

1560698

Московский государственный технический университет
им. Н.Э. Баумана

На правах рукописи

БЕЛКИН Александр Ефимович

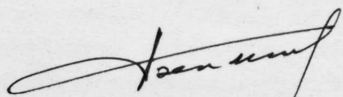
УДК 539.3:624.074.001

**РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ МОДЕЛЕЙ И МЕТОДОВ РАСЧЕТА
НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО И ТЕПЛООВОГО
СОСТОЯНИЙ АВТОМОБИЛЬНЫХ РАДИАЛЬНЫХ ШИН**

01.02.06 - Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры

А в т о р е ф е р а т

диссертации на соискание ученой степени
доктора технических наук



Москва - 1998

Работа выполнена в Московском государственном техническом университете (МГТУ) им. Н.Э. Баумана

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор Г.М. Куликов,

доктор физико-математических наук,
профессор Ю.Н. Новичков,

доктор технических наук,
профессор В.И. Усюкин

Ведущее предприятие - Научно-исследовательский институт
шинной промышленности (НИИШП)
г. Москва

Защита диссертации состоится 24 декабря 1998 г. в 14 час. 30 мин.
на заседании диссертационного совета Д 053. 15. 08 при Московском
государственном техническом университете им. Н.Э. Баумана по адресу:

107005, Москва, 2-я Бауманская ул., д.5.

миться в библиотеке

ноября 1998 г.

НТБ МГТУ им. Н.Э. Баумана



1560698

Белкин А.Е. Разработка

знт

В.И. Дронг

1560698

отанпринт МГТУ им. Н.Э. Баумана
брю 1998 г. Заказ N 191

8690951

на

22. 21.10

им. Н. Э. Баумана
БИН-НОЛЬ А 1

ской базы, подобной зарубежным, оказывается недоступным, существует потребность в создании системы экономических методов расчета шин, которые позволяли бы устанавливать влияние основных конструктивных и эксплуатационных параметров на напряженное и тепловое состояния, выходные характеристики. Развитие расчетных методов должно сопровождаться созданием объектно-ориентированных программ, предназначенных для использования на шинных заводах в повседневной практике.

До начала 90-х годов существовала лишь одна профессиональная программа расчета радиальных шин, разработанная в НИИШП О.Н. Мухиным, в основу которой положена модель кольца на упругом основании. Модель эффективна при изучении интегральных характеристик шины, однако она не предназначена для исследования напряженно-деформированного состояния (НДС). Для таких исследований приходится применять более чувствительные и информативные модели оболочек. В настоящее время положение с применением теории оболочек к расчету радиальных шин таково, что всесторонне изучена лишь осесимметричная задача о напряжениях при надувке. Методы расчета шин как оболочек при неосесимметричных эксплуатационных нагрузках в контактной постановке в условиях качения развиты недостаточно и, как следствие этого, отсутствуют специализированные программы, которые решали бы широкий круг взаимосвязанных задач механики шин.

Таким образом, создание системы расчета автомобильных радиальных шин на базе теории оболочек является актуальной проблемой, решение которой имеет важное значение для обеспечения эффективной теоретической поддержки процесса проектирования.

Цель диссертации заключается в разработке системы физически обоснованных, конструктивно чувствительных моделей и экономических методов расчета радиальных шин на основе теории многослойных армированных оболочек для создания подсистемы автоматизированного проектирования. Ставится задача реализовать концепцию "полного" расчета шины, состоящего в последовательном изучении НДС, гистерезисных потерь и температурного поля при качении. Достижение этой цели обеспечивается решением следующих задач.

1. Формулировка математической модели радиальной шины как оболочки для анализа НДС и выходных характеристик при статическом нагружении и динамическом циклическом нагружении в условиях стационарного качения.

2. Разработка методов решения контактных задач обжатия и бокового нагружения шин.

3. Развитие оболочечной модели для исследования межслойных сдвигов в брекере; распространение процедуры расчета на шины с неортоотропным брекером.

4. Решение задачи о стационарном качении шины как оболочки с учетом рассеяния энергии в материалах. Разработка модели для расчета диссипативного саморазогрева шины.

5. Создание объектно-ориентированного комплекса программ для исследования НДС и теплового состояния радиальных шин.

Научная новизна. Главным научным результатом работы является создание системы взаимосвязанных моделей и методов, реализующих "полный" расчет шины по схеме: НДС - гистерезисные потери - температурное поле.

