

На правах рукописи

Алексеевков Сергей Геннадьевич

**ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКИЕ
МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ
НАБЛЮДАТЕЛЕЙ**

05.13.01 — Системный анализ, управление
и обработка информации

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук



Москва – 2004

Работа выполнена в Московском государственном техническом университете им. Н. Э. Баумана.

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук, профессор Крищенко А. П.

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук, профессор Григоренко Н. Л.
кандидат физико-математических наук, доцент Бортаковский А. С.

Ведущая организация:
Вычислительный центр имени А. А. Дородницына РАН

Защита состоится "16" декабря 2004 года в 12³⁰ часов на заседании диссертационного совета Д 212.141.15 при Московском государственном техническом университете им. Н. Э. Баумана по адресу: 107005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

Отзыв на автореферат в двух экземплярах, заверенный печатью организации, просим высылать по адресу: 107005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, МГТУ им. Н. Э. Баумана, ученому секретарю совета Д 212.141.15.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке МГТУ им. Н. Э. Баумана.

Автореферат разослан "___" _____ 2004 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
д. ф.-м. н., профессор



Волков И. К.

Б-ка МГТУ им. Н. Э. Баумана



1600099

Численно
Алексеев С. Г.

666

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. При решении задач управления динамической системой полный вектор состояния системы как правило неизвестен, а непосредственному измерению доступны лишь некоторые его компоненты или функции от них, называемые выходами системы. Для остальных переменных состояния непосредственные измерения могут быть затруднены, дороги или невозможны.

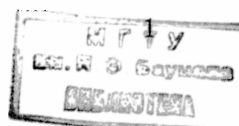
Одним из современных направлений нелинейной теории управления, получившим значительное развитие за последние двадцать пять лет, стала теория построения наблюдателей состояния нелинейных динамических систем. Под наблюдателем состояния понимается специальная динамическая система, на вход которой подаются выходы наблюдаемой динамической системы, и вектор состояния которой с течением времени асимптотически приближается к вектору состояния наблюдаемой системы.

Построение наблюдателя для динамической системы является одним из способов получения оценки ее вектора состояния. Решение такой задачи может иметь как самостоятельную ценность, так и быть частью решения более общей задачи управления динамической системой. Методы построения наблюдателей для линейных систем можно найти в работах Д. Г. Люенбергера. Для нелинейных систем проблема построения наблюдателей состояния в общем случае не решена.

Большое число работ, среди которых следует отметить работы Д. Бестля и М. Зейтца, А. Исидори, А. Кренера и В. Респондека, А. П. Крищенко и С. Б. Ткачева, посвящено технике построения наблюдателей, при которой исследуемая система с помощью нелинейной замены переменных преобразуется к виду, где все нелинейные слагаемые зависят только от выходов системы. Такой специальный вид получил название канонического вида для построения наблюдателей с нелинейной добавкой, зависящей от выхода. Соответствующую систему координат называют канонической.

Одной из основных трудностей в применении этого подхода является проблема нахождения замены переменных, связывающей исходную и каноническую системы. Даже в том случае, когда условия существования такой замены выполнены, найти ее в явном виде удается не всегда. Поэтому актуальным является создание методов построения наблюдателей в тех случаях, когда известно, что такая замена существует, однако выписать ее явно не удается.

В инженерной практике построение наблюдателя как правило не является отдельной задачей, и часто оценка неизвестных переменных



состояния динамической системы используется в законе управления. В работах М. Крстича, И. Канелакополоса и П. Кокотовича приводятся методы, позволяющие строить закон управления динамической системой в виде обратной связи по оценке состояния, однако такие методы применимы лишь к системам специального вида. Кроме того, известны примеры систем, в которых при независимом построении наблюдателя и стабилизирующей обратной связи результирующая нелинейная система оказывается неустойчивой. Поэтому актуальным является исследование возможностей использования наблюдателей при решении задач управления.

Цель работы. Целью диссертационной работы является разработка численно – аналитических алгоритмов построения нелинейных наблюдателей для динамических систем со скалярным и векторным выходом и их использование при решении задач стабилизации.

Методы исследования. В работе применяются методы теории дифференциальных уравнений, теории устойчивости, математической теории управления, дифференциальной геометрии и различные численные методы.

Научная новизна. Разработан численно - аналитический алгоритм построения наблюдателей для нелинейных динамических и аффинных систем со скалярными и векторными выходами.

Уточнены достаточные условия приводимости динамических систем 3-го порядка со скалярным выходом к каноническому виду для построения наблюдателя с линейной динамикой ошибки. Эти условия использованы при построении наблюдателя состояния для системы Рёсслера.

С помощью разработанного алгоритма построены наблюдатели состояния для динамической системы Ван-дер-Поля, системы Рёсслера и системы с векторным выходом, описывающей вращательное движение твердого тела вокруг центра масс в системе координат, связанной с главными осями инерции твердого тела.

