

На правах рукописи

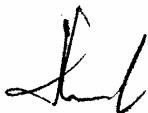
ЛЕСКОВ АЛЕКСЕЙ ГРИГОРЬЕВИЧ

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ И АНАЛИЗА
ДИНАМИКИ МАНИПУЛЯЦИОННЫХ РОБОТОВ,
ИХ ПРИЛОЖЕНИЕ К ЗАДАЧАМ ПРОЕКТИРОВАНИЯ И
ПОДГОТОВКИ ОПЕРАТОРОВ**

05.02.05 – роботы, мехатроника и робототехнические системы,
05.13.01 – системный анализ, управление и обработка информации
(в технических системах)

АВТОРЕФЕРАТ

**диссертации на соискание ученой степени
доктора технических наук**



Москва 2002

Официальные оппоненты:

С.Л.Зенкевич,

В.М.Лохин,

А.В.Синёв.

Российский государственный научно-исследовательский центр подготовки космонавтов (К).

2 июля 2002 г.в 14 30 на

Д212.141.02 при Московском
итете им.Н.Э.Баумана по адресу:

Библиотеке МГТУ им.Н.Э.Бау.

002 г.

В.А.Иванов

#15
БИБЛИОТЕКА

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы

Манипуляционные роботы (МР) – основные рабочие органы многих современных и перспективных промышленных и специальных робототехнических комплексов. МР отличаются значительным разнообразием. Область применения и спектр выполняемых ими операций непрерывно расширяются, решаемые задачи становятся все более сложными. Примером могут служить МР создаваемой Международной Космической Станции (МКС), где они будут применяться в качестве как вспомогательных, так и основных технических средств: при сборке, техническом обслуживании и др.

МР включают многозвенные пространственные исполнительные механизмы (ИМ), системы следящих приводов, системы управления приводами и представляют собой сложные многомерные динамические системы. Требования к динамике и качеству управления МР постоянно возрастают. Удовлетворить эти требования можно только при адекватном учете динамических свойств МР и факторов, оказывающих влияние на динамику и процессы управления МР, и обеспечения требуемых показателей качества управления как на этапах проектирования, так и при эксплуатации МР.

Однако, этому препятствуют следующие проблемы *теоретического* плана:

1. *Сложность получения и громоздкость уравнений динамики ИМ МР в развернутой форме записи.* Развернутые уравнения ИМ чрезвычайно громоздки и включают множество параметров. Получение вручную развернутых уравнений многозвенных ИМ МР, особенно с учетом упругих деформаций звеньев, при размещении МР на нежестких и подвижных основаниях (что характерно для многих операций МР), а также анализ полученных таким способом уравнений являются неразрешимыми проблемами. Описать динамику ИМ можно только при использовании специальных приемов, позволяющих либо полностью автоматизировать выкладки, либо формировать уравнения и выполнять их преобразования в компактном виде.

2. *Многомерная динамика систем управления МР.* Динамические процессы, протекающие при управлении МР, описываются системами взаимосвязанных нелинейных дифференциальных уравнений высокого порядка. Общее число параметров уравнений может достигать сотен. Эти обстоятельства являются серьезным препятствием при анализе динамики и расчете систем управления (СУ) МР. Исследования же в области многомерной динамики СУ МР не получили достаточного развития. Недостаточность знаний о многомерной динамике МР и методах ее

исследования являются факторами, препятствующими достижению требуемого качества процессов управления этими системами.

К настоящему времени предложено много подходов к решению отмеченных выше проблем теории МР.

В области *математического описания* ИМ МР необходимо отметить работы А.Г.Овакимова, Г.В.Коренева, Ф.М.Черноуцко, C.S.G.Lee, B.H.Lee, M.E.Kahn, R.P.Paul, G.Rodriguez, W.Sunada, S.Dubowsky и др. (в том числе – работы автора), предложивших различные методы получения уравнений в замкнутой (аналитической) форме, а также Ю.А.Степаненко, А.Ф.Верещагина, Ф.М.Кулакова, J.Y.S.Luh, A.Fijany, A.K.Bejczy, M.W.Walker, D.E.Orin, J.M.Hollerbach, J.O.King, V.G.Gourishankar, W.G.Book, S.R.Dillon, A.Liegeois, W.Khalil, M.Vucobratovic, J.L.S.Neto, A.E.C.Pereira, D.E.Rosenthal, M.A.Sherman и др., разработавших специальные алгоритмы моделирования динамики ИМ МР на ЭВМ (алгоритмическая форма моделей). Замкнутая форма уравнений особенно полезна при анализе и синтезе систем управления МР. Однако аналитические модели, как правило, имеют высокую вычислительную трудоемкость, что затрудняет их применение при наличии ограничений на время вычислений (например, при расчете управляющих сигналов, в тренажерах, средствах отработки подсистем и элементов МР, в системах подготовки и сопровождения роботизированных операций). Алгоритмические модели, напротив, более экономичны по времени вычислений, однако, они не предоставляют достаточных возможностей для проведения аналитических исследований. Многие из известных методов позволяют моделировать только такие ИМ, все звенья которых – абсолютно твердые тела. Различные модели МР ориентированы на решение различных задач. В них используются разные расчетные схемы и разные наборы исходных данных, что затрудняет их совместное использование в рамках одной проектной задачи или на разных этапах проектирования и эксплуатации МР.

При формировании моделей ИМ стремятся не только избежать развернутых выражений, но и сократить при этом запись. Широкое распространение получили матрицы (4×4) , с помощью которых были впервые получены уравнения динамики ИМ МР в замкнутой форме (на базе уравнений Лагранжа 2-го рода – M.E.Kahn, R.P.Paul и др.). В методе, предложенном автором, используется математический аппарат блочных матриц размерности $(3n \times 3n)$. С помощью блочных матриц были получены в общем виде в замкнутой форме одни первых уравнений динамики ИМ с вращательными парами (на базе уравнений Ньютона-Эйлера).

Большой вклад в исследование *динамики* МР внесли Н.А.Лакота, В.С.Кулешов, В.С.Ястребов, В.Н.Шведов, В.В.Козлов, А.С.Ющенко, П.Д.Крутько, H.Kaserooni, J.Balkoviclus, J.Guo и др. Общие вопросы

динамики многомерных динамических систем рассматривали М.В.Мееров, В.Т.Морозовский, Е.И.Баранчук, J.M.E.Valenca, C.J.Hartis, C.A.Desoer, Y-T.Wang, H.Rosenbrock, A.G.J.MacFarlane. Однако, во многих работах рассмотрение проблемы ограничено уровнем отдельно взятых приводов (ОВП) и не учитываются особенности многомерной динамики МР. В других работах рассматриваются только МР с конкретной кинематической схемой и поэтому в них отсутствуют методики, выводы и предложения общего плана. Работы по общей теории, напротив, не учитывают особенности МР.

Таким образом, различные методы, обладая определенными достоинствами, имеют и недостатки, которые затрудняют их практическое применение. Поэтому актуальным является развитие теоретических основ моделирования и анализа динамики МР.

Решение проблем теории открывает возможность для создания научно обоснованных *практических приложений*. Здесь основное внимание разработчиков направлено на создание программно-математических средств автоматизации инженерных расчетов (В.С.Медведев, П.Б.Слиде, Е.А.Котов, Л.П.Скворцов, А.И.Максимов, В.Г.Бойков, V.Potkonjak, A.Obrach, S.Myers, R.H.Middleton, R.J.Evans и др.). Однако в подобных системах не предъявляются специальные требования к скорости вычислений. Моделирование же в реальном масштабе времени имеет существенную специфику, обусловленную ограничением вычислительной мощности ЭВМ. При моделировании в реальном масштабе времени часто прибегают к существенным упрощениям, либо применяют специальные оптимизирующие вычислительные алгоритмы (А.В.Яскевич). Особенные трудности возникают при моделировании в реальном масштабе времени МР с упругими звеньями ИМ. Кроме того, общим недочетом известных приложений является недостаток внимания, уделяемого информационному и методическому обеспечению задач моделирования.

Поэтому разработка научно обоснованных предложений по структуре и алгоритмам функционирования систем автоматизации динамического синтеза и анализа СУ МР, а также систем моделирования МР также является актуальной проблемой.

Целью работы является развитие теоретических основ моделирования и анализа динамики МР, исследование многомерной динамики СУ МР, приложение теоретических результатов к задачам проектирования исполнительных систем и подготовки операторов МР.

Основные задачи исследований состоят в следующем:

– развитие метода построения моделей ИМ на основе математического аппарата блочных матриц ($3n \times 3n$) с целью обеспечения возможности формирования на единой основе одновременно аналитических и алгоритмических моделей динамики ИМ МР в общем виде при детальном

учете параметров ИМ, в том числе – упругих звеньев ИМ, при размещении МР на подвижном и нежестком основании;

- получение с использованием разработанного метода нелинейных и линеаризованных уравнений динамики ИМ МР в замкнутой форме, анализ уравнений;
- разработка рекурсивных алгоритмов расчета коэффициентов уравнений ИМ МР, в том числе – для вычислений в реальном масштабе времени;
- развитие теории и методов исследования многомерной динамики исполнительных систем управления (СУ) МР; выявление характерных свойств МР как многомерных динамических систем;
- разработка математических моделей и методов исследования многомерной динамики МР с учетом упругих свойств звеньев, при контакте МР с внешними объектами, при работе МР в составе обратимых систем;
- выработка на основе полученных теоретических результатов рекомендаций по построению систем автоматизации динамических расчетов следящих приводов МР;
- выработка на основе полученных теоретических результатов рекомендаций по построению систем моделирования управляемого движения МР, в том числе – в реальном масштабе времени (МСПВ);
- выработка рекомендаций по созданию средств подготовки операторов космических МР как в аппаратно-программной части, так и в части систем информационного (СИО) и методического обеспечения.