1. Развита общая теория расчета радиальной шины на основе модели пневматической трехслойной оболочки, расширяющая круг исследуемых видов нагружения.

2. В рамках линеаризованной теории пневматических оболочек разработана процедура приближенного решения контактных задач обжатия и бокового деформирования шины, основанная на построении функций влияния контактных напряжений и выполнении условий контакта методом коллокации.

3. Получено уточненное решение контактной задачи обжатия шины по нелинейной теории оболочек как экстремальной задачи с ограничениями в виде неравенств.

4. В отличие от традиционного подхода к расчету радиальной шины как ортотропной конструкции развита модель, учитывающая возможные отклонения упругих свойств брекерного пояса от ортотропии. Создана процедура расчета шин с экранирующими слоями в брекере.

5. Впервые по оболочечной модели решена задача о напряжениях в шине при стационарном качении в контактной постановке с учетом рассеяния энергии на основе вязкоупругой модели материалов, что позволило построить расчет диссипативного разогрева шины без привлечения дополнительных гипотез.

Достоверность полученных результатов подтверждается:
- широкой экспериментальной проверкой моделей, состоящей в сравнении расчетных прогнозов для ряда легковых и грузовых шин с данными испытаний, накопленными в НИИШП и на Московском шинном заводе;
- сопоставлением решений контактных задач, полученных двумя принципиально различными методами: интегрированием дифференциальных уравнений теории оболочек и решением соответствующей вариационной задачи МКЭ;

- положительным опытом использования разработанных методов в практике конструкторских отделов ряда шинных заводов.

Практическая ценность работы заключается в том, что предложенные модели и методы составили теоретическую основу созданного под руководством автора комплекса программ КАСКАД. Этот комплекс, введенный в 1993-95 г. на семи шинных заводах, предназначен для подготовки конструкторской документации, расчета НДС и теплового состояния шин, выбора конструкторских решений на основе сопоставительного анализа вариантов. С помощью программных средств комплекса последовательно реализуются ряд процедур от подготовки чертежа профиля по прессформе в системе AutoCAD до расчета шины, а также просмотр и документирование полученных результатов в удобной для пользователя графической форме. Применение разработанных методов расчета на начальной стадии проектирования дает возможность снизить материальные и временные затраты, вынужденно отводимые на изготовление опытных прессформ и проведение обширных испытаний.

Апробация работы. Основные положения и результаты диссертации докладывались и обсуждались на следующих конференциях и семинарах: XV Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин (Казань, 1990); III Международном симпозиуме по механике полимерных композитов (Прага, 1991); III, IV, V, VI, VIII, IX симпозиумах по проблемам шин и резинокордных композитов (НИИШП, Москва, 1991-1998); Международной конференции по каучуку и резине (Москва, 1994); семинаре кафедры "Прикладная механика" МГТУ под руководством профессора В.А. Светлицкого (1995, 1998); семинаре под руководством профессора Ф. Бёма в институте механики Берлинского технического университета (1995); семинаре под руководством профессора Х. Ротерта в институте статистики университета Ганновера (1996); II Международном коллоквиуме "Модели шин для анализа динамики транспортных средств" (Берлин, 1997); семинаре кафедры "Механика композитов" МГУ под руководством профессора Б.Е. Победри (1997).

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, семи глав, раздела с общими выводами по работе, списка литературы (178 наименований), пяти приложений. Объем работы составляет 284 страницы, включая 71 рисунок и 13 таблиц.

Завершая общую характеристику работы, отметим, что развиваемое в ней научное направление поддержано международным фондом РФФИ-ИНТАС (проект 95-0525).

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении дается общая характеристика работы и содержится аннотация глав.

В первой главе приведено краткое описание конструкции и ряда технологических этапов процесса производства радиальных шин, имеющих значение для формирования расчетных моделей. Представлен обзор моделей и методов расчета. На основании сделанных выводов формулируются цели и задачи работы.