Изучены свойства математической модели класса химических реакторов непрерывного действия идеального смешивания с управлением, в которых протекает химическая реакция 1-го порядка.

Для динамической системы, описывающей эту модель, построены численно – аналитические наблюдатели состояния, позволяющие оценивать неизвестную концентрацию реагента по измеряемой температуре

ре реагирующей смеси. Решена задача стабилизации части переменных состояния такого класса реакторов с использованием построенных наблюдателей.

Достоверность результатов обеспечивается строгостью применяемого математического аппарата и подтверждается результатами математического моделирования.

Практическая и теоретическая ценность. Результаты, полученные в диссертационной работе, являются конструктивным развитием теории построения наблюдателей и позволяют строить наблюдатели состояния и закон управления на их основе для нелинейных динамических и аффинных систем со скалярным и векторным выходом в том случае, когда аналитические методы могут лишь гарантировать существование таких наблюдателей.

На защиту выносятся следующие положения.

1. Численно - аналитический алгоритм построения наблюдателей для нелинейных динамических и аффинных систем со скалярным и векторным выходами.
2. Уточненные условия приводимости динамической системы 3-го порядка со скалярным выходом к каноническому виду для построения наблюдателя с линейной динамикой ошибки.
3. Построенные с помощью численно - аналитического алгоритма наблюдатели для систем Ван-дер-Поля, Рёсслера, химического реактора и системы, описывающей вращательное движение твердого тела вокруг центра масс в системе координат, связанной с главными осями инерции твердого тела.
4. Решение задачи стабилизации по части переменных состояния химического реактора с использованием численно - аналитического наблюдателя для оценки неизвестной концентрации реагента по измеряемой температуре реагирующей смеси в реакторе.

Апробация результатов работы. Результаты диссертационной работы докладывались на VI международном семинаре "Устойчивость и колебания нелинейных систем управления", проходившем в ИПУ РАН в 2000 г., в Москве, на исследовательском семинаре "Анализ, управление и стабилизация динамических систем" в Международном математическом центре им. С. Банаха Института математики Польской АН (17 апреля - 2 мая 2001г., Варшава), на VII международном семинаре "Устойчивость и колебания нелинейных систем управления", ИПУ РАН, Москва, 2002; на пятой международной научно – технической конференции "Process Control 2002" в г. Коути-над-Десной, Чехия.

Публикации. Основные результаты работы опубликованы в двух научных статьях [1, 2] и четырех тезисах докладов на конференциях [3 – 6].

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Работа изложена на 143 страницах, содержит 36 иллюстраций. Библиография включает 72 наименования.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ №99-01-00863, №01-01-06114 (МАС), №02-01-00704 и гранта поддержки ведущих научных школ №00-15-96137.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цели и задачи исследования, научная новизна и практическая значимость полученных результатов, указаны основные положения, выносимые на защиту, структура и объем диссертационной работы.

В первой главе приводятся основные сведения из теории построения нелинейных наблюдателей для динамических систем, в том числе с использованием идей $k(x)$ -двойственности.

Исходным объектом исследования является динамическая система со скалярным выходом

$$\dot{x} = A(x), y = h(x), x \in \mathbb{R}^n, y \in \mathbb{R}, \quad (1)$$

с гладкими в некоторой открытой области $\Omega \subseteq \mathbb{R}^n$ векторным полем $A(x)$ и функцией выхода $h(x)$, для которой рассматриваются методики

построения следующих наблюдателей: наблюдателя с линейной динамикой ошибки, наблюдателя с высоким коэффициентом усиления, наблюдателя для липшицевых систем и наблюдателя Арсака-Кокотовича для систем с секторно ограниченной правой частью.

Следуя работам А. П. Крищенко и С. Б. Ткачева оказалось удобным описывать проблему нахождения замены переменных, преобразующей динамическую систему (1) к каноническому виду для построения наблюдателя

$$\dot{\xi} = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix} \xi + \begin{pmatrix} \psi_1(\xi_n) \\ \psi_2(\xi_n) \\ \dots \\ \psi_n(\xi_n) \end{pmatrix} = D\xi + \Psi(\xi_n), \quad y = H(\xi_n), \quad (2)$$

в терминах свойств специально построенной вспомогательной аффинной системы

$$\dot{x} = A(x) + B(x)u, \quad u \in \mathbb{R}, \quad (3)$$

которую называют $k(x)$ -двойственной для системы (1) при выполнении условий $L_B L_A^r h(x) = 0$, $r = \overline{0, n-2}$, $L_B L_A^{n-1} h(x) = k(x)$, где $L_X f(x)$ – производная Ли функции $f(x)$ по векторному полю X .