Методы исследований

В работе использованы методы теоретической механики (уравнения Ньютона, Эйлера, Лагранжа 2-го рода), методы теории автоматического управления одномерных и многомерных динамических систем, методы динамического синтеза автоматических систем, линейной алгебры, объектно-ориентированного программирования, математический аппарат матриц (3×3) и блочных матриц ($3n \times 3n$).

Научная новизна работы состоит в создании нового эффективного метода моделирования кинематики и динамики ИМ МР на основе математического аппарата блочных матриц, в развитии методов анализа и расчета многомерной динамики МР, выявлении характерных свойств МР как многомерных динамических систем, в научно обоснованном приложении полученных теоретических результатов к задачам проектирования СУ МР и задачам подготовки операторов.

Достоверность результатов обеспечена строгостью выполнения выкладок и преобразований, проверкой наиболее ответственных выкладок с применением альтернативных форм записи (блочных матриц и матриц

(3х3)) и разных методов выполнения преобразований (уравнения Ньютона-Эйлера, уравнения Лагранжа 2-го рода), возможностью контроля на каждом этапе решения задачи, присущей самим предлагаемым методам, а также результатами математического моделирования и экспериментальными данными.

Практическая ценность состоит в следующем:

- теоретические результаты (метод моделирования ИМ МР, нелинейные и линеаризованные уравнения динамики МР, методы анализа, критерии устойчивости многомерных СУ МР) получены в общем виде и доведены до инженерных методик; на их основе построены вычислительные алгоритмы (формирование нелинейных и линеаризованных моделей ИМ МР, динамический синтез отдельно взятых приводов и анализ ЧХ многомерных исполнительных СУ МР), удобные для программирования;
- результаты исследований (структура уравнений, динамические свойства многомерных исполнительных систем МР) также носят общий характер и в то же время непосредственно приближены к расчетным параметрам, что позволяет использовать их непосредственно в практике динамического синтеза приводов МР и исследованиях по динамике МР;
- по основным теоретическим положениям выработаны рекомендации по использованию; многие из них опробованы на практике: при разработке аналого-цифровой модели динамики МР, при создании МСРВ – инвариантной системы моделирования динамики и процессов управления МР в реальном масштабе времени на базе сети IBM PC, а также программных комплексов ПСП (Проектирование Следящих Приводов – Гос.ФАП СССР, рег.№П008061) и ПАМ (Подсистема автоматизации моделирования следящих приводов – Гос.ФАП СССР, рег.№П008062).

На базе разработанных систем моделирования под руководством автора в РГНИИЦПК им.Ю.А.Гагарина созданы функционально-моделирующие стенды для подготовки операторов космических манипуляционных роботов – стенд «Имитатор СБМ» (1992 г.) с системами информационного и методического обеспечения и функционально-моделирующий стенд ФМС-2 (2000 г.).

Отдельные результаты использованы в учебном процессе по специальности 21.03.00 в МГТУ им.Н.Э.Баумана, и содержатся в двух учебниках для ВУЗов: С.Л.Зенкевич, А.С.Ющенко «Управление роботами. Основы управления манипуляционными роботами» и Е.П.Попов «Теория линейных систем автоматического регулирования и управления».

Результаты, выносимые на защиту

1. Метод построения моделей динамики ИМ МР на основе математического аппарата блочных матриц (3пх3п).

2. Структурные и функциональные свойства введенных блочных матриц; использование этих свойств в аналитических исследованиях и при построении рекурсивных вычислительных алгоритмов.
3. Нелинейные уравнения кинематики и динамики ИМ в замкнутой форме в функции блочных матриц, в том числе с учетом упругих свойств звеньев ИМ и при размещении МР на нежестком и подвижном основании; структура и свойства элементов уравнений.
4. Рекурсивные вычислительные алгоритмы для расчета на ЭВМ кинематических соотношений, а также коэффициентов уравнений динамики ИМ, базирующиеся на представлении блочных матриц в виде конечных сумм («косынка»); алгоритмы охватывают класс ИМ МР с упругими звеньями при размещении МР на нежестком и подвижном основании.
5. Способ линеаризации полных нелинейных уравнений движения ИМ относительно невозмущенной траектории, основанный на использовании свойств блочных матриц; аналитические выражения для расчета коэффициентов уравнений возмущенного движения и алгоритмы расчета коэффициентов этих уравнений.
6. Математические модели, методы исследования и расчета динамики исполнительных СУ МР в линейной постановке как комплекса отдельно взятых приводов, замкнутых по каналам динамического взаимовлияния через общую нагрузку – ИМ.
7. Частотные критерии и методы анализа устойчивости (по Найквисту) МР как многомерных динамических систем; формулировки критериев устойчивости.
8. Асимптотические свойства частотных характеристик исполнительных СУ МР и функций Найквиста.
9. Частотные критерии и методы анализа устойчивости (по Найквисту) исполнительных СУ МР с учетом упругих свойств звеньев ИМ, при работе в составе обратимых систем, при механическом контакте МР с внешним объектом; формулировки критериев устойчивости.
10. Критерии, при удовлетворении которых расчет и исследование многомерной динамики исполнительных систем МР могут быть выполнены с использованием обратных передаточных функций и обратных ЧХ только отдельно взятых приводов.
11. Рекомендации по построению систем автоматизированного динамического синтеза отдельно взятых приводов с использованием обратных логарифмических асимптотических ЧХ (ЛАЧХ); математический аппарат для формализованного описания ЛАЧХ и его применение в процедурах автоматизированного динамического синтеза следящих приводов (СП).

12. Рекомендации по структуре и алгоритмам функционирования систем моделирования МР в реальном масштабе времени (МСРВ), построенных на базе выполненных теоретических разработок.

13. Опыт создания средств подготовки операторов космических манипуляторов.

Реализация результатов работы

Результаты работы внедрены и использованы в РГНИИЦПК им.Ю.А.Гагарина при создании функционально-моделирующих стендов для подготовки операторов манипуляторов МКК «Буря» и Международной Космической Станции, а также используются в учебном процессе по специальности 21.03.00 в МГТУ им.Н.Э.Баумана.

Апробация работы

Основные положения и отдельные результаты работы докладывались и обсуждались на: VI Международном Симпозиуме ИФАК «Управление в пространстве», Цахкадзор, Арм.ССР (1974 г), V Всесоюзном симпозиуме по теории и применению роботов и манипуляторов, Ленинград (1974 г), Третьей Всесоюзной Межвузовской научно-технической конференции «Достижения и перспективы развития технической кибернетики», Киев (1975 г), VI Всесоюзном симпозиуме по теории и применению роботов и манипуляторов, Ленинград (1976 г), VII Международном Симпозиуме ИФАК «Управление в пространстве», Генуя, Италия (1976 г), III Всесоюзной Четаевской конференции по устойчивости движения, Иркутск (1977 г), 29-й научной конференции МИФИ, Москва (1979 г), VIII Всесоюзном совещании по проблемам управления, Таллин (1980 г), Первом советско-югославском семинаре по робототехнике, Москва (1983 г), Всесоюзной научно-технической конференции «Роботы и робототехнические системы», Челябинск (1983 г), Отраслевом семинаре «Проблемы создания и развития САПР, АСТПП, ГПС в отрасли», Москва (1985 г), X Всесоюзном совещании по проблемам управления, Алма-Ата (1986 г), XI Всесоюзном научно-техническом совещании «Создание и внедрение систем автоматического и автоматизированного управления технологическими процессами», Новгород (1986 г), Всесоюзной научно-технической конференции «Автоматизация исследования, проектирования и испытаний сложных технических систем», Калуга (1989 г), III Всесоюзном Симпозиуме «Логическое управление с использованием ЭВМ», Симеиз (1990 г), Международной научно-практической конференции «Профессиональная деятельность космонавтов и пути повышения ее эффективности», Звездный городок (1993 г), 2-й Международной научно-практической конференции «Информатизация подготовки и профессиональной деятельности операторов аэрокосмических систем»,

Звездный городок, (1995 г), 3-й Международной научно-практической конференции «Пилотируемые полеты в космос», Звездный городок (1997 г), 4-й Международной научно-практической конференции – «Пилотируемые полеты в космос» (2000 г), на XXVI Академических чтениях по космонавтике (2002 г).

Публикации

По теме диссертации опубликованы 47 научных работ, из них 3 монографии.

Структура и объем диссертации

Диссертационная работа состоит из введения, 9 глав, заключения, списка литературы из 141 наименования. Работа выполнена на 329 страницах машинописного текста, содержит 152 рисунка и 31 таблицу.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность темы, указывается место диссертационной работы среди работ других авторов, формулируется цель работы, перечисляются решаемые задачи и результаты, выносимые на защиту.

Главы 1 – 3 посвящены разработке метода построения моделей ИМ МР на основе математического аппарата блочных матриц, а также формированию с его помощью аналитических моделей ИМ МР с жесткими и упругими звеньями, разработке рекурсивных алгоритмов формирования моделей ИМ МР на ЭВМ.