Важнейшим элементом шины (рис.1), составляющим ее силовую основу, является каркас, изготавливаемый из одного или нескольких слоев обремененного корда. Структура и конструктивное исполнение каркаса во многом определяют основные характеристики шины, поэтому особенности строения каркаса используются в качестве главного признака классификации шин. По этому признаку шины делятся на диагональные и радиальные. Каркас диагональной шины набирается из четного числа резинокордных слоев со



Рис. 1. Основные конструктивные элементы пневматической шины

скрещивающимися направлениями армирования (рис. 2). В каркасе радиальной шины нити корда располагаются вдоль меридианов, не образуя сетки. Это придает конструкции высокую податливость по отношению к вертикальным нагрузкам и обеспечивает комфортность в эксплуатации автомобиля на усовершенствованных дорогах. Опоясывающий элемент, называемый брекером, сохраняет сетчатую структуру, присущую диагональным шинам. В нем используется весьма жесткий, обычно, металлический корд.

Механику шин принято условно делить на два раздела: внешняя механика, изучающая влияние шин на динамику автомобиля, и внутренняя механика, изучающая НДС шин и их ресурс в зависимости от нагрузки, конструкции и свойств материалов. Связующим звеном этих разделов служат выходные характеристики шин. Поскольку настоящая работа посвящена проблемам внутренней механики шин, то обзор составлен по наиболее важным моделям и методам этого направления.

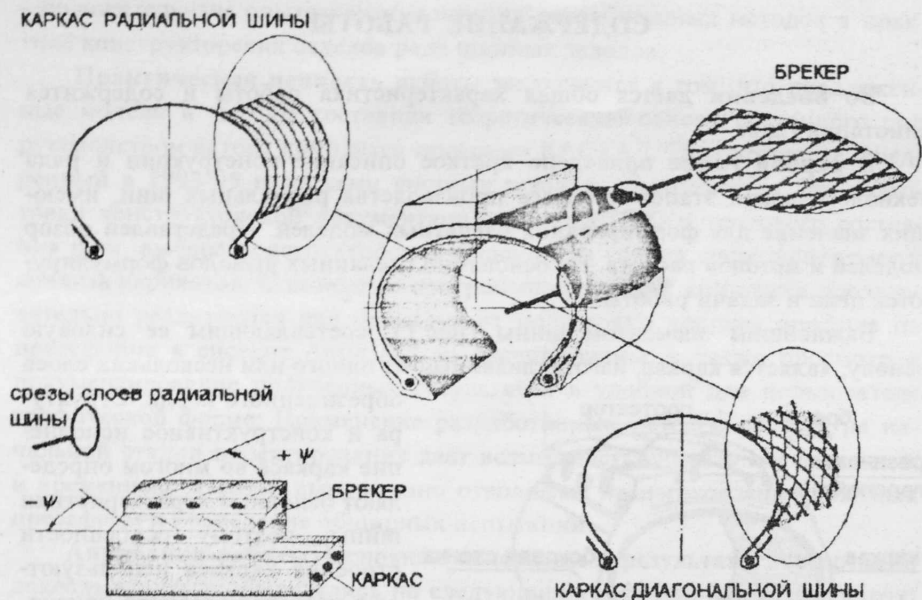


Рис. 2. Схемы армирования диагональной и радиальной шин

Отмечено, что развитие внешней механики шин или механики эластичного колеса (МЭК) началось значительно раньше, чем внутренняя механика дала возможность рассчитывать характеристики шин по моделям типа кольца или оболочки. Поэтому МЭК опиралась на эксперимент или очень простые модели. В СССР начало исследованиям МЭК положил Е.И.Чудаков. В работах Е.И. Чудакова, В.И. Кнороза исследованы все виды статического нагружения шины, классифицированы виды стационарного качения, собран обширный экспериментальный материал, исследованы амортизационные свойства, сопротивление качению. Описание важнейших выходных характеристик шин и постановки задач МЭК даны К.С. Колесниковым.

Исследования по внутренней механике начались в конце 20-х, начале 30-х годов в научно-исследовательских группах при крупнейших шинных фирмах. Одним из важнейших достижений этих групп явилось создание "теории равновесной конфигурации" для расчета диагональных шин, нагруженных внутренним давлением, которую разрабатывали J.F.Purdy, R.S.Rivlin (США), J.Hanus (Франция), R.Hadekel (Великобритания), W.Hofferberth (Германия). В СССР эти работы не были известны до 60-70-х годов. Поэтому "теория равновесной конфигурации" была создана независимо от зарубежных исследований в работах В.Л. Бидермана и

А.А.Лапина в 1946-52 г. Получены уравнения, описывающие профиль накачанной шины, разработаны методы их численного решения и даны формулы для определения усилий в нитях корда. В течение длительного времени расчет на внутреннее давление оставался единственной решенной задачей механики шин.