Наблюдатель для системы (2) имеет вид

$$\dot{\eta} = D\eta + G(\eta_n - H^{-1}(y)) + \Psi(H^{-1}(y)), \quad (4)$$

где $\eta = (\eta_1, \dots, \eta_n)^T$.

В этом случае динамика ошибки оценивания $e = \eta - \xi$ описывается системой линейных дифференциальных уравнений

$$\dot{e} = (D + GC)e,$$

где $C = (0, \dots, 0, 1)$. Выбором вектора-столбца G можно обеспечить экспоненциальное затухание ошибки оценивания.

Вопрос о приводимости динамической системы (1) к каноническому виду для построения наблюдателя рассматривается в рамках следующей теоремы (А. П. Крищенко, С. Б. Ткачев).

ТЕОРЕМА 1. Динамическая система (1) эквивалентна динамической системе (2) и допускает построение наблюдателя (4) тогда и только тогда, когда существует такая гладкая скалярная функция $p(\tau)$, что алгебра Ли

$$A_n = \{\text{ad}_A^k B, \quad k = \overline{0, n-1}\}$$

$k(x) = p(h(x))$ -двойственной аффинной динамической системы (3) коммутативна. Здесь $\text{ad}_A^k B = [A, \text{ad}_A^{k-1} B]$, $\text{ad}_A B = [A, B]$ и $\text{ad}_A^0 B = B$ – коммутаторы векторных полей A и B .

СЛЕДСТВИЕ. Замена переменных

$$x = T(\xi), \quad (5)$$

преобразующая динамическую систему (1) к виду (2) такова, что выполняются следующие соотношения

$$\frac{\partial T}{\partial \xi} = V(x)|_{x=T(\xi)}, \quad \frac{dy}{d\xi_n} \Big|_{\xi=T^{-1}(x)} = p(y), \quad (6)$$

где $V(x) = (\text{ad}_A^0 B(x), \dots, (-1)^{n-1} \text{ad}_A^{n-1} B(x))$ – матрица управляемости $k(x)$ -двойственной АУДС (3).

В случае $n=2$ для системы (1) необходимые и достаточные условия преобразования к каноническому виду для построения наблюдателя (2) известны и приведены в диссертационной работе.

При $n = 3$ система (1) в новых переменных $z_i = L_A^{i-1} h(x)$ записывается в каноническом наблюдаемом виде

$$\dot{z}_1 = z_2, \quad \dot{z}_2 = z_3, \quad \dot{z}_3 = f(z), \quad y = z_1. \quad (7)$$

Необходимым условием для преобразования системы (7) к каноническому виду для построения наблюдателя (2) является условие принадлежности функции $f(z)$ к специальному классу:

$$f(z) = a(z_1) + b(z_1)z_2 + c(z_1)z_2^2 + d(z_1)z_2^3 + e(z_1)z_3 + g(z_1)z_2z_3,$$

где $a(z_1)$, $b(z_1)$, $c(z_1)$, $d(z_1)$, $e(z_1)$, $g(z_1)$ – гладкие функции.

В работе для получения достаточных условий построена $k(z_1)$ – двойственная аффинная система и из условия коммутативности ее алгебры Ли A_3 получены следующие достаточные условия существования преобразования системы (7) к виду (2):

$$\frac{dg}{dz_1} = \frac{1}{3}g^2(z_1) + 3d(z_1), \quad \frac{de}{dz_1} = \frac{1}{3}g(z_1)e(z_1) + c(z_1), \quad \frac{dk}{dz_1} = \frac{1}{3}k(z_1)g(z_1).$$

Далее в первой главе приводится обобщение метода построения наблюдателя с линейной динамикой ошибки на случай динамической системы с векторным выходом

$$\dot{x} = A(x), \quad y = h(x), \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad y \in \mathbb{R}^m, \quad (8)$$

аффинной динамической системы со скалярным выходом

$$\dot{x} = A(x) + \tilde{B}(x)u, \quad y = h(x), \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad y \in \mathbb{R}, \quad (9)$$

и векторным выходом

$$\dot{x} = A(x) + \tilde{B}(x)u, \quad y = h(x), \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad y \in \mathbb{R}^m, \quad u \in \mathbb{R}^p, \quad (10)$$

где все функции и векторные поля являются гладкими в $\Omega \subseteq \mathbb{R}^n$.

Вторая глава посвящена построению нелинейных наблюдателей состояния с использованием подхода, основанного на свойствах $k(x)$ -двойственных систем.