Глава 1. Математические модели кинематики и динамики ИМ с жесткими звеньями. Метод построения моделей ИМ МР на основе математического аппарата блочных матриц

Здесь ИМ МР рассматривается как механизм с открытой кинематической цепью, состоящей из n звеньев, представляющих собой абсолютно твердые тела. Определены обобщенные координаты q_i ИМ, а также системы координат (СК), геометрические и инерционные параметры ИМ. Основание ИМ считается неподвижным. С использованием 3-мерных векторов и матриц получены кинематические соотношения для определения векторов линейных координат точек на звеньях ИМ, линейных и угловых скоростей и ускорений. Показано, что эти же выражения можно записать в более компактном виде без индексов и операторов суммирования, если перейти к блочным векторам и матрицам. Так, выражения для расчета

координат точек на звеньях (блочный вектор t), угловых (блочный вектор ω) и линейных скоростей (блочный вектор V) приобретают вид

$$\begin{cases} t = r + \tau \hat{l} \\ \omega = C q \\ V = D q \end{cases} \quad (1)$$

Здесь q – вектор обобщенных координат ИМ,

$$\tau = T^T U T$$

– блочная нижняя треугольная матрица с элементами – матрицами перехода между СК звеньев. В этой матрице U – нижняя блочная треугольная матрица; T – блочная матрица диагонального вида, элементы которой (τ_{0i}) – матрицы перехода от связанных СК к инерциальной СК. Вид матриц C и D определяется выражениями

$$C = \tau v \sigma;$$

$$D = \tau v (I - \sigma) - (\Lambda(r) + \tau \Lambda(\hat{l})) \tau v \sigma.$$

В последнем выражении I – единичная матрица ($n \times n$). Компоненты блочных векторов r и $\hat{l}$ – это (3×1) векторы координат центров масс и длин звеньев (с учетом перемещений в поступательных парах), соответственно; v и σ – блочные матрицы диагонального вида с элементами – векторами v_i проекций ортов осей шарниров на оси соответствующих связанных СК, а также переменными σ_i , принимающими значения 0 или 1 в зависимости от того, является ли шарнир i поступательным или вращательным. $\Lambda(\cdot)$ обозначена блочная диагональная матрица, элементы которой $\lambda_{(i)}$ – кососимметрические матрицы (3×3) в записи операций векторного перемножения с участием соответствующих элементов рассматриваемого блочного вектора. Обратный штрих в верхнем индексе означает дифференцирование по времени.

С использованием блочных матриц выведены в общем виде уравнения динамики ИМ. Вывод основан на уравнениях Ньютона и Эйлера. Применение блочных матриц существенно облегчает выкладки. С помощью блочных матриц динамику многозвенного ИМ можно описать одним уравнением:

$$A \ddot{q} + b = \mu_0 + C^T M_s + D^T F_s, \quad (2)$$

в котором

$$A = C^T J C + D^T M D \quad (3)$$

– матрица инерционных коэффициентов и

$$b = C^T \{ J \tau \Lambda(\omega) v \sigma q + \Lambda(\omega) J \omega \} + \\ D^T M \{ -R_l \omega - R \tau \Lambda(\omega) v \sigma q + 2 \tau \Lambda(\omega) v (I - \sigma) q \} \quad (4)$$

– вектор центробежных и кориолисовых сил являются явными функциями блочных матриц.

Векторы μ_0 , M_0 , F_0 включают силы и моменты приводов, внешние силы и внешние моменты. В выражениях (3) и (4) J – блочная матрица диагонального вида, составленная из тензоров инерции отдельных звеньев; M – блочная матрица диагонального вида, составленная из масс звеньев. В формуле (4) приняты следующие обозначения

$$R = \Lambda(r) + \tau \Lambda(\hat{l}),$$

$$R_l = \tau \Lambda(\omega) \Lambda(\hat{l}) + \Lambda(\omega) \Lambda(r).$$

Достоинством уравнений (1), (2), (3) и (4) является компактность и хорошая структурированность. Коэффициенты этих уравнений являются явными функциями нескольких постоянных блочных матриц геометрических и инерционных параметров звеньев (диагонального вида) и лишь одной функциональной матрицы τ .

Блочные матрицы впервые были предложены автором в 1974г. для описания ИМ с вращательными парами. Впоследствии совместно с А.С.Ющенко и В.С.Медведевым с помощью блочных матриц были получены уравнения ИМ, включающих как вращательные, так и поступательные пары.

В работе показано, что блочные матрицы имеют специфическую структуру. Так, матрица τ может быть представлена в виде суммы из n матриц Y в степени от 0 до $n-1$:

$$\tau = \sum_{j=0}^{n-1} Y^j,$$

где Y – первая блочная поддиагональ матрицы τ , причем

$$Y^{s+1} = Y Y^s.$$

Матрица τ имеет обратную блочную матрицу

$$\tau^{-1} = E - Y,$$

где E – единичная блочная матрица соответствующей размерности.

На основе представления матрицы τ в виде суммы матриц Y^j в работе получены формулы для матриц C и D также в виде сумм блочных матриц:

$$C = \sum_{j=0}^{n-1} Y^j \nu \sigma,$$

$$D = \sum_{j=0}^{n-1} Y^j \nu(1-\sigma) - \Lambda(r) \sum_{k=0}^{n-1} Y^k \nu \sigma - \sum_{k=1}^{n-1} \Lambda\left(\sum_{j=1}^k Y^j \hat{I}\right) Y^k \nu \sigma.$$

Из этих формул выведены соотношения для расчета отдельных элементов блочных матриц C и D , которые устанавливают геометрический смысл элементов матриц C и D и, как следствие, элементов матрицы A . Отмеченные свойства блочных матриц предоставляют возможность для простой оценки их численных значений, что важно, например, для контроля правильности выполненных расчетов.

Производные блочных матриц T и τ по времени являются явными функциями блочных матриц T и τ :

$$T' = T \Lambda(\omega),$$

$$\tau' = \tau \Lambda(\omega) - \Lambda(\omega) \tau.$$

Производные матриц T и τ по обобщенной координате q_i – явные функции блочных матриц T , τ :

$$\partial T / \partial q_i = T \Lambda(\tau \nu \sigma (\partial q / \partial q_i)),$$

$$\partial \tau / \partial q_i = \tau \Lambda(\tau \nu \sigma (\partial q / \partial q_i)) - \tau \Lambda(\tau \nu \sigma (\partial q / \partial q_i)).$$

Для вычисления производных блочных матриц по времени и по обобщенным координатам не требуется производить численное дифференцирование.

Отмеченные свойства удобно использовать при проведении аналитических исследований, а также при выводе уравнений ИМ на базе уравнений Лагранжа 2-го рода, что важно, например, при моделировании упругих звеньев методом конечного элемента (МКЭ) или модальным методом (ММ), а также при программировании для ЭВМ.

Линеаризация уравнений динамики ИМ МР и блочные матрицы. Линеаризация – одна из распространенных процедур при анализе и синтезе динамики систем автоматического управления. Линеаризация состоит в расчете частных производных уравнений движения по обобщенным координатам и их производным. Из-за громоздкости развернутых уравнений ИМ МР выполнение этой процедуры обычным способом сопряжено с существенными трудностями. Применив блочные матрицы, процедуру линеаризации удастся значительно упростить и формализовать. К примеру, выражение для приращения вектора $C^T M_*$ имеет вид

$$\delta(C^T M_*) = \sigma^T \Lambda(\tau^T M_*)C + C^T \delta M_*.$$

Аналогичный вид имеют и другие линеаризованные элементы уравнений ИМ МР.

Глава 2. Алгоритмы формирования моделей ИМ с жесткими звеньями

В работе предложены две разновидности алгоритмов: основанные на представлении блочных матриц в виде сумм («косынка») и на свойствах обратной блочной матрицы τ (прямая и обратная рекурсии).

Алгоритмы «косынка». Эти алгоритмы строятся по рекуррентной схеме. Так, расчет матрицы C состоит в выполнении $n-1$ цикла:

$$C^0 = v\sigma, C^{j+1} = \gamma C^j.$$

Формирование матрицы C происходит как бы по слоям (блочные поддиагонали этой матрицы). Так же по слоям формируется и матрица D . Графическое изображение этих алгоритмов напоминает по внешнему виду сложенный по диагонали платок (косынку). Поэтому автор предложил называть эти алгоритмы «косынкой». При известных значениях элементов этих матриц, вычисление матриц уравнений (1), (2), (3) и (4) затруднений не вызывает.

В работе предложены алгоритмы «косынка» для расчета кинематических соотношения, центробежных и кориолисовых сил, для вычисления векторов приведенных к шарнирам сил и моментов, а также для вычисления коэффициентов уравнений (2). Так, например, матрица A рассчитывается по алгоритму

```

for(k=0;k<n ;k++)
  for(i=k;i<n; i++)
    for(j=0;j<n-i;j++){
      l=i+j;
      A(k)(j) = A(k)(j)+ DT(i-k)(j+k)* m(l)*D(i)(j)+
      CT(i-k)(j+k)*I(l)*C(i)(j);
    }

```

Здесь $C(i)(j)$, $D(i)(j)$ – j -е элементы i -й поддиагонали матриц C , D соответственно, $I(l)$, $m(l)$ – тензор инерции и масса l -го звена ИМ.

Анализ показывает, что алгоритмы «косынка» компактны как по объему кода программы для ЭВМ, так и по количеству производимых вычислений. К примеру, для расчета матрицы C требуется $9n(n-1)/2$ умножений и $6n(n-1)/2$ операций сложения. Для расчета матрицы D – $21n(n-1)/2$ умножений и $18n(n-1)/2$ сложений.