В 50-60 годы возникли университетские школы по изучению механики пневматической шины. Наиболее крупные научные школы возглавили S.K. Clark (США), F. Boehm (Германия), T. Akasaka (Япония). В Советском Союзе подобную школу возглавлял В.Л. Бидерман. Под его руководством коллективом специалистов была написана первая отечественная книга по теории и методам расчета, проектирования и испытаний автомобильных шин, в которой подведены итоги развития внутренней механики шин к началу 60-х годов. Наиболее важные в практическом отношении результаты были получены с использованием двух расчетных моделей шины: кольца на упругом основании и сетчатой оболочки вращения.

Одномерная модель кольца тщательно разрабатывалась Е. Fiala, О.Н. Мухиным, F. Boehm, T. Akasaka применительно к расчетам жесткостных характеристик шины, а также характеристик установившегося бокового увода колеса.

Для расчета шин диагональной конструкции В.Л. Бидерманом и Б.Л. Бухиным всесторонне разработана теория безмоментных сетчатых оболочек. По этой схеме проводились исследования неосесимметричной деформации шины от нагрузки, приближенно соответствующей давлению в контакте с дорогой (работы Б.Л. Бухина, Е.Г. Дьяконова и И.К. Николаева). Моделировался процесс обжатия шины. В качестве аппарата решения двумерных задач о деформациях сетчатых оболочек Б.Л. Бухин использовал одинарные тригонометрические ряды в сочетании с методом дифференциальной прогонки, Е.Г. Дьяконов и И.К. Николаев применяли конечно-разностный метод.

Дальнейшее совершенствование расчетной модели диагональной шины связано с применением моментной теории многослойных оболочек. Большой цикл работ по этой проблеме выполнен Э.И. Григолюком и Г.М. Куликовым. В работах этих авторов особое внимание уделено построению геометрически нелинейной теории расчета шин как многослойных оболочек на основе гипотезы Тимошенко или гипотезы ломаной нормали, исходя из вариационного принципа Рейсснера. Построенная теория использована для всестороннего изучения осесимметричного состояния шин.

Задачи неосесимметричного нагружения диагональной шины рассматривались в рамках модели многослойной моментной оболочки Э.Н. Квашой, А.В. Плехановым, А.П. Прусаковым. Для расчета

контактного взаимодействия шины с дорогой авторы использовали метод локальных вариаций.

Ввиду принципиальных конструктивных отличий радиальных шин от диагональных для них потребовалась разработка особых расчетных моделей. Одна из первых работоспособных моделей предложена F. Boehm, который считал оболочку состоящей из двух мембран, моделирующих работу каркаса и брекера. В задаче надувки распределение усилий между каркасом и брекером задавалось до расчета с помощью некоторой функции, названной функцией опоясанности. Далее определялась равновесная конфигурация шины.

Дальнейшее развитие эта модель получила в работах В.Л. Бидермана и Э.Я. Левковской, где беговая часть шины рассматривалась как трехслойная ортотропная оболочка с двумя несущими мембранными слоями, моделирующими каркас и брекер, и разделяющей их резиновой прослойкой, работающей на поперечный сдвиг. Боковая стенка шины моделировалась однослойной безмоментной оболочкой. Благодаря относительной простоте и достаточной информативности, модель оказалась весьма удачной для расчета радиальных шин. Авторами она использовалась для анализа НДС, вызванного внутренним давлением. В дальнейшем такой подход развивался в диссертациях О.В. Фотинич, А.А. Чернецова, где изучалось поведение шин при неосесимметричных нагрузках.

Известны приложения к расчету шин теории многослойных оболочек В.В. Болотина, Ю.Н. Новичкова, выполненные А.С. Кузьминым. Здесь каждый слой шины рассматривается как оболочка типа Тимошенко. Поскольку при таком подходе порядок разрешающей системы зависит от числа слоев в шине, то реализация расчета оказывается весьма сложной даже в случае осесимметричной задачи.