Для динамической системы Ван-дер-Поля

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = -x_1 + \varepsilon(1 - x_1^2)x_2, \quad (11)$$

с выходом $y = x_1$ построен аналитический наблюдатель состояния, имеющий вид

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 - \varepsilon(\hat{x}_1 - \frac{\hat{x}_1^3}{3}) + g_2\hat{x}_1 - g_2y + \varepsilon(y - \frac{y^3}{3}), \\ \dot{\hat{x}}_2 &= g_1(\hat{x}_1 - y) - y + \varepsilon(1 - \hat{x}_1^2)(\hat{x}_2 - \varepsilon(\hat{x}_1 - \frac{\hat{x}_1^3}{3}) + g_2(\hat{x}_1 - y) + \varepsilon(y - \frac{y^3}{3})). \end{aligned}$$

Для динамической системы Рёсслера

$$\dot{x}_1 = -x_2 - x_3, \quad \dot{x}_2 = x_1 + ax_2, \quad \dot{x}_3 = c + x_3(x_1 - b), \quad a, b, c \in \mathbb{R} \quad (12)$$

в работе был найден такой скалярный выход $y = h(x) = x_3$, по которому удалось построить аналитический наблюдатель состояния

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_1 &= -\hat{x}_2 - y + (\ln|y| - \ln|\hat{x}_3|)(a^2 - 1 - (g_2 + ag_3)), \\ \dot{\hat{x}}_2 &= \hat{x}_1 + a\hat{x}_2 + (\ln|y| - \ln|\hat{x}_3|)(2a - a^3 + g_1 + ag_2 + (a^2 - 1)g_3), \\ \dot{\hat{x}}_3 &= c\frac{\hat{x}_3}{y} + \hat{x}_3(\hat{x}_1 - b) + (\ln|y| - \ln|\hat{x}_3|)(a - g_3)\hat{x}_3. \end{aligned}$$

Рассмотрена работа класса химических реакторов непрерывного действия идеального смешивания, в которых проходит экзотермическая химическая реакция первого порядка типа $A \rightarrow B$. Динамическая система, описывающие протекающие процессы, для удобства изложения преобразована к безразмерному виду

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -x_1e^{-1/x_2} + \lambda(x_0 - x_1), \quad \dot{x}_2 = x_1e^{-1/x_2} + \beta(y_0 - x_2), \\ y &= h(x) = x_2, \end{aligned} \quad (13)$$

и для нее построен наблюдатель состояния

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_1 &= 2(\varphi^{-1}(\hat{x}_2) - \varphi^{-1}(y))\sigma_{11}(\hat{x}_2) + \sigma_{12}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, y), \\ \dot{\hat{x}}_2 &= 2(\varphi^{-1}(\hat{x}_2) - \varphi^{-1}(y))\sigma_{21}(\hat{x}_2) + \sigma_{22}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, y),\end{aligned}$$

где $\varphi^{-1}(\hat{x}_2) - \varphi^{-1}(y) = 0.5 \int_{1/\ln 2}^{\hat{x}_2} e^{1/t} dt - 0.5 \int_{1/\ln 2}^y e^{1/t} dt = 0.5 \int_y^{\hat{x}_2} e^{1/t} dt$.

Затем были изучены свойства аффинной динамической системы

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -x_1 e^{-1/x_2} + \lambda(x_0 - x_1) + \frac{\lambda}{h}(x_0 - x_1)u, \\ \dot{x}_2 &= x_1 e^{-1/x_2} + \beta(y_0 - x_2) + \frac{\lambda}{h}(\gamma - x_2)u, \quad y = h(x) = x_2,\end{aligned}\tag{14}$$

описывающей работу рассмотренного выше класса химических реакторов с управлением. В качестве управляющего воздействия была выбрана объемная скорость подачи реагента в реактор. Для такой системы был построен наблюдатель

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_1 &= 2(\varphi^{-1}(\hat{x}_2) - \varphi^{-1}(y))\sigma_{11}(\hat{x}_2) + \sigma_{12}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, y) + \frac{\lambda}{h}(x_0 - \hat{x}_1)u - \\ &\quad - \frac{\lambda}{h}[2\lambda(\varphi^{-1}(\hat{x}_2) - \varphi^{-1}(y)) + \hat{x}_2 - y]u, \\ \dot{\hat{x}}_2 &= 2(\varphi^{-1}(\hat{x}_2) - \varphi^{-1}(y))\sigma_{21}(\hat{x}_2) + \sigma_{22}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, y) + \frac{\lambda}{h}\left(\frac{RT_0}{E} - y\right)u,\end{aligned}\tag{15}$$

работающий при любом управлении, изучены его свойства и построена стабилизирующая обратная связь по оценке состояния, получаемой с его помощью.

