл. лок.оптим.	-	-	69	32,30с	50	35,20с
8	Метод сопр. градиентов	3-х сл. лок.оптим.	121	42,84с	61	27,13с	41	26,92с
Конечно-элементная модель №3 $k_d=21 \times 21 \times 21=9261$ $k_{\text{ит}}=41140$								
1	Метод минимальных поправок	2-х сл.	-	-	-	-	-	-
2	Чебышевский циклический процесс	2-х сл.	-	-	763	19мин 13,11с	136	8мин 24,38с
3	Метод верхней релаксации	2-х сл.	$B = D + \omega L \Rightarrow N = 436 \quad \tau = 10\text{мин } 51,00с$					
4	Полуитерационный метод Чебышева	3-х сл.	-	-	366	10мин 25,77с	162	9мин 10,36с
5	Метод сопр. поправок	3-х сл.	-	-	-	-	-	-
6	Метод сопр. градиентов	3-х сл.	211	10мин 7,48с	171	8мин 30,53с	77	6мин 19,88с
7	Метод сопр. поправок	3-х сл. лок.оптим.	-	-	116	6мин 32,28с	73	7мин 29,85с
8	Метод сопр. градиентов	3-х сл. лок.оптим.	201	9мин 40,82с	111	6мин 6,80с	69	5мин 50,65с



преимущество перед методом верхней релаксации, однако по времени счета этот метод более эффективен только на больших сетках (КЭМ №3) при проведении циклов длиной $N_{\text{сн}} = 8 - 17$ итераций с коррекцией спектра и подавлением ошибок округления. Однако этот метод менее эффективен, чем метод циклических чебышевских итераций.

Как показали численные эксперименты, самым эффективным является метод сопряжённых градиентов, реализованный по локально оптимальной схеме. В этом случае формулы для итерационных параметров строятся из условия достижения минимума нормы вектора погрешности $\bar{z}_k = \bar{x}_k - \bar{u}$, ($\bar{u}$ - проекция решения краевой задачи на сетку конечно-элементной модели) в пространстве H_Δ за один шаг по трехслойной схеме, т. е. из условия локальной оптимизации при переходе от k -ой к $(k+1)$ -ой итерации. При этом было установлено, что факторизованный оператор B рационально использовать на средних и больших сетках.

Кроме того, в третьем разделе работы изложен специально разработанный алгоритм построения и использования разреженных матриц, отличающийся простотой реализации и высокой вычислительной эффективностью.

В четвёртом разделе работы представлено описание комплекса прикладных программ, представляющего собой программную реализацию алгоритмов решения нелинейных задач теплопроводности, МДТТ и методов решения больших СЛАУ с разреженными матрицами, изложенных выше в разделах соответственно 1, 2 и 3.

Комплекс состоит из трех больших групп программ: препроцессора, процессора и постпроцессора. С помощью препроцессора подготавливается вся совокупность данных для решения задач теплопроводности и МДТТ, включая построение сеток. Блок процессора состоит из двух частей - первую часть составляют программы для решения температурных задач, а вторая часть состоит из программ, предназначенных для решения задач МДТТ. Программы постпроцессора используются каждый раз, когда возникает необходимость представления результатов обработки данных как на стадии подготовки, так и на этапах решения температурных и механических задач. Все программы комплекса написаны на

алгоритмическом языке ФОРТРАН 77. Общий объём программного кода - около 52000 строк.

Программы внутри групп программ и между группами обмениваются информацией, записанной на винчестер в виде рабочих файлов, образующих базу данных. В зависимости от имеющихся в распоряжении вычислительных средств, требуемые объёмы оперативной и внешней памяти согласовываются.

Работа блоков программ комплекса производится последовательно. Каждый блок с внешнего носителя вызывается в оперативную память процессора, после чего производится обработка данных и результаты заносятся в зону рабочих файлов в качестве исходной информации для следующих блоков, вызываемых в соответствии с общей логикой решения задачи. Такое построение комплекса позволяет в случае необходимости производить коррекцию исходных данных для некоторого шага задания и его повторения, при этом полностью сохраняется вся информация, полученная в результате выполнения предыдущего блока программ. При разработке алгоритмов программ основное внимание было уделено максимальному сокращению объема исходных данных, вводимых вручную, что, как показывает практика расчетов, является основным источником ошибок при подготовке расчетов, и гибкости алгоритмов сервисных программ, позволяющих полнее учесть сложность и многообразие граничных условий по теплообмену, а также кинематические и силовые граничные условия.