Алгоритмы прямой и обратной рекурсии удобно рассмотреть на примере вычисления угловых скоростей звеньев ИМ. Выражение

$$C q' = \tau v \sigma q'$$

представим в виде

$$(E-Y) (C q') = v \sigma q'.$$

Матрица $E-Y$ включает только главную блочную диагональ и первую блочную поддиагональ. Поэтому последнее выражение эквивалентно системе из $n-1$ рекуррентных соотношений для расчета всех элементов вектора $C q'$, начиная с первого. Подобные соотношения в литературе получили название «прямых уравнений», а метод вычислений, производимых с их помощью, – методом прямой рекурсии. Аналогично вычисляются все прочие блочные векторы, в записи которых присутствует матрица τ (линейные координаты, скорости и ускорения звеньев).

В уравнениях динамики ИМ блочные матрицы присутствуют также в транспонированном виде. В работе составлены алгоритмы расчета всех выражений такого вида. Для примера рассмотрим алгоритм вычисления вектора

$$C^T M_e = \sigma^T v^T \tau^T M_e.$$

Воспользуемся тем, что выражение для M_e можно представить так

$$(E-Y)^T (\tau^T M_e) = M_e.$$

Матрица $(E-Y)^T$ включает только главную блочную диагональ и первую блочную наддиагональ. Поэтому $(E-Y)^T$ можно рассматривать как оператор для записи рекуррентных соотношений для расчета элементов вектора ${}^T M_n$, начиная с последнего, по известному вектору в правой части уравнения. Подобные соотношения получили название «обратных уравнений», а соответствующие этим уравнениям вычислительные алгоритмы называют алгоритмами обратной рекурсии. Для расчета ${}^T M_n$ после выполнения обратной рекурсии нужно спроецировать полученный вектор на оси Z_i СК, связанных со звеньями ИМ.

Для расчета коэффициентов матрицы A процедуры прямой и обратной рекурсии повторяются n раз при поочередном задании единичных ускорений в каждом из шарниров.

Таким образом, блочные матрицы являются своеобразными операторами записи алгоритмов «косынка» и алгоритмов прямой и обратной рекурсии.

Глава 3. Аналитическая и алгоритмическая модели ИМ с упругими звеньями

Проблема «упругих звеньев» существует практически для всех МР, поскольку естественным является стремление разработчиков МР уменьшить массу элементов конструкции. Звенья же после этого перестают быть достаточно жесткими. Особенно актуальной эта проблема является для космических МР (КМР).

Отмечается вклад, внесенный в исследования динамики упругих ИМ многими отечественными и зарубежными авторами (Л.Д.Акуленко, Ф.Л.Черноусько, Е.В.Пахманов, W.H.Sunada, A.A.Shabana, M.Vukasovic, E.Bayo, P.T.L.M.Woerkm, J.J.Wijker, J.Rauh, W.Schiehlen, P.Kopacek, P.Lugner и др.).

В диссертации развит подход к построению моделей ИМ с упругими звеньями, основанный на использовании блочных матриц. Рассматриваются уравнения динамики ИМ с упругими звеньями в форме МКЭ и ММ. Уравнения учитывают инерционные характеристики звеньев и их изменение при деформации. Как и уравнения «жестких» ИМ, уравнения «упругих» ИМ в замкнутой форме компактны, хорошо структурированы. Главное внимание уделено описанию ИМ с упругими звеньями в форме ММ. Алгоритмическая форма уравнений в форме ММ является аналогом алгоритма, предложенного V.G.Gourishankar, J.O.King и V.G.Rink, но отличается от него примененным математическим аппаратом (блочные матрицы вместо векторных соотношений), что позволило получить уравнения в замкнутой форме, а также алгоритмами вычислений.

Уравнения, полученные в форме ММ, имеют вид:

$$\begin{cases} A_{qq} \ddot{q} + A_{q\psi} \ddot{\psi} + f_q = Q_q \\ A_{\psi q} \ddot{q} + A_{\psi\psi} \ddot{\psi} + f_\psi = Q_\psi - \frac{\partial P}{\partial \psi} \end{cases} \quad (5)$$

Здесь ψ – вектор модальных координат; $A_{qq}, A_{q\psi}, A_{\psi\psi}$ – элементы блочной матрицы инерционных коэффициентов; Q_q, Q_ψ – векторы обобщенных сил, $\frac{\partial P}{\partial \psi}$ – вектор частных производных потенциальной энергии деформации отдельных звеньев по модальным координатам; f_q, f_ψ – векторы центробежных и кориолисовых сил. Уравнения выведены в форме Лагранжа 2 рода. Необходимые для выполнения этой процедуры производные блочных матриц вычислены аналитически.

Показано, что структура полученных уравнений ИМ с упругими звеньями во многом аналогична уравнениям жестких ИМ. Поэтому при моделировании динамики МР с упругими звеньями можно использовать те же приемы (дифференцирование, линеаризация) и алгоритмы вычислений (прямая-обратная рекурсии, косынка), которые применяются и для ИМ с жесткими звеньями. Так, например, элементы матрицы инерционных коэффициентов имеют вид

$$\begin{cases} A_{qq} = D^T M D + C^T J C + C^T \Lambda(e\psi) D - D^T \Lambda(e\psi) C \\ A_{\psi q} = D_\psi^T \{ M D - \Lambda(e\psi) C \} + C_\psi^T \{ J C + \Lambda(e\psi) D \} + e^T D + \{ h^T + (f^* \psi)^T \} C \\ A_{q\psi} = A_{\psi q}^T \\ A_{\psi\psi} = D_\psi^T M D_\psi - D_\psi^T \Lambda(e\psi) C_\psi + C_\psi^T \Lambda(e\psi) D_\psi + C_\psi^T \{ h + (\psi^* f) \} + \\ + \{ h^T + (f^* \psi)^T \} C_\psi + e^T D_\psi + D_\psi^T \psi e + C_\psi^T J C_\psi + i. \end{cases} \quad (6)$$

Элементы матрицы инерционных коэффициентов являются функциями блочных матриц массогабаритных параметров жестких звеньев, а также блочных векторов, составленных из изменений тензоров инерции звеньев, вызванных деформациями. В формулах (6) матрицы C_ψ и D_ψ по структуре аналогичны матрицам C и D ИМ с жесткими звеньями и связывают между собой производные по времени модальных координат и линейные или угловые скорости звеньев ИМ в декартовых координатах:

$$D_{\psi} = (\tau - E)\hat{X} - R(\tau - E)\hat{\Phi}, \quad (7)$$

$$C_{\psi} = (\tau - E)\hat{\Phi}$$

В выражениях (6) и (7) обозначены $e, h, f, t, \hat{X}, \hat{\Phi}$ - блочные матрицы модальных коэффициентов звеньев соответствующей размерности; «*» - символ операции умножения компонент блочных векторов на соответствующие компоненты «обычных» векторов. В выражении (7) матрица R имеет вид

$$R = \tau\Lambda(\hat{I}) + \Lambda(r) + (\tau - E)\Lambda(\hat{X}\psi)$$

и отличается от аналогичного выражения для ИМ с жесткими звеньями на величину $(\tau - E)\Lambda(\hat{X}\psi)$, отражающую влияние упругих деформаций.

Алгоритмы расчета коэффициентов уравнений ИМ с упругими звеньями аналогичен жесткому ИМ. Вначале по алгоритму «косынка» строятся матрицы C и D . Затем «собирается» матрица A_{qq} путем перемножения D и C с весовыми множителями $M, J, \Lambda(e\psi)$, а именно: $D^T M D, C^T J C, C^T \Lambda(e\psi) D, D^T \Lambda(e\psi) C$.

После этого рассчитываются матрицы C_{ψ}^T, D_{ψ}^T . Матрица C_{ψ} по структуре аналогична матрице C . Поэтому

$$C_{\psi} = \sum_{j=1}^{n-1} Y^j \hat{\Phi}.$$

Первое слагаемое в матрице D_{ψ} аналогично C_{ψ} . Второе слагаемое в матрице D_{ψ} имеет вид, аналогичный матрице D :

$$D_{\psi} = -\Lambda(\hat{I} + r) \sum_{k=1}^{n-1} Y^k \hat{\Phi} - \sum_{k=1}^{n-1} \Lambda \left\{ \sum_{j=1}^k Y^j (\hat{I} + \hat{X}\psi) \right\} Y^k \hat{\Phi},$$

поэтому алгоритм ее расчета приводится к алгоритму расчета матрицы D . После этого по алгоритму «косынка» собираются матрицы $A_{\psi q}$ и $A_{\psi \psi}$.

Далее производится расчет векторов центробежных и кориолисовых сил f_q и f_{ψ} . Для этого можно применить любой из алгоритмов, предоставляемый аппаратом блочных матриц («косынка» или алгоритмы

прямой и обратной рекурсии). Учитывая, что уже сформированы матрицы C и D , D_ψ и C_ψ , более компактный код получается у программы, реализующей «косынку».

Сравнительно невысокий порядок уравнений ИМ в форме ММ в сочетании с быстродействующими вычислительными алгоритмами создают необходимые предпосылки для моделирования МР в реальном масштабе времени.

Благодаря использованию свойств блочных матриц в работе установлен геометрический смысл элементов матриц математических моделей ИМ с упругими звеньями, что позволяет для фиксированных конфигураций ИМ выполнить расчет этих матриц вручную. Это полезно для проверки аналитических выражений, оценки численных значений элементов этих матриц и в предварительных расчетах. Описан переход от уравнений в замкнутой форме к рекурсивным алгоритмам.