Для динамической системы с векторным выходом, описывающей вращательное движение твердого тела вокруг его центра масс

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= a_1 x_2 x_3, \quad \dot{x}_2 = a_2 x_1 x_3, \quad \dot{x}_3 = a_3 x_1 x_2, \\ y_1 &= x_1, \quad y_2 = x_3, \quad a_1 > 0, \quad a_2 < 0, \quad a_3 > 0,\end{aligned}\tag{16}$$

в работе построен аналитический наблюдатель состояния

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_1 &= a_1 \hat{x}_2 \hat{x}_3 + a_1 \hat{x}_3 g_2(\varphi_1(\hat{x}_1, \hat{x}_3) - \varphi_1(y_1, y_2)) + \frac{g_3}{4\sqrt{a_3}} \frac{\varphi_2(\hat{x}_1, \hat{x}_3) - \varphi_2(y_1, y_2)}{\hat{x}_1 \sqrt{a_3} + \hat{x}_3 \sqrt{a_1}}, \\ \dot{\hat{x}}_2 &= g_1(\varphi_1(\hat{x}_1, \hat{x}_2) - \varphi_1(y_1, y_2)) + a_2 y_1 y_2, \\ \dot{\hat{x}}_3 &= a_3 \hat{x}_1 \hat{x}_2 + a_3 \hat{x}_1 g_2(\varphi_1(\hat{x}_1, \hat{x}_3) - \varphi_1(y_1, y_2)) - \frac{g_3}{4\sqrt{a_1}} \frac{\varphi_2(\hat{x}_1, \hat{x}_3) - \varphi_2(y_1, y_2)}{\hat{x}_1 \sqrt{a_3} + \hat{x}_3 \sqrt{a_1}},\end{aligned}$$

где $\varphi_1(\cdot)$, $\varphi_2(\cdot)$ – некоторые функции. Указанная система является наблюдателем в областях $\hat{x}_1 \sqrt{a_3} + \hat{x}_3 \sqrt{a_1} < 0$ и $\hat{x}_1 \sqrt{a_3} + \hat{x}_3 \sqrt{a_1} > 0$.

Было проведено исследование поведения наблюдателя в каждой области и указан способ получения оценки вектора состояния системы при переходе наблюдателя через границу между областями, суть которого заключается в том, что фиксируется точка входа наблюдателя в заданную ε -окрестность множества $\hat{x}_1\sqrt{a_3} + \hat{x}_3\sqrt{a_1} = 0$, и из этой точки запускается копия исследуемой системы. Состояние этой вспомогательной системы и принимается за оценку состояния исходной системы. Наблюдатель запускается снова в точке выхода этой "копии" из указанной ε -окрестности.

Поведение построенных наблюдателей было исследовано методами математического моделирования. Исследования подтвердили работоспособность построенных наблюдателей, их пригодность для получения оценки вектора состояния рассматриваемых систем и возможность использования получаемых оценок при решении задач управления. Приведены примеры фазовых портретов рассмотренных систем и построенных для них наблюдателей.

В третьей главе разрабатывается численно – аналитическая процедура построения нелинейных наблюдателей состояния для динамических и аффинных систем со скалярным выходом.

Показано, что даже если преобразование (5), приводящее систему (1) к каноническому виду для построения наблюдателя (2), существует, задача нахождения его аналитического выражения представляется достаточно сложной, а в некоторых случаях и неразрешимой проблемой.

Преимущество численно – аналитического алгоритма заключается в том, что он позволяет построить нелинейный наблюдатель, не решая уравнения в частных производных (6).

Идея метода состоит в использовании матрицы Якоби (6) преобразования (5) для пересчета векторных полей из исходной системы координат в каноническую и обратно.

Предполагается, что динамическая система (1) имеет в рассматриваемой области Ω $k(x)$ -двойственную аффинную систему и динамическая система со входом y

$$\dot{\hat{x}} = \hat{A}(\hat{x}, y) \quad (17)$$

является для нее наблюдателем, преобразуемым диффеоморфизмом (5) к виду (4). При выполнении этих условий с помощью предлагаемой процедуры для динамической системы (1) удастся построить численно – аналитический наблюдатель.

Без потери общности можно считать, что вектор состояния системы (1) имеет вид $x = (x_1, \dots, x_l, x_{l+1}, \dots, x_n)$, где $y = h(x_1, \dots, x_l)$.

Точку запуска наблюдателя $\hat{x}^0 = (\hat{x}_1^0, \dots, \hat{x}_l^0, \hat{x}_{l+1}^0, \dots, \hat{x}_n^0)$ выберем так, чтобы в начальный момент времени для вектора $(\hat{x}_1^0, \dots, \hat{x}_l^0)$ выполнялось

$$y^0 = h(x_1^0, \dots, x_l^0) = h(\hat{x}_1^0, \dots, \hat{x}_l^0) = h(\hat{x}^0) = \hat{y}^0. \quad (18)$$