На рис. 1 показаны типы конечных элементов, использованных в разработанном комплексе прикладных программ. Решение краевых задач МДТТ применительно к оболочкам и стержневым конструкциям в рамках данной работы не рассматривалось.

Несмотря на то, что комплекс программ является исследовательским, по своим структурным и функциональным возможностям он может служить основой для создания "лёгкой" САЕ-системы, ориентированной на 3D-моделирование.

В пятом разделе работы в качестве примеров приведены результаты расчётов температурных полей и полей деформаций и напряжений фланца стационарной технологической установки и рабочей охлаждаемой лопатки авиационного ГТД.

Конструкция фланца и условия его нагружения симметричны

относительно двух взаимно перпендикулярных плоскостей, проходящих через центр днища, поэтому расчёт проводился только для выделенной части, общий вид которой показан на рис. 5. На рис. 6 представлена конечно-элементная модель ($k_d = 1144$; $k_{из} = 6794$). Непосредственному тепловому и механическому воздействию подвергалась нижняя поверхность днища фланца и внутренняя поверхность патрубка. Нагружение носило циклический характер. Продолжительность действия нагрузки составляла 6 мин, затем 6 мин - разгрузка. На рис. 7 представлено температурное поле фланца, соответствующее моменту времени $t = 6$ мин. На рис. 8 приведены графики изменения температур в некоторых точках центральной зоны (см. рис. 6) для двух циклов нагружения. На рис. 9 и 10 показаны поля интенсивности напряжений и полных деформаций, соответствующие концу 5-го полуцикла нагружения, а на рис. 11 - диаграммы циклического деформирования для точек 5 и 6 (см. рис. 6) днища фланца.

Конструкция лопатки и соответствующая конечно-элементная модель ($k_d = 2432$; $k_{из} = 11308$) представлены на рис. 12. Внутри лопатки имеется полость для охлаждения. Охлаждающий воздух поступает в полость пера лопатки снизу по двум каналам, находящимся в замковой части, а отводится через щель в задней кромке.

Исследование теплового и напряжённо-деформированного состояний проводилось для условного полётного цикла, включающего следующие основные элементы: запуск, выруливание на взлётную полосу, взлётный режим, стационарный режим полёта, приземление и останов двигателя. Общая длительность полётного цикла - 40 мин. В качестве механической нагрузки рассматривались центробежные силы, возникающие в лопатке в результате вращения ротора турбины.

На рис. 13 представлено общее температурное поле лопатки на взлётном режиме, а на рис. 14 показано изменение температур в некоторых точках основания пера лопатки (см. рис. 12) в течение одного полётного цикла. Точка 4 расположена напротив точки 2 со стороны спинки лопатки. На рис. 15 и 16 приведены графики, характеризующие кинетику напряжённо-деформированного состояния в течение пяти полётных циклов. Как видно из графиков изменения интенсивности напряжений, во всех полётных циклах на

стационарном режиме имеет место значительное проявление релаксации напряжений, вызванной ползучестью материала и, как следствие, перераспределением напряжений. Кроме того, накопление неупругих деформаций (прежде всего ползучести) проявляется на изменении общего уровня напряжений в сторону их уменьшения при повторении циклических нагружений, соответствующих полётным циклам. Сравнение изменения интенсивностей напряжений и общих деформаций в трёх последних циклах показывает, что имеется некоторая тенденция к стабилизации.