На основании результатов исследований, выполненных в главах 1 – 3, высказываются рекомендации по применению разработанных моделей при решении разных задач динамики ИМ и МР, по методике исследований с учетом особенностей структуры и свойств выведенных в работе уравнений динамики. В частности, представлены рекомендации по использованию уравнений для исследования динамики МР на подвижном и нежестком основаниях, сочетанию различных методов представления упругих звеньев (для обеспечения более точного соответствия экспериментальных и расчетных данных).

Главы 4 – 7 посвящены исследованию динамики систем управления МР. В этой части работы рассматриваются вопросы теории, разработки моделей и методов исследования многомерной динамики, главным образом, исполнительных систем управления (ИСУ) МР, под которыми понимаются системы следящих приводов шарниров. Кроме того, исследуются проблемы устойчивости при работе МР в составе обратимых систем двустороннего действия (ДСД), при контактном взаимодействии МР с внешними объектами.

Глава 4. Модели динамики ИСУ МР с жесткими звеньями

Линеаризация уравнений (2) в окрестности некоторой точки $q^* = \text{const}$ дает следующую систему уравнений

$$\begin{cases} A\delta\ddot{q} + c\delta\dot{q} = \delta\mu_0 + \delta\mu_B \\ \delta\mu_B = C^T\delta M_e + D^T\delta F_e. \end{cases} \quad (8)$$

Здесь

$$c = \partial(C^T M_B + D^T F_B) / \partial q$$

– матрица частных производных; δ – символ приращения. Система приводов описана следующим образом:

$$\delta \mu_0 = W_m(p)(\delta q^* - \beta \delta q) + W_c(p)p \delta q, \quad (9)$$

где $W_m(p)$ – матричная передаточная функция диагонального вида, связывающая точки, в которых определяются ошибки слежения и моменты (или силы) на выходах приводов; $W_c(p)$ – матричная передаточная функция, связывающая производные выходных координат приводов и моменты (или силы) на выходах приводов; β – матрица диагонального вида, используемая для записи уравнений приводов в замкнутом ($\beta_i = 1$) или разомкнутом ($\beta_i = 0$) состояниях.

Совместив уравнения (8) и (9), получим уравнения возмущенного движения ИСУ МР:

$$(Ap^2 + W_c(p)p + W_m(p)\beta + c)\delta q = W_m(p)\delta q^* + \delta \mu_B.$$

Последнее уравнение можно переписать так

$$W^{-1}(p)\delta q = \delta q^* + W^{-1}_m(p)\delta \mu_B,$$

где $W^{-1}(p)$ – обратная матричная передаточная функция ИСУ МР. $W^{-1}(p)$ не является матрицей диагонального вида. Поэтому диагональные элементы матричной передаточной функции $W(p)$ не равны в общем случае обратным значениям диагональных элементов матрицы $W^{-1}(p)$. Это значит, что расчеты, основанные только на использовании обратных передаточных функций приводов МР, как диагональных элементов передаточных матриц $W^{-1}(p)$ (что соответствует рассмотрению динамики МР на уровне ОВП), не являются достаточно обоснованными и требуют проведения исследований ИСУ МР как многомерной динамической системы.

Глава 5. Динамика многомерной ИСУ МР. Методика исследований и критерии

В работе развит подход к анализу многомерной динамики МР на основе частотных методов. ИСУ МР представляется в виде ОВП, взаимодействующих через общую нагрузку – ИМ. Одно из достоинств такого подхода – преодоление проблемы размерности. Кроме того, при этом сохраняется преимущество с результатами динамического анализа и

синтеза ОВП, для которых существуют эффективные инженерные методики расчетов. Показано, что уровень взаимовлияния ОВП зависит от того, насколько и в какой области частот матрица

$$H(j\omega) = W_c(j\omega)j\omega + W_m(j\omega)\beta - A\omega^2 + c$$

является диагонально-доминантной (ДД). Здесь и ниже ω – круговая частота. В низкочастотной области условие ДД (УДД) матрицы $H(j\omega)$, как правило, выполняется за счет высоких коэффициентов передачи приводов по моменту. В высокочастотной области среди всех слагаемых матрицы $H(j\omega)$ доминирует $A\omega^2$. В этой области УДД выполняется, если значения диагональных элементов матрицы A намного превосходят значения ее недиагональных элементов. Это возможно, например, при больших передаточных числах редукторов, массивных роторах двигателей и при идеальных механических передачах. При выполнении УДД расчет динамики приводов шарниров может базироваться на рассмотрении ИСУ как комплекса ОВП. Если УДД нарушены, ИСУ МР необходимо рассматривать как многомерную динамическую систему.

В работе предложен критерий выполнения УДД. Критерий основан на рассмотрении соотношений между модулями диагональных и недиагональных элементов матрицы $H(j\omega) = W_c(j\omega)j\omega + W_m(j\omega)\beta - A\omega^2$ или матрицы $W^{-1}(j\omega)$. При рассмотрении матрицы $H(j\omega)$ УДД удовлетворяются, если выполняются следующие соотношения:

$$\begin{cases} \min \varepsilon(\omega) \leq \varepsilon(\omega) \leq \max \varepsilon(\omega) \\ \max \varepsilon(\omega) = f_1 \left(\max_{i,j(j \neq i)} |H_{ij}(\omega)| / |H_{ii}(\omega)| \right) \\ \min \varepsilon(\omega) = f_2 \left(\max_{i,j(j \neq i)} |H_{ij}(\omega)| / |H_{ii}(\omega)| \right). \end{cases} \quad (10)$$

При этом величина искажения амплитудной ЧХ любого ОВП не превышает $\varepsilon(\omega)$. В формулах (10) через f_1 и f_2 обозначены функции от $\max_{i,j(j \neq i)} |H_{ij}(\omega)| / |H_{ii}(\omega)|$. В работе приведены графики функций f_1 и f_2 для различного числа взаимодействующих приводов.

Во втором случае (при рассмотрении матрицы $W^{-1}(j\omega)$) принимаются во внимание соотношения между модулями диагональных элементов $W^{-1}(j\omega)$ и недиагональными элементами матрицы $W^{-1}_{mi}(j\omega)H_{ij}$. Этот способ более удобен для практического использования, поскольку в его основе – сравнение обратных ЧХ ОВП и ЧХ каналов перекрестных связей в обратной матричной частотной характеристике $W^{-1}(j\omega)$. Однако его применение ограничено условиями существования ЧХ $W^{-1}_{mi}(j\omega)$.

Показано, что если предложенный критерий ДД выполняется, то гарантируется сохранение устойчивости ОВП с учетом взаимовлияния, а ЧХ ОВП не выйдут за границы $+ 3.5 \div - 6$ Дб по амплитуде и $\pm 30^\circ$ по фазе. Нарушение УДД свидетельствует о возможности существенного искажения ЧХ ОВП. При этом ИСУ МР может потерять устойчивость.

Для определения *устойчивости* исполнительный СУ МР в диссертации используется критерий Найквиста. При этом возможны два подхода. В первом из них ИСУ рассматривается как многомерная система, замкнутая по каналам главных обратных связей; во втором – как комплекс ОВП, связанных по каналам динамического взаимовлияния. В силу упомянутых выше причин на практике более предпочтительным является второй подход. В этом случае формулировка критерия устойчивости выглядит так: *исполнительная СУ МР устойчива, если асимптотически устойчивы все замкнутые ОВП, а годограф функции*

$$Q(j\omega) = \det (E + (A_0(j\omega)^2 + W_{*}(j\omega) \beta + W_c(j\omega)(j\omega))^{-1} (A - A_0)(j\omega)^2) - I$$

при изменении ω от $-\infty$ до $+\infty$ не охватывает точку $(-1, j0)$.

В работе представлены многочисленные примеры вычислений ЧХ и функций Найквиста при незначительном и существенном взаимовлиянии, при сохранении и потере устойчивости ОВП с учетом динамического взаимовлияния. В частности, отмечено, что значительное снижение запасов устойчивости наблюдается при ограниченной жесткости редукторов приводов. В связи с этим наличие нежестких редукторов служит поводом к обязательному исследованию ИСУ МР как многомерной динамической системы. Расчеты показывают, что запасы устойчивости ИСУ МР снижаются также при захвате МР массивного груза и вблизи сингулярных конфигураций.

Глава 6. Особенности динамики исполнительных систем МР с упругими звеньями, при работе в составе ДСД, при взаимодействии с внешней средой

Вышеизложенное относится к ИМ с жесткими звеньями. Если же звенья ИМ – упругие тела, возникают дополнительные динамические связи не только между координатами шарниров, но и между координатами шарниров и координатами упругих деформаций. Кроме того, динамические связи возникают и между координатами упругих деформаций. Поэтому динамика ИМ с упругими звеньями более сложна и требует проведения специальных исследований. В работе получены выражения функций Найквиста для указанных случаев.

В предположении, что матрица частных производных потенциальной энергии упругих деформаций и матрица рассеяния энергии в правой части уравнений динамики ИМ с упругими звеньями имеют диагональный вид, функцию Найквиста можно представить в виде:

$$\Delta(p)/\Delta_0(p) - I = \det \left(E + \begin{bmatrix} (A_{0\alpha\alpha}p^2 + W_{\alpha} + W_c p)^{-1} & 0 \\ 0 & (A_{0\psi\psi}p^2 + k + k_1 p)^{-1} \end{bmatrix} (A - A_0) p^2 \right) - I,$$

где $A_{0\alpha\alpha}$ – матрица диагонального вида, составленная из диагональных элементов матрицы $A_{\alpha\alpha}$; матрица $A_{0\psi\psi}$ составлена из диагональных элементов матрицы $A_{\psi\psi}$; A – полная матрица инерционных коэффициентов ИМ с упругими звеньями в уравнениях (5); A_0 – матрица, составленная из диагональных элементов матрицы A ; k – матрица производных потенциальной энергии упругих деформаций; k_1 – матрица рассеяния энергии упругих деформаций. Предполагается, что все ОВП без учета упругих свойств звеньев асимптотически устойчивы.