В этом случае вектор $(\hat{x}_{l+1}^0, \dots, \hat{x}_n^0)$ может быть выбран произвольно. Определим преобразование координат $\hat{x} = T(\eta)$ так, чтобы

$$\hat{x}^0 = T(0, \dots, 0, \eta_n^0) = T(\eta^0). \quad (19)$$

При этом

$$\eta_n^0 = H^{-1}(\hat{y}^0) = H^{-1}(y^0) = \xi_n^0. \quad (20)$$

Учитывая, что в канонической системе координат динамическая система и наблюдатель имеют вид (2) и (4) соответственно, в начальный момент времени будет справедливо соотношение

$$\dot{\eta}(0, \dots, 0, \eta_n^0) = \Psi(\xi_n^0) = \Psi(\eta_n^0) = \dot{\xi}(0, \dots, 0, \eta_n^0).$$

Вычислив производную по времени от выражения (5), получим

$$\dot{\hat{x}} = \frac{\partial T}{\partial \eta} \dot{\eta} = V(\hat{x}) \dot{\eta}. \quad (21)$$

Следовательно в исходной системе координат

$$\dot{\hat{x}}(0) = V(\hat{x}^0) \dot{\xi}(0, \dots, 0, \eta_n^0) = A(\hat{x}^0). \quad (22)$$

Воспользовавшись следствием к теореме 1 и учитывая, что в начальный момент времени справедливо соотношение (20), будем иметь

$$\xi_n = \eta_n^0 + \int_{y^0}^y \frac{dy}{p(y)}, \quad (23)$$

где $p(y) = p(h(x)) = k(x)$, $y_0 = h(x_1^0, \dots, x_l^0)$.

Для вычисления значения нелинейной добавки $\Psi(\xi_n)$ в произвольный момент времени положим $\xi_* = (0, \dots, 0, \xi_n^T)$ и рассмотрим нелинейное уравнение $\xi_* = T^{-1}(x_*)$.

Для заданного ξ_n это уравнение может быть разрешено относительно x_* при помощи одного из глобально сходящихся квазиньютоновских

методов. В работе использовался итерационный процесс, задаваемый соотношением

$$\begin{aligned} x^{k+1} &= x^k + \alpha \left(\frac{\partial T^{-1}}{\partial x} \right)^{-1} \bigg|_{x=x^k} (\xi_* - T^{-1}(x^k)) = \\ &= x^k + \alpha V(x^k) (\xi_* - T^{-1}(x^k)), \end{aligned}$$

с начальным приближением (19) и $\alpha \in (0; 1]$. Условия сходимости итерационной процедуры можно проверить непосредственно перед ее запуском.

Для вычисления значения $T^{-1}(x^k)$ использовалась формула

$$T^{-1}(x^k) = T^{-1}(x^{k-1}) + \int_{x^{k-1}}^{x^k} V^{-1}(x) dx,$$

где $dx = (dx_1, \dots, dx_n)^T$, и интеграл не зависит от пути интегрирования, поскольку под знаком интеграла стоит матрица Якоби отображения $\xi = T^{-1}(x)$.

Исходная система (1) в канонических координатах имеет специальный вид (2). Подставив найденное решение $x_* = T(\xi_*) = T(0, \dots, 0, \xi_n)$ в систему (1), будем иметь

$$A(x_*) = \dot{x}_* = (\partial T / \partial \xi) \dot{\xi}_* = V(x_*) \Psi(\xi_n).$$

Таким образом, для вычисления нелинейности $\Psi(\xi_n)$ получим формулу

$$\Psi(\xi_n) = V^{-1}(x_*) A(x_*). \quad (24)$$

Окончательно численно-аналитический алгоритм построения наблюдателя имеет следующий вид.

Шаг 1. Стартовая точка для запуска наблюдателя и начальное условие для определения замены переменных $\hat{x} = T(\eta)$ выбираются в соответствии с условиями (18) и (19).

Шаг 2. Выбирается шаг интегрирования Δt , и с использованием выражения (22) наблюдатель (17) интегрируется от начального момента времени t_0 до $t_0 + \Delta t$.

Шаг 3. Неизвестные значения ξ_n и $\Psi(\xi_n)$ на каждом шаге интегрирования вычисляются по формулам (23) и (24) соответственно.

Шаг 4. С выбранным шагом Δt канонический наблюдатель (4) интегрируется на один шаг вперед.

Шаг 5. С использованием связи (21) наблюдатель (17) интегрируется в исходной системе координат на один шаг вперед. Процедура продолжается с шага 3.

В случае, если все компоненты векторных полей $\text{ad}_A^i B$, $i = 0, \dots, n$, являются функциями только выхода исходной системы, шаг 3 приведенной процедуры можно упростить и на каждом шаге интегрирования вычислять нелинейную добавку $\Psi(\xi_n)$ по формуле

$$\Psi(\xi_n) = \Psi(\xi_n^0) + \int_{y_0}^y (-1)^{n-1} V^{-1}(y) \text{ad}_A^n B(y) \frac{dy}{p(y)},$$

где $\Psi(\xi_n^0) = V^{-1}(\hat{x}^0)A(\hat{x}^0)$, а $V^{-1}(y)$ – якобиан отображения $\xi = T^{-1}(x)$.