На рис. 17 и 18 приведены поля соответственно интенсивностей напряжений и суммарных неупругих деформаций на режиме взлёта в первом полётном цикле. Как видно из рисунков, общая неоднородность напряжённо-деформированного состояния в замковой зоне значительно выше, чем в зоне пера лопатки. Это объясняется тем, что применение системы охлаждения в данной конструкции позволяет существенно разгрузить перо лопатки. Однако при этом несколько возрастает нагрузка на хвостовик. Кроме того, во внутренней полости возникают зоны концентрации напряжений, что в процессе эксплуатации может привести к образованию усталостных трещин и разрушению лопатки.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

1. Разработаны алгоритмы для решения нелинейных краевых и начально-краевых задач теплопроводности в трёхмерных областях сложной геометрической формы.
2. Разработаны математические модели и шаговые итерационные алгоритмы для решения физически нелинейных квазистатических краевых задач МДТТ в трёхмерных областях сложной геометрической формы, с использованием функциональных определяющих соотношений учитывающих особенности поведения материала конструкции в условиях термосилового нагружения.
3. На основе разработанных моделей и алгоритмов, создан комплекс прикладных программ для решения трёхмерных нелинейных задач теплопроводности и МДТТ.
4. Применительно к объектам энергомашиностроения решены трёхмерные задачи теплопроводности и МДТТ, демонстрирующие возможности разработанных методов, алгоритмов и программ.

1. Чайнов Н.Д., Станкевич И.В., Руссинковский С.Ю. Повышение эффективности расчётов деталей ЦПГ с помощью МКЭ // Двигателестроение. - 1983. - № 9. - С. 16-18.
2. Анализ теплового состояния блочных головок цилиндров / Н.Д. Чайнов, Е.В. Исаев, И.В. Станкевич, Л.Г. Мильштейн // Двигателестроение. - 1985. - № 5. - С. 15-19.
3. Чайнов Н.Д., Станкевич И.В., Белов В.В. Совершенствование конструкций крышек цилиндров дизелей // ЭИ ЦНИИТЭИтяжмаш. - 1985. - Сер. № 4, вып. № 1. - 43 с.
4. Моделирование теплового состояния крышек цилиндров дизелей на стенде с лучистым нагревом / Н.Д. Чайнов, И.В. Станкевич, С.Ю. Руссинковский, А.А. Сидоров // Известия вузов. Сер. Машиностроение. - 1985. - № 11. - С. 21-25.
5. Особенности термопрочностного анализа крышек цилиндров в экстремальных условиях работы / Н.Д. Чайнов, И.В. Станкевич, Б.В. Букеткин, И.Ю. Ходненко // Двигателестроение. - 1986. - № 11. - С. 17-21.
6. Станкевич И.В. Численные методы линейной алгебры: Учебное пособие. - М.: Изд-во МВТУ им. Н.Э. Баумана, 1991. - 44 с.
7. Epifanov V.M., Stankevich I.V. The mathematical modeling of the heat and stress-strait states of the gas turbine engine constructions elements. The mathematical modeling of the heat and stress-strait states of the gas turbine engine constructions elements // Reports of the XXIV KWT-Colloquium. - Drezden, 1992. - Vol.10. - P. 15-16.
8. Епифанов В.М., Станкевич И.В. Математическое моделирование трёхмерных температурных полей турбинных лопаток // ДАН РАН. - 1993. - Т. 330, № 3. - С. 318-320.
9. Епифанов В.М., Станкевич И.В. Математическое моделирование температурных полей сопловых и рабочих лопаток газотурбинных двигателей // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. - 1993. - № 1. - С. 46-55.
10. Епифанов В.М., Станкевич И.В. Математическое моделирование температурных полей элементов проточной части газотурбинных двигателей // Тез. докл. XL Научно-технической сессии по проблемам газовых турбин. - Рыбинск, 1993. - С. 31-32.

11. Математическое моделирование теплового и напряжённо-деформированного состояний сложных элементов конструкций аэрокосмической техники / В.Л. Данилов, И.В. Станкевич, С.С. Гаврюшин, А.М. Локощенко // Новые материалы и технологии: Тез. докладов Российской научно-технической конференции. - М., 1994. - С. 15-16.

12. Станкевич И.В. Численный анализ трёхмерных нелинейных краевых задач нестационарной теплопроводности // Актуальные проблемы фундаментальных наук: Труды Второй Межд. науч.-тех. конф. - М., 1994. - Т. 1, часть 1. - С. 19-22.

13. Epifanov V.M., Stankevich I.V. The mathematical modeling of the three-dimensional nonstationary nonlinear temperature fields of gasturbine engine blades // Heat Transfer: Reports of the Tenth International Conference. - Brighton, 1994. - Vol.3. - P. 179-184.