В работе получены аналогичные выражения для функции Найквиста в случае недиагонального вида матриц производных потенциальной энергии и рассеяния. Алгоритмы вычисления матричных ЧХ МР с упругими звеньями аналогичны соответствующим алгоритмам жестких МР.

Для МР в составе обратимой системы ДСД выражение для функции Найквиста имеет вид

$$\Delta(p)/\Delta_p(p) - I = \det (E + W_u(p) + W_z(p)) - I,$$

где $W_u(p)$, $W_z(p)$ матричные передаточные функции разомкнутых исполнительской и задающей ИСУ МР.

При контактном взаимодействии с внешней средой функция Найквиста имеет вид

$$\Delta_k(p)/\Delta(p) - I = \det \{ E + (Ap^2 + c + W_c(p)p + W_u(p))^{-1} (G^T k G) \} - I,$$

где G – матрица Якоби ИМ (составлена из элементов блочных матриц C и D) в точке ИМ, в которой происходит взаимодействие, k – матрица контактной жесткости взаимодействия. Представленные формулировки являются обобщением критериев устойчивости систем ДСД, предложенных В.С.Кулешовым для одномерных случаев.

По результатам исследований, выполненных в главах 4 – 6, изложены рекомендации по методике исследования и расчета многомерной динамики ИСУ МР. Методика включает как этапы синтез и анализ ОВП.

Главы 7 – 9 посвящены приложению полученных теоретических результатов к задачам проектирования исполнительных систем управления и подготовки операторов.

Глава 7. Автоматизация инженерных расчетов систем следящих приводов МР

Рассмотрены вопросы построения программно-математических средств (ПМС) автоматизации инженерных расчетов следящих приводов (СП) МР. Изложение построено в форме представления нескольких подсистем, разработанных под руководством автора:

- двух подсистем динамического синтеза и анализа ОВП в линейной постановке (ПСП – автоматический динамический синтез СП методом обратных ЧХ, ИГСП – интерактивный графический синтез);
- подсистемы автоматизации моделирования ОВП во временной области (ПИАМ);
- подсистемы анализа динамики системы приводов МР с учетом динамического взаимовлияния (ПАД).

Представленные подсистемы позволяют реализовать инженерную методику синтеза и анализа ИСУ МР, включающую, как этапы, динамический синтез и анализ сначала ОВП в линейной постановке, затем анализ нелинейной динамики синтезированных ОВП, а затем – анализ динамики ОВП с учетом динамического взаимовлияния. Теоретическая основа такого подхода – установленные в предыдущей части свойства многомерной ИСУ МР. При этом в расчетах используются параметры ИМ, рассчитанные по моделям первой части диссертации.

В ПСП и ИГСП реализована получившая широкое распространение методика синтеза ОВП методом обратных ЛАЧХ. Основой для ее применения является предложенное автором формализованное представление ЛАЧХ с k асимптотами в виде вектора

$$L(\omega) = [A_0(\omega)\xi_0, A_1(\omega)\xi_1, \dots, A_{k-1}(\omega)\xi_{k-1}]^T,$$

в котором $A_i(\omega) = H_i \lg \omega + \alpha_i$ – уравнение i -й асимптоты как неограниченной прямой; ξ_i – функция частоты, равная единице в интервале частот, где линия $A_i(\omega)$ есть асимптота ЛАЧХ $L(\omega)$, и равная 0 вне этого интервала; H_i – коэффициент наклона асимптоты, α_i – отрезок, отсекаемый асимптотой на оси амплитуд. На основе такой формализации определены все основные операции над ЛАЧХ (сложение и вычитание, определение значения на заданной частоте, определение частоты, на которой ЛЧХ имеет соответствующее значение, и другие операции). Подобная формализация позволила для типовых желаемых ЛАЧХ и типовых структур приводов реализовать автоматический выбор параметров и ввод необходимой

коррекции. Процедура автоматического динамического синтеза реализована в подсистеме ПСП.

Интерактивный динамический синтез ОВП на основе формализованных ЛАЧХ реализован в подсистеме ИГСП. Здесь формализованному представлению ЛАЧХ поставлен в соответствие графический образ (формально – структура данных, включающая наборы параметров H_i , α_i , ξ_i) и обеспечена связь структур данных формализованного математического представления и графического облика ЛАЧХ. При этом созданию на экране ЭВМ новой ЛАЧХ или изменению ее графического облика (например, выполнение оператором ввода новой асимптоты, или изменение наклона асимптоты) однозначно соответствует изменение формализованного представления и наоборот. За счет этого в ИГСП обеспечена бо́льшая по сравнению с ПСП гибкость.

Подсистема ПАМ предназначена для моделирования нелинейных ОВП во временной области численными методами. В ее основе – формализованное представление ОВП в виде связанных между собой отдельных агрегатов (двигатели, редукторы, корректирующие устройства и др.). Агрегаты (и их уравнения) образуют пополняемую библиотеку. Пользователь ПАМ имеет возможность выбрать агрегаты, ввести их параметры и указать связи между ними. В ПАМ формирование математической модели ОВП по моделям выбранных агрегатов и указанным пользователем связям осуществляется автоматически.

Подсистема ПАД служит для анализа динамических свойств ОВП с учетом их динамического взаимовлияния. ПАД обеспечивает расчет АЧХ и ФЧХ ОВП с учетом и без учета взаимовлияния, расчет АЧХ и ФЧХ каналов перекрестных связей, функций Найквиста в форме ЛЧХ и в виде годографов.

Набор представленных ПМС позволяет ускорить расчеты с учетом многообразия МР и их конструктивных параметров, возможных расчетных схем и проектных действий, изменения параметров ИСУ МР в процессе выполнения операций.

Глава 8. МСРВ – инвариантная система моделирования МР в реальном масштабе времени

Материалы данной главы содержат рекомендации по построению на базе выполненных теоретических исследований систем моделирования МР. Рекомендации изложены в форме представления конкретной системы – МСРВ (моделирующая система реального времени), разработка которой выполнена под руководством автора.

МСРВ обеспечивает моделирование (в том числе – в реальном масштабе времени) динамики, кинематики, алгоритмов и процессов

управления движением МР. МР может быть размещен на подвижном и нежестком основании.

МСПВ инвариантна по отношению к типу и параметрам МР, составу внешнего оборудования. Свойство инвариантности базируется на следующих особенностях МСПВ:

- используются алгоритмы автоматического формирования уравнений ИМ в общем виде (метод блочных матриц);
- выполняется автоматическое формирование уравнений приводов (методика ПАМ);
- в состав МСПВ вводится специальный интерфейс для подключения к МСПВ внешних устройств.

Пользовательский интерфейс МСПВ предоставляет возможность для ввода структуры и параметров ИМ, приводов. Интерфейс внешних устройств обеспечивает связь переменных параметров модели и данных, передаваемых или получаемых через стандартные порты или локальную сеть. В качестве внешних устройств могут использоваться физические и виртуальные макеты МР, пульта управления, графические станции и др.

Структурно МСПВ включает две подсистемы, реализованные в виде двух вычислительных потоков – собственно, математическую модель, где осуществляется формирование и решение численными методами уравнений движения МР (ИМ, приводы, алгоритмы управления), и коммуникационную задачу, обеспечивающую интерфейс данных и параметров модели и внешних устройств. Математическая модель МР включает медленную (алгоритмическую) часть, где формируются уравнения МР, и быструю часть (интегрирование), функционирующие параллельно. Основным в МСПВ является модальный метод моделирования упругих звеньев.

Пользователь МСПВ может отказаться от расчетов отдельных компонент модели или перейти к моделированию не в реальном масштабе времени. Такие расчеты полезны на ранних этапах проектирования. В совокупности с представленными выше подсистемами МСПВ образует комплекс ПМС для реализации протяженных циклов проектирования.

В составе МСПВ – развитая система регистрации и предъявления параметров моделируемых процессов.

Глава 9. Разработка средств подготовки операторов космических манипуляционных роботов

МСВР входит составной частью в функционально-моделирующий стенд для подготовки операторов КМР «ФМС-2», разработанный под руководством автора в РГНИИ ЦПК им.Ю.А.Гагарина. Актуальность моделирования КМР в лабораторных условиях вызвана невозможностью функционирования многих КМР в условиях земной гравитации. Изготовление полномасштабных обезвешенных стендов сопряжено со

значительными техническими проблемами и материальными затратами. Представляемый ниже стенд позволяет решать задачи начальной подготовки операторов КМР МКС без изготовления полномасштабных макетов. Стенд призван заменить созданный ранее также под руководством автора стенд «Имитатор СБМ» для подготовки операторов космических манипуляторов МКК «Буран», выполненный на базе аналого-цифровой модели МР.