С конца 60-х годов к расчету пневматических шин стали применять МКЭ, что позволило значительно расширить класс используемых моделей для шины в целом и для ее отдельных элементов. Первоначально для расчетов использовались универсальные комплексы программ. Однако, как отмечено в обзорах известных специалистов R. Ridha, P. Shoemaker, между расчетными и экспериментальными данными наблюдались значительные расхождения, причина которых заключена в особенностях поведения резинокордных конструкций, не отраженных в расчетах. В последние годы большое число исследований посвящается разработке специальных элементов, предназначенных для расчета резинокордных объектов. В этом ряду выделены работы школы профессора Н. Rothert из Технического университета Ганновера, выполняемые по заказу фирмы "Континенталь".

В настоящее время расчеты НДС шин проводятся, как правило, в статической постановке. Однако уже из ранних экспериментальных исследований С.П. Захарова, В.И. Новопольского известно, что распределения контактного давления и деформаций при высоких скоростях качения существенно отличаются от распределений для неподвижной или медленно катящейся шины. Исследования динамических напряжений в шине проводили F. Boehm, T. Akasaka, A.R. Savkoog на основе модели кольца. Наиболее точная постановка задачи о напряжениях при качении шины дана в работах J. Padovan, где рассмотрен алгоритм трехмерного анализа в случае больших вязкоупругих деформаций.

Разработка все более информативных моделей диктуется стремлением полнее прогнозировать эксплуатационные качества шин. Вопросам прогноза топливной экономичности шин, т. е. определению потерь мощности при качении посвящена серия работ A.L. Browne, D.J. Schuring, D.J. Segalman и других авторов, выполненных в исследовательском центре компании "General Motors". Эти работы имеют принципиальное значение, поскольку в них впервые сформулирована концепция "полного" расчета шины. Комбинированная термомеханическая модель была реализована МКЭ с помощью программы NASTRAN.

Анализ состояния механики шин показывает, что в расчетах МКЭ существует тенденция к разработке подробных трехмерных моделей. Однако и в этих условиях сохраняется потребность развития более простых экономичных моделей для экспресс-расчетов и параметрического анализа. Поэтому оболочечные модели шин не теряют актуальности и находят свое место в практике проектирования. Среди таких моделей радиальной шины вполне адекватной конструкции является модель трехслойной оболочки, предложенная В.Л. Бидерманом. Учитывая положительный опыт применения этой модели, целесообразно принять ее в качестве базовой при реализации концепции "полного" расчета шин.

Вторая глава посвящена детальному математическому описанию модели радиальной шины как трехслойной пневматической оболочки. Получена полная система уравнений геометрически нелинейной теории малых деформаций оболочки, сопровождающих ее большие перемещения. Обоснован выбор модели упругого поведения пакета слоев каркаса и брекера. С учетом особенности работы шины как пневматической конструкции ее НДС разделено на состояние, связанное с надувкой, и состояние, связанное с дополнительным деформированием надутой конструкции при обжатии и других видах нагружения. Описана схема поэтапного выполнения расчетов.

Анализ деформированного состояния трехслойной оболочки с мембранными внешними слоями основывается на предположении о линейном законе распределения перемещений по толщине тонкой прослойки. В этом случае деформации оболочки полностью определяются перемещениями внешних слоев $\mathbf{u}_{(k)}, \mathbf{v}_{(k)}, \mathbf{w}_{(k)}$. Здесь и в дальнейшем индекс в скобках указывает номер внешнего слоя; величины, относящиеся к прослойке, пишутся без индекса.

Мембранные деформации внешних слоев и деформации поперечного сдвига прослойки определены зависимостями

$$\begin{aligned} \epsilon_{1(k)} &= \underline{e}_{1(k)} + 0,5(\underline{e}_{1(k)}^2 + \omega_{1(k)}^2 + \vartheta_{1(k)}^2), \quad (1 \leftrightarrow 2) \\ \gamma_{12(k)} &= (1 + \underline{e}_{1(k)})\omega_{2(k)} + (1 + \underline{e}_{2(k)})\omega_{1(k)} + \vartheta_{1(k)}\vartheta_{2(k)}, \\ \gamma_{13} &= (1 + \underline{e}_1)\chi_1 + \omega_1\chi_2 - \vartheta_1(1 + \underline{\chi}_3) \quad (1 \leftrightarrow 2), \end{aligned} \quad (1)$$

где $\chi_1 = h^{-1}(\mathbf{u}_{(2)} - \mathbf{u}_{(1)})$, $\chi_2 = h^{-1}(\mathbf{v}_{(2)} - \mathbf{v}_{(1)})$, $\chi_3 = h^{-1}(\mathbf{w}_{(2)} - \mathbf{w}_{(1)})$; h - толщина прослойки; остальные обозначения являются общепринятыми в теории оболочек.