14. Станкевич И.В. Сходимость метода простых итераций при решении нелинейных стационарных уравнений теплопроводности // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. - 1995. - №3. - С. 97-102.

15. Данилов В.Л., Станкевич И.В. Математическое моделирование температурных полей сложных элементов конструкций аэрокосмической техники // Новые материалы и технологии: Сб. статей. - М.: Изд-во "ЛАТМЭС" МАТИ, 1996. - С. 101-107.

16. Станкевич И.В., Пылаев А.М. Аналитический метод теплового расчёта регенеративного теплообменника // Газотурбинные и комбинированные установки и двигатели: Тезисы докладов X Всероссийской межвузовской научно-технической конф. - М., 1996. - С. 171.

17. Станкевич И.В., Пылаев А.М. Аналитический метод учёта продольных тепловых потоков и координатно-температурной зависимости теплоотдачи в поверхностных теплообменниках // Труды III Минского международного форума по тепломассообмену. - Минск, 1996. - Т. 7. - С. 27-28.

18. Stankevich I.V., Pilaev A.M. Analytic solution of unsteady-state problem for heat exchangers with longitudinal heat conductivity // Abstracts of the Second International Aerospace Congress. - M., 1997. - С. 191.

19. Станкевич И.В., Пылаев А.М. Аналитическое рассмотрение нестационарного теплообмена в пористой среде // Тепломассообмен:

Труды Второй Российской национальной конференции по теплообмену. - М., 1998. - С. 38-43.

20. Станкевич И.В. Сравнительный анализ вычислительной эффективности прикладных итерационных методов решения сеточных уравнений теплопроводности // Теплообмен: Труды Второй Российской национальной конференции. - М., 1998. - Том 7. - С. 213-216.

21. Станкевич И.В. Хранение и использование разреженных матриц в конечно-элементной технологии // Информационные технологии. - 1998. - №12. - С. 9-12.

22. Станкевич И.В. Некоторые особенности построения определяющих соотношений теорий пластичности и ползучести, учитывающих циклический характер нагружения // Вычислительная механика и современные прикладные программные системы: Тезисы докладов X юбил. междунар. конф. - Переславль-Залесский, 1999. - С. 174-175.

23. Станкевич И.В. Нелинейная теория наследственной ползучести изотропных разнородных материалов // Современные проблемы прочности: Труды III Межд. семинара им. В.А. Лихачёва. - Старая Русса, 1999. - Т. 1. - С. 79-83.

24. Станкевич И.В. Теория циклической пластичности первоначально изотропных разнородных материалов // Современные проблемы прочности: Труды IV Межд. семинара им. В.А. Лихачёва. - Старая Русса, 2000. - Т. 1. - С. 118-122.

25. Станкевич И.В. Анализ вычислительной эффективности прикладных итерационных методов решения больших систем линейных алгебраических уравнений с разреженными матрицами // Современные проблемы прочности: Труды V Межд. семинара им. В.А. Лихачёва. - Старая Русса, 2001. - Т. 2. - С. 197-202.

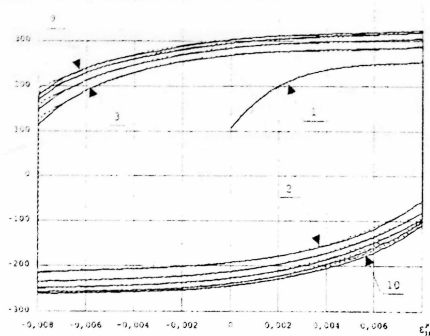


Рис. 3. Сравнение экспериментальных (сплошные линии) и расчётных (пунктирные линии) циклических диаграмм деформирования