Технически «ФМС-2» включает три IBM PC, связанные по локальной сети. На первой ЭВМ размещена МСРВ. На второй ЭВМ размещен имитатор пульта управления и ПО программ действий КМР. Программное обеспечение имитатора пульта управления воспроизводит на экране второй ЭВМ облик и функции пульта управления реального КМР. На ЭВМ пульта управления передаются данные из модели. Эти данные воспроизводятся в соответствующих полях в цифровой и графической форме так, как это принято для реального КМР. В частности, воспроизводится трехмерное графическое изображение российского сегмента МКС, базовых точек, движущегося КМР на фоне МКС. Помимо этого может быть представлено изображение МКС по ТВ-камере, размещенной на КМР, а также изображение мишени базовой точки в мнемонической форме (в виде простейших геометрических фигур, отражающих взаимное расположение КМР и базовой точки). Имеются средства управления графическим изображением при изменении точки наблюдения, при подъеме и повороте головы оператора. ПО программ действий формирует команды управления логикой функционирования КМР и отображает их в соответствующем поле монитора. От пульта управления в МСРВ передаются команды движения КМР и их параметры.

Третья ЭВМ управляет движением физического макета КМР, в качестве которого используется промышленный робот РМ-01. В отличие от «предшественника» в современном стенде промышленный робот может повторять движение не только захватного устройства КМР, но и любой точки КМР, указанной пользователем.

Стенды оснащены системами информационного (СИО) и методического (МО) обеспечения. СИО обеспечивает регистрацию, обработку и эффективное предъявление процессов при управлении КМР. Обработка включает расчет показателей качества управления КМР человеком-оператором по нескольким критериям. Используются такие критерии, как время выполнения операции, мгновенные и интегральные показатели точности наведения (косинусы углов между мгновенной линейной и угловой скоростями и направлением на цель и др.), всего более 10 критериев. МО представляет собой набор специальных упражнений, позволяющих сформировать у обучаемых первоначальные знания и навыки управления КМР, и построено в виде связанного цикла занятий, каждое из которых содержит несколько упражнений.

Основные выводы

1. В результате проведенных в работе исследований создан новый эффективный метод построения моделей ИМ, основанный на математическом аппарате блочных матриц $(3n \times 3n)$. Метод предоставляет возможность формировать на единой основе одновременно аналитические и алгоритмические модели кинематики и динамики ИМ МР в общем виде при детальном учете параметров ИМ, в том числе – упругих звеньев ИМ, при размещении МР на подвижном и нежестком основании. С использованием блочных матриц сохраняется наглядность и физичность, присущие (3×3) матрицам при существенном сокращении записи; выявленные в работе структурные и функциональные свойства введенных блочных матриц предоставляют значительные удобства для выполнения аналитических операций при построении уравнений ИМ МР на основе различных методов теоретической механики (уравнения Ньютона-Эйлера, Лагранжа II рода), а также при исследовании уравнений ИМ МР (структура уравнений, расчет частных производных в аналитической форме, линеаризация уравнений, и т.д.); блочные матрицы – эффективный инструмент для построения быстродействующих рекурсивных вычислительных алгоритмов.

2. Выведены нелинейные и линеаризованные уравнения динамики ИМ МР в функции блочных матриц, в том числе – ИМ с упругими звеньями. В таком виде уравнения «жестких» и «упругих» ИМ имеют аналогичную структуру и являются явными функциями нескольких постоянных блочных матриц параметров звеньев и шарниров ИМ и одной функциональной блочной матрицы. Благодаря хорошей структурированности и явной зависимости от матриц параметров полученные уравнения удобно использовать в аналитических исследованиях и при синтезе СУ МР. На основе выявленных свойств блочных матриц разработаны приемы, позволяющие для стационарных точек оценить численные значения коэффициентов основных матриц уравнений многозвенных ИМ, не прибегая к сложным вычислениям.

3. С использованием свойств блочных матриц сформированы рекурсивные вычислительные алгоритмы для расчета коэффициентов уравнений. Алгоритмы имеют две разновидности – базирующиеся на представлении блочных матриц в виде сумм («косынка» – оригинальные алгоритмы, предложенные автором) и на свойствах обратных блочных матриц (алгоритмы прямой и обратной рекурсии). Благодаря общей основе, обеспечен простой (формальный) переход от одной разновидности алгоритма к другой, а также к (от) уравнениям в замкнутой форме. Алгоритмы охватывают класс ИМ МР с упругими звеньями, при размещении МР на нежестком и подвижном основании. Простота, компактность и высокое быстродействие алгоритмов позволяют

использовать их как в системах автоматизации инженерных расчетов, так и в различных прикладных системах моделирования МР, в том числе – в реальном масштабе времени.

4. Развита теория и методы исследования многомерной динамики исполнительных СУ МР в линейной постановке. Основной подход, примененный в работе, предполагает рассмотрение обратных матричных передаточных функций и обратных матричных частотных характеристик ИСУ. При этом ИСУ рассматривается в виде комплекса отдельно взятых приводов, взаимодействующих через общую нагрузку – ИМ МР. Такой подход обеспечивает преемственность получаемых результатов и характеристик ОВП, свойства которых устанавливаются применением традиционных методов динамического анализа и синтеза, развитых для одномерных систем. Предложенный в работе критерий ДД определяет достаточные условия устойчивости исполнительной СУ МР; выполнение критерия ДД гарантирует, что искажения амплитудных и фазовых частотных характеристик отдельно взятых приводов не превзойдут заданных значений. Поэтому выполнение УДД служит обоснованием возможности динамического расчета исполнительных систем МР с использованием только обратных передаточных функций и ЧХ ОВП по традиционным методам расчета и анализа одномерных систем.

5. Показано, что нарушение УДД может привести к недопустимому искажению частотных характеристик и потере устойчивости исполнительной СУ МР. Нарушение УДД требует рассмотрения МР как многомерной динамической системы. В работе предложен способ анализа устойчивости (по Найквисту) СУ МР и в этих случаях. Получены аналитические выражения функции Найквиста, сформулированы критерии устойчивости. Достоинством предложенного подхода является то, что для анализа устойчивости многомерной СУ МР достаточно (в дополнение к п известным характеристикам отдельно взятых приводов) рассмотреть только одну функцию. Если при анализе многомерной динамики МР будут выявлены недопустимо большие искажения частотных характеристик и, особенно, потеря устойчивости ОВП, потребуется пересмотр результатов расчетов ОВП. Приведенные в работе примеры свидетельствуют, что взаимовлияние, как правило, приводит к снижению запасов устойчивости системы (по введенному критерию). При этом уровень взаимовлияния существенно зависит как от параметров ИМ, так и от параметров приводов. Расчеты показывают, что запасы устойчивости снижаются при взятии МР массивного груза, вблизи сингулярных конфигураций. Предложенный подход и критерии предоставляют возможность для детального анализа влияния параметров приводов и ИМ на запасы устойчивости МР как многомерных динамических систем.

6. Получены выражения функций Найквиста и предложена методика анализа устойчивости многомерных исполнительных систем МР с учетом упругих свойств звеньев, а также при работе МР в составе обратимых систем двустороннего действия, при механическом взаимодействии МР с внешними объектами, сформулированы критерии устойчивости исполнительных систем МР в указанных случаях.

Перечисленные пункты отражают результаты разработки теоретических положений, совокупность которых, по мнению автора, можно квалифицировать как новое достижение в развитии перспективного научного направления «Роботы и робототехнические системы» (динамика и управления МР).

7. Разработанные аналитические и алгоритмические модели МР, методы и критерии анализа и расчета СУ МР как многомерных динамических систем рекомендуется использовать в основе построения различных приложений (системы автоматизации динамических расчетов, а также прикладные системы моделирования динамики МР, в том числе – в реальном масштабе времени). Рекомендации обоснованы созданием под руководством автора систем автоматизации инженерных расчетов и прикладных моделирующих систем (ПСП, ИГСП, ПАМ, ПАД, МСРВ). Созданные системы автоматизации инженерных расчетов реализуют процедуру, начинающуюся с рассмотрения ОВП, и включают анализ многомерной динамики МР в линейной и нелинейной постановке. Свойство инвариантности МСРВ позволяет применять ее в составе полунатурных моделирующих систем и при различном составе стендового оборудования, что важно при моделировании МР различных типов и при выполнении различных операций. Таким образом, результаты работы содержат обоснование научно-технических решений, внедрение которых вносит определенный вклад в ускорение научно-технического прогресса.

8. Результаты работы применены при создании под руководством автора функционально-моделирующих стендов (ФМС) для подготовки операторов космических МР многоразового корабля (МКК) «Буран» и МКС. Основу построения ФМС для МКС составляет МСРВ. Благодаря свойству инвариантности МСРВ, ФМС способен к быстрой настройке на различные типы МР, которые предусмотрены на МКС, включая различный состав оборудования (пульта управления, макеты различных МР МКС и т.д.), что важно для обеспечения подготовки по различным МР МКС. Наличие в составе ФМС развитых систем информационного и методического обеспечения повышает эффективность и создает базу для научно-обоснованного проведения подготовки операторов. Применением результатов работы при создании под руководством автора средств подготовки операторов космических МР внесен существенный вклад в решение задачи подготовки операторов космических манипуляторов МКК

«Буря» и создаваемой Международной Космической Станции. Эта задача имеет большое народнохозяйственное и политическое значение.