С помощью предложенного алгоритма в работе построены численно - аналитические наблюдатели для рассмотренных выше динамических систем Ван-дер-Поля (11), Рёслера (12) и системы, описывающей динамику процессов, протекающих в классе химических реакторов без управления (13). Приведены результаты математического моделирования работы построенных наблюдателей и проведено их сравнение с результатами работы аналитических наблюдателей, построенных во второй главе.

В некоторых случаях при большом времени интегрирования происходит накопление вычислительных ошибок, в тоже время особенность предлагаемого алгоритма заключается в том, что в момент запуска наблюдателя эти ошибки отсутствуют.

Поэтому для уменьшения влияния численных ошибок на точность оценивания предлагается организовать процедуру получения оценки вектора состояния системы на основе нескольких наблюдателей, запускаемых последовательно в разные моменты времени. Показано, что при такой схеме численно - аналитические наблюдатели обеспечивают близкие по точности и скорости получения оценок вектора состояния результаты в сравнении с аналитическими наблюдателями.

При выполнении предположения $\tilde{B}(x) = \hat{B}(\xi_n) \Big|_{\xi=T^{-1}(x)}$, которое эквивалентно выполнению в исходной системе координат условий

$$[\text{ad}_A^k B, \tilde{B}] = 0, \quad k = \overline{0, n-2},$$

предложенный численно - аналитический алгоритм обобщается на случай аффинной динамической системы (9) со скалярным выходом. Для этого входящие в шаги 2 и 3 формулы меняются следующим образом.

Шаг 2. Выбирается шаг интегрирования Δt и с использованием выражения, аналогичного (22): $\hat{x}(0) = A(\hat{x}^0) + B(\hat{x}^0)u$, наблюдатель интегрируется от начального момента времени t_0 до $t_0 + \Delta t$.

Шаг 3. Неизвестные значения ξ_n на каждом шаге интегрирования вычисляются по формуле (23). Для вычисления $\Psi(\xi_n) + \hat{B}(\xi_n)u$ используется соотношение, аналогичное (24)

$$\Psi(\xi_n) + \hat{B}(\xi_n)u = V^{-1}(x^*)(A(x^*) + \tilde{B}(x^*)u).$$

Этот алгоритм применяется для построения численно - аналитического наблюдателя для аффинной динамической системы (14), описывающей работу рассмотренного выше класса химических реакторов с управлением. Методами математического моделирования исследуются свойства полученного наблюдателя.

В работе рассмотрена проблема построения стабилизирующей обратной связи в случае, когда вектор состояния системы известен не полностью. С использованием концепции обратной задачи динамики решена задача управления работой реакторов указанного выше класса, где в закон управления вместо истинного значения вектора состояния подставляется его оценка, получаемая наблюдателем.

Доказаны утверждения, позволяющие использовать следующий подход к построению управления в этом случае. Основная идея предлагаемого подхода состоит в построении управления, стабилизирующего не рассматриваемую систему (14), а построенный для нее наблюдатель (15). При этом наблюдатель рассматривается как система с известным входом u . Показано, что при выполнении определенных условий, закон управления $u(\hat{x}, y)$, стабилизирующий положение равновесия x_r наблюдателя (15): $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\hat{x}(t) - x_r\| = 0$, будет решать задачу стабилизации положения равновесия x_r системы (14): $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t) - x_r\| = 0$.

Преимущество такого подхода заключается в том, что управление строится для системы с известным вектором состояния, а недостаток в том, что управление должно оставаться стабилизирующим при любом входе. Указанный подход был применен к решению задачи обеспечения заданного уровня концентрации продукта реакции на выходе из химического реактора.

Математическое моделирование работы класса реакторов показало, что на начальном этапе управления реактором, когда получена грубая оценка неизвестной компоненты вектора состояния, характер переходных процессов будет лучше в случае использовании управления, построенного для наблюдателя. На более поздних этапах, когда получаемая с помощью наблюдателя оценка становится более точной, лучший результат решения задачи стабилизации обеспечивается использованием управления, построенного для исследуемой системы.

Четвертая глава посвящена модификации предложенной в третьей главе численно - аналитической процедуры для случая динамических систем (8) с векторным выходом. Отдельно рассмотрены динамические системы с двумерным выходом. Показывается, что предлагаемая процедура обобщается на случай аффинной системы (10) с векторным выходом, если векторные поля $\tilde{B}_j(x)$ этой системы удовлетворяют условиям $\tilde{B}_j(x) = \hat{B}_j(\xi_L) \Big|_{\xi = T^{-1}(x)}$, где $\xi_L = (\xi_{l_1}, \dots, \xi_{l_m})^T$, $j = \overline{1, p}$, которые равносильны выполнению системы равенств

$$[\text{ad}_A^k B_i, \tilde{B}_j] = 0, \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, p}, \quad k = \overline{0, l_j - 2},$$

где $B_i(x)$ - векторные поля $k(x)$ -двойственной к системе (8) аффинной системы.