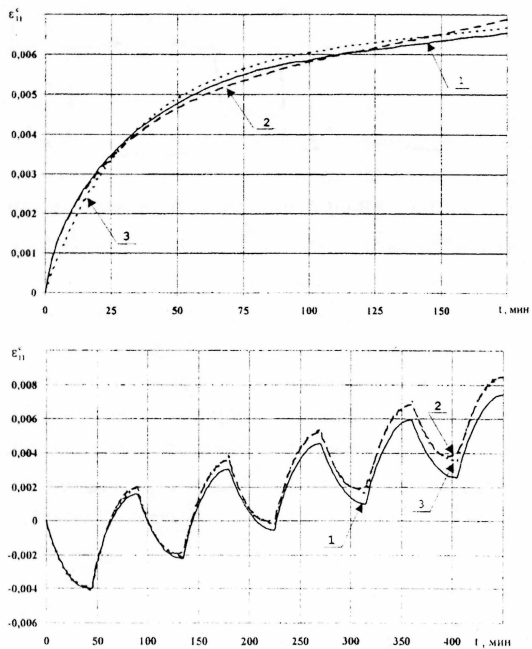


Рис. 4. Сравнение экспериментальных и расчётных диаграмм ползучести:
1 - эксперимент;
2 - ядро с особенностью типа Абеля (расчёт);
3 - экспоненциальное ядро (расчёт)

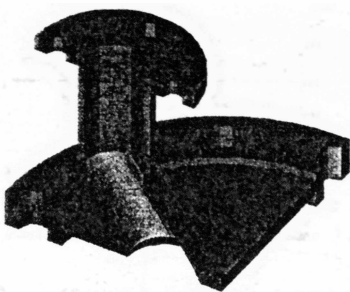


Рис. 5. Общий вид фрагмента фланца

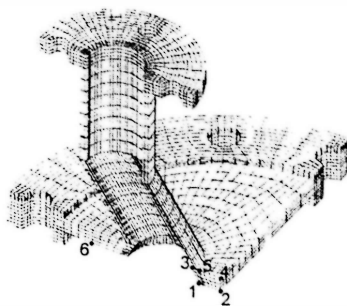


Рис. 6. Конечно-элементная модель фрагмента фланца

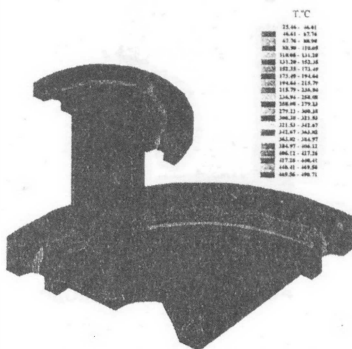


Рис. 7. Температурное поле фланца

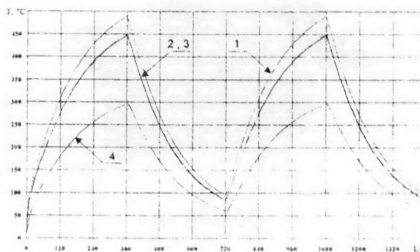


Рис. 8. Изменение температуры
в центральной зоне

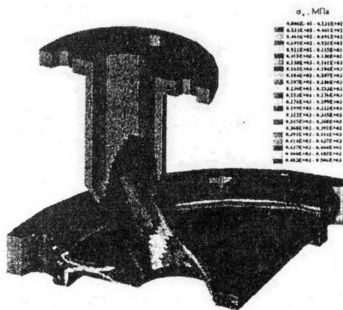


Рис. 9. Поле интенсивности напряжений

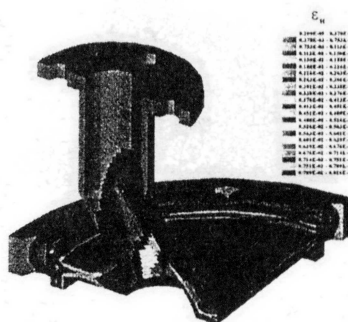


Рис. 10. Поле интенсивности полных деформаций

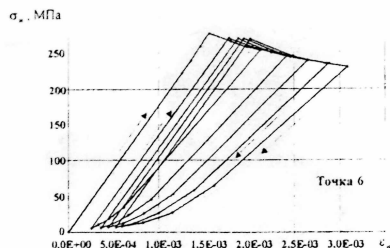
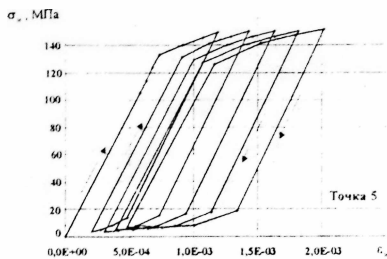
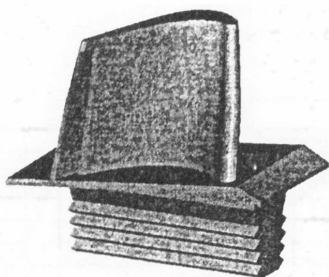
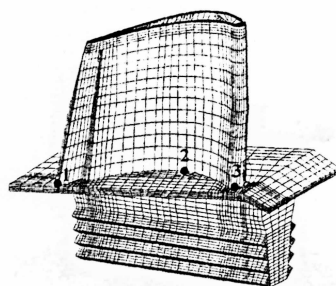