Основные публикации по теме диссертации

1. Лесков А.Г. К вопросу математического описания исполнительного органа манипулятора // Труды МВТУ. – 1974. – №200, вып. 1. – С.102-107.
2. Лесков А.Г., Медведев В.С. Анализ динамики и синтез управления движением исполнительных органов роботов-манипуляторов // Изв.АН СССР. Техническая кибернетика. –1974. – №6. – С.80-88.
3. Построение систем управления роботами с использованием математических моделей манипуляционных устройств / Е.П. Попов, А.Ф. Верещагин, А.Г. Лесков, В.С. Медведев // Управление в пространстве: Тез. докл. VI Международного симпозиума ИФАК. Секция X. – Ереван, 1974. – С.31 – 51.
4. Лесков А.Г., Верещагин А.Ф., Медведев В.С. Исследование динамики исполнительного органа манипулятора с помощью ЦВМ // Труды V Всесоюзного симпозиума по теории и применению роботов и манипуляторов. – Л., 1974. – С.78-89.
5. Лесков А.Г., Медведев В.С. Построение и анализ математических моделей рабочих органов манипуляторов на ЦВМ // Достижения и перспективы развития технической кибернетики: Тез. докл. 3-й Всесоюзной Межвузовской научно-технической конференции. –Киев, 1975. – С.85-87.
6. Казмиринко В.Ф., Лесков А.Г., Медведев В.С. Об использовании предельных моделей системы приводов при проектировании манипуляторов //Труды МВТУ. – 1976. – №221, вып. 2. – С.94 – 105.
7. Лесков А.Г. Исследование динамики систем управления манипуляторов на ЦВМ // Известия ВУЗов. Машиностроение. –1976. – №2, – С.75-78.
8. Semi-auto manipulator control systems and their dynamics analysis with computers / V.S. Kuleshov, V.S. Medvedev, A.S. Jushenko, A.G. Leskov //Control in space: Proc. 6th IFAC Symposium. – Genoa (Italy), 1976. –P. 26-32.
9. Медведев В.С., Лесков А.Г., Ющенко А.С. Системы управления манипуляционных роботов. –М.: Наука, 1978. – 416 с.
10. Лесков А.Г. Расчет приводов исполнительных механизмов манипуляционных роботов //Проектирование следящих систем с помощью ЭВМ / Под ред. В.С.Медведева. – М.: Машиностроение, 1979.– С.240-258.
11. Полуавтоматические и интерактивные системы управления манипуляционных роботов / Е.П. Попов, В.С. Медведев, А.Г. Лесков, А.С. Ющенко // Динамика управляемых систем. –Новосибирск: Наука, 1979. –С.224-236.

12.Лесков А.Г., Шигорин Л.П. Методы и алгоритмы машинного проектирования систем управления манипуляционных роботов в САПР с гибкой организацией // Труды МВТУ. –1982. –№383. – С. 60-67.

13.Бедарев С.А, Лесков А.Г. Синтез системы управления степенью подвижности манипуляционного робота // Роботы и робототехнические системы: Тез. докл. Всесоюзн. научн.-техн. конференции. – Челябинск, 1983. –Ч.2. – С.7.

14.Медведев В.С., Лесков А.Г., Ющенко А.С. Автоматизация исследования и проектирования манипуляционных роботов // Тез. докл. Первого советско-югославского семинара по робототехнике. – М., 1983. – С.81-84.

15.Лесков А.Г., Шигорин Л.П., Шишов В.П. Автоматизированное проектирование систем управления манипуляционными роботами при помощи аналого-цифрового вычислительного комплекса // Управление робототехническими системами и их очувствление: Сборник научных трудов. – М., 1983. –С. 59-69.

16.Автоматизированное проектирование следящих приводов и их элементов / В.Ф. Казмиренко, М.В.Баранов, А.Г.Лесков и др.; Под ред. В.Ф. Казмиренко. – М.:Энергоатомиздат, 1984. – 240 с.

17.Медведев В.С., Лесков А.Г., Бедарев С.А. Методика автоматизированного синтеза многосвязных систем управления манипуляционных роботов // Деп. рукоп. ВИНТИ. – 1984. – №2765-84. –58 с.

18.Комплекс программ автоматизации моделирования следящих приводов / А.Г.Лесков, Ю.Х.Аминев., С.М.Лескова, Л.П.Шигорин //Алгоритмы и программы:Сб. ГосФАП СССР.–М., 1985. – №2. – С.70.

19. Комплекс программ автоматизации проектирования следящих приводов / А.Г.Лесков, Ю.Х.Аминев, С.М.Лескова, Л.П.Шигорин //Алгоритмы и программы: Сб. ГосФАП СССР.–М., 1985. – №2. – С.58.

20.Аминев Ю.Х., Лесков А.Г. Автоматизированный расчет частотных характеристик нелинейных следящих приводов // Робототехнические системы и автоматическое управление: Межвуз. сб. научных трудов. –М.: МИРЭА, 1985. – С.62-67.

21.Бедарев С.А., Лесков А.Г. Автоматизированный синтез многосвязной системы управления манипуляционного робота с использованием средств машинной графики // Вопросы управления в гибких автоматизированных производствах и робототехнических комплексах: Межвуз. сб. научных трудов. –М.: МИРЭА, 1986. – С.41-45.

22.Программно-аппаратурный комплекс для моделирования и расчета систем управления манипуляционных роботов / В.Н.Казаков, А.Г.Лесков, В.Е.Метлин и др. // Управление в робототехнических комплексах и гибких

автоматизированных производствах: Межвуз. сб. научных трудов. –М.: МИРЭА, 1987. – С.34-40.

23.Кузнецов А.В., Лесков А.Г. Автоматизация моделирования систем управления манипуляционных роботов на основе эвристического подхода //Создание и внедрение систем автоматического и автоматизированного управления технологическими процессами: Тез. докл. XI Всесоюзного научно-технического совещания. –М., 1986. – С.199.

24.Лесков А.Г., Ющенко А.С. Исследование динамики многосвязных манипуляционных систем с помощью ЭВМ: Учебное пособие. М.: МГТУ, 1987. – 68 с.

25.Аминев Ю.Х., Лесков А.Г. Автоматизированный анализ и расчет нелинейных систем управления манипуляционных роботов //Автоматизация исследования, проектирования и испытаний сложных технических систем: Тез. докл. Всесоюзной научно-технической конференции. –Калуга, 1989. – С.6.

26.Казаков В.Н., Лесков А.Г., Метлин В.Е. Аналого-цифровое моделирование упругих манипуляторов в реальном времени //Автоматизация исследования, проектирования и испытаний сложных технических систем: Тез. докл. Всесоюзной научно-технической конференции. –Калуга, 1989. – С.13.

27.Лесков А.Г., Ющенко А.С. Моделирование и анализ робототехнических систем. М.:Машиностроение, 1992. – 80 с.

28.Казмиренко В.Ф., Лесков А.Г., Введенский В.А. Системы следящих приводов / Под ред. В.Ф.Казмиренко. –М.: Энергоатомиздат, 1993. –304 с.

29.Лесков А.Г., Игнатов В.И., Лескова С.М. Полунатурное моделирование технологических операций, выполняемых робототехническими комплексами // Изв. ВУЗов. Машиностроение. – 1993. – №6. – С. 136-139.

30.Лесков А.Г., Метлин В.Е., Игнатов В.И. Полунатурное моделирование операций, выполняемых с использованием космических манипуляторов // Профессиональная деятельность космонавтов и пути повышения ее эффективности: Тез. докл. Международной научно-практической конференции. –Звездный городок, 1993. – С.115-116.

31.Лесков А.Г., Игнатов В.И., Лескова С.М. Моделирование в реальном времени технологических операций, выполняемых РТК //Машиностроение, приборостроение, энергетика: Сб. научн. трудов. –М.: МГУ, 1995. – С.182 – 188.

32.Лесков А.Г., Игнатов В.И., Лескова С.М. Программно-методический комплекс общекосмической подготовки операторов бортовых манипуляторов // Информатизация подготовки и профессиональной деятельности операторов аэрокосмических систем: Тез. докл. 2-й

Международной научно-практической конференции. – Звездный городок, 1995. – С.155-157.

33.Лесков А.Г., Игнатов В.И., Лескова С.М. Информационно-методическое обеспечение задач подготовки операторов бортовых манипуляторов // Пилотируемые полеты в космос: Тез. докл. 3-й Международной научно-практической конференции. –Звездный городок, 1997. – С.103-104.

34.Лесков А.Г., Игнатов В.И., Илларионов В.В. ФМС «Имитатор СБМ-2» // Пилотируемые полеты в космос: Тез. докл. 4-й Международной научно-практической конференции. – Звездный городок, 2000. – С.99-100.

35.Лесков А.Г., Илларионов В.В., Лескова С.М. Система моделирования реального времени космических манипуляторов //Пилотируемые полеты в космос: Тез. докл. 4-й Международной научно-практической конференции. –Звездный городок, 2000. – С.101-102.

36.Лесков А.Г., Игнатов В.И., Илларионов В.В. Интерактивный компьютерный курс «Манипуляторы МКС» // Пилотируемые полеты в космос: Тез. докл. 4-й Международной научно-практической конференции. –Звездный городок, 2000. – С.100-101.

37.Универсальный функционально-моделирующий стенд космических манипуляционных роботов в системе подготовки космонавтов / В.И. Полухин, В.П.Вересов, А.Г. Лесков, И.В.Воронец // Авиакосмическая техника и технология. Научно-технический журнал. –2000. – №3. – С.53-61.

38.Лесков А.Г., Илларионов В.В., Лескова С.М. Методы и алгоритмы моделирования динамики манипуляционных роботов // Оборонная техника. Научно-технический журнал. – 2001. – № 8-9. С.50-57.

39.Лесков А.Г. Моделирование и анализ динамики космических манипуляционных роботов. // Тезисы докладов XXVI Академических чтений по космонавтике. – М., 2002. – С.264-265.

Подписано в печать 15 мая 2002г. Зак. 46т Объем 2.0 п.л.
Тираж 100 экз. Типография МГТУ им.Н.Э.Баумана.