С помощью численно-аналитического алгоритма построен наблюдатель состояния для динамической системы (16) с векторным выходом, описывающей вращательное движение твердого тела вокруг центра масс.

Для повышения точности оценивания использовалась схема получения оценок состояния, основанная на семействе последовательно запускаемых наблюдателей. Точность оценивания в этом случае была значительно выше по сравнению со случаем, когда использовался один наблюдатель.

Методами математического моделирования было проведено сравнение скорости и точности получения оценок вектора состояния с помощью построенных аналитического и численно - аналитического наблюдателей, которое показало, что если траектория системы целиком остается в одной из областей $\hat{x}_1\sqrt{a_3} + \hat{x}_3\sqrt{a_1} < 0$ или $\hat{x}_1\sqrt{a_3} + \hat{x}_3\sqrt{a_1} > 0$, то оценки получаемые наблюдателями, очень быстро становятся весьма точными и ведут себя одинаково. В случае, если траектории системы переходит из одной области в другую, точность оценивания с помощью численно-аналитического наблюдателя, оставаясь по-прежнему высокой, тем не менее становится ниже точности, обеспечиваемой аналитическим наблюдателем.

ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

Сформулируем основные выводы и результаты проведенных исследований.

1. Разработан численно - аналитический алгоритм построения наблюдателей для нелинейных динамических и аффинных систем со скалярным и векторным выходом.
2. Уточнены условия приводимости динамической системы 3-го порядка со скалярным выходом к каноническому виду для построения наблюдателя. Эти условия использованы при построении наблюдателя для системы Рёсслера.
3. С помощью разработанного алгоритма построены наблюдатели состояния для системы Ван-дер-Поля, системы Рёсслера и системы с векторным выходом, описывающей вращательное движение твёрдого тела вокруг центра масс.
4. Изучены свойства математической модели класса химических реакторов непрерывного действия идеального смешивания с управлением, в которых протекает химическая реакция 1-го порядка. Для динамической системы, описывающей эту модель, построены численно – аналитические наблюдатели состояния, позволяющие оценивать неизвестную концентрацию реагента по измеряемой температуре реагирующей смеси. Решена задачи стабилизации части переменных состояния такого класса реакторов с использованием построенных наблюдателей.
5. Математическое моделирование работы построенных численно - аналитических наблюдателей и сравнение оценки вектора состояния, получаемой с их помощью, с оценкой, получаемой с помощью аналитических наблюдателей, в большинстве случаев показало близкие результаты.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ ОПУБЛИКОВАНЫ В РАБОТАХ

1. Алексеев С. Г., Ткачев С. Б. Оценка концентрации продукта химической реакции с использованием наблюдателя // Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Сер. Естественные науки.-2001.-№2.-С.93-104.
2. Алексеев С. Г., Ткачев С. Б. Управление работой химического реактора с использованием нелинейного наблюдателя // Нелинейная динамика и управление. Сборник статей / Под ред. С. В. Емельянова, С. К. Коровина.-М.: Физматлит.-2003.-Вып. 3.-С.179-190.
3. Алексеев С. Г., Ткачев С. Б. Оценка концентрации продукта химической реакции с использованием нелинейного наблюдателя // Устойчивость и колебания нелинейных систем управления: Тезисы докладов VI международного семинара.-М., 2000.-С. 103.
4. Alexeenkov S. G., Tkachev S. B. Analytical and numerical algorithms for output control of chemical reactors // Process Control 2002: Proceedings of the 5th International Scientific - Technical Conference. -Pardubice, 2002.-P. 78.
5. Алексеев С. Г., Ткачев С. Б. Численно-аналитическая процедура построения наблюдателя для нелинейной динамической системы. // Устойчивость и колебания нелинейных систем управления: Тезисы докладов VII международного семинара.-М., 2002.-С. 70.
6. Tkachev S. B., Alexeenkov S. G. Numerical algorithms for nonlinear observer-based control // Physics and Control: Proceedings of International Conference.- Saint-Petersburg (Russia), 2003.-P. 1278 - 1283.

1600099

Алексеенков С.Г.
Численно-аналитические
методы построения
нелинейных наблюдателей

1600099

ВОЗВРАТИТЕ КНИГУ НЕ ПОЗЖЕ
обозначенного здесь срока

Принято к исполнению 04/11/2004
Исполнено 10/11/2004

Заказ № 429
Тираж: 100 экз..

ООО «11-й ФОРМАТ» ИНН 7726330900

Москва, Балаклавский пр-т, 20-2-93

(095) 747-64-70

(095) 318-40-68

www.autoreferat.ru