Рис. 11. Циклическое деформирование материала в точках 5 и 6



а) Общий вид



б) Конечно-элементная модель

Рис. 12. Охлаждаемая рабочая лопатка ГТД

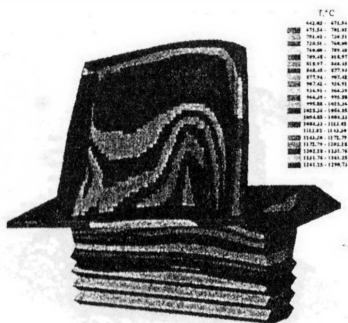


Рис. 13. Температурное поле

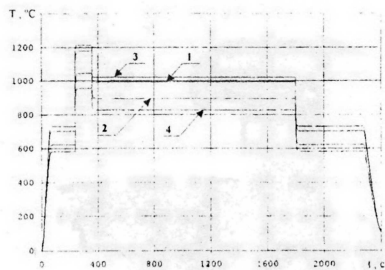


Рис. 14. Изменение температур в основании пера лопатки

σ_n , МПа

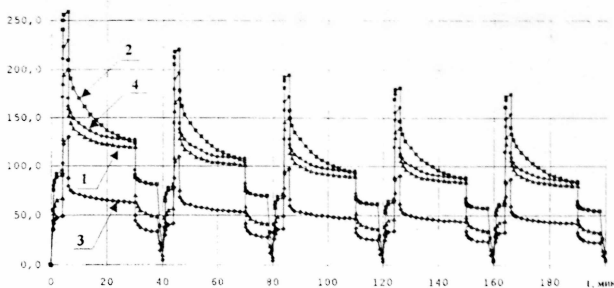


Рис. 15. Изменение интенсивности напряжений в зоне корневого сечения лопатки

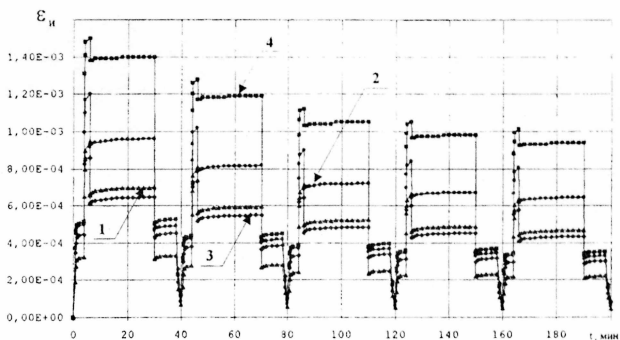


Рис. 16. Изменение интенсивности суммарных деформаций в зоне корневого сечения лопатки

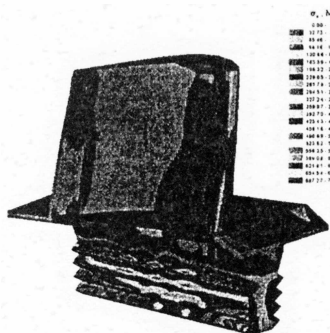


Рис. 17. Поле интенсивности напряжений

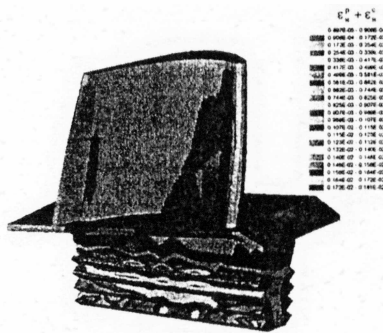


Рис. 18. Поле интенсивности суммарных неупругих деформаций