В направлении нормали прослойка считается нерастяжимой

$$\epsilon_3 = \chi_3 + 0,5(\chi_1^2 + \chi_2^2 + \chi_3^2) = 0. \quad (2)$$

В формулах (1), (2) подчеркнуты члены, опускаемые в упрощенных вариантах теории.

Полученные в работе уравнения равновесия внешних слоев оболочки представлены в виде

$$L_{1(k)} + 0,5M_1 \pm N_1 = 0, \quad L_{2(k)} + 0,5M_2 \pm N_2 = 0, \quad L_{3(k)} + 0,5M_3 \pm N_3 = 0. \quad (3)$$

В этих уравнениях

$$\begin{aligned} L_{1(k)} &= \frac{\partial}{\partial \alpha} \left[BT_{1(k)}(1 + \underline{e}_{1(k)}) \right] + \frac{\partial}{\partial \beta} \left[AS_{(k)}(1 + \underline{e}_{1(k)}) \right] + \\ &+ \frac{\partial}{\partial \alpha} (BS_{(k)}\omega_{2(k)}) + \frac{\partial}{\partial \beta} (AT_{2(k)}\omega_{2(k)}) + \left(\frac{\partial A}{\partial \beta} \omega_{1(k)} - \frac{AB}{R_1} \vartheta_{1(k)} \right) T_{1(k)} + \\ &+ \left[\frac{\partial A}{\partial \beta} (1 + \underline{e}_{2(k)}) - \frac{AB}{R_1} \vartheta_{2(k)} - \frac{\partial B}{\partial \alpha} \omega_{1(k)} \right] S_{(k)} - \frac{\partial B}{\partial \alpha} (1 + \underline{e}_{2(k)}) T_{2(k)} + ABq_{1(k)}, \\ &\quad (1 \leftrightarrow 2, \quad \alpha \leftrightarrow \beta, \quad A \leftrightarrow B) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} L_{3(k)} &= -\frac{\partial}{\partial \alpha} \left[B(T_{1(k)}\vartheta_{1(k)} + S_{(k)}\vartheta_{2(k)}) \right] - \frac{\partial}{\partial \beta} \left[A(T_{2(k)}\vartheta_{2(k)} + S_{(k)}\vartheta_{1(k)}) \right] - \\ &- \frac{AB}{R_1} \left[T_{1(k)}(1 + \underline{e}_{1(k)}) + S_{(k)}\omega_{2(k)} \right] - \frac{AB}{R_2} \left[T_{2(k)}(1 + \underline{e}_{2(k)}) + S_{(k)}\omega_{1(k)} \right] + ABq_{3(k)}. \end{aligned}$$

Слагаемые $L_{1(k)}, L_{2(k)}, L_{3(k)}$ соответствуют нелинейной теории безмоментных оболочек. Функции M_1, M_2, M_3 , характеризующие вклад поперечных сил в равновесие трехслойного пакета, определяются выражениями

$$M_1 = \left[\frac{AB}{R_1} (1 + \underline{\chi}_3) + \frac{\partial A}{\partial \beta} \underline{\chi}_2 \right] Q_1 + \frac{\partial}{\partial \beta} (AQ_2 \chi_1) + \frac{\partial}{\partial \alpha} (BQ_1 \chi_1) - \frac{\partial B}{\partial \alpha} Q_2 \chi_2, \quad (1 \leftrightarrow 2, \alpha \leftrightarrow \beta, A \leftrightarrow B) \quad (5)$$

$$M_3 = \frac{\partial}{\partial \alpha} [BQ_1 (1 + \underline{\chi}_3)] + \frac{\partial}{\partial \beta} [AQ_2 (1 + \underline{\chi}_3)] - \frac{AB}{R_1} Q_1 \chi_1 - \frac{AB}{R_2} Q_2 \chi_2.$$

Функции

$$N_1 = [h^{-1} Q_1 (1 + \underline{e}_1) + h^{-1} Q_2 \omega_2 + \sigma_3 \chi_1] AB, \quad (1 \leftrightarrow 2)$$

$$N_3 = [-h^{-1} Q_1 \vartheta_1 - h^{-1} Q_2 \vartheta_2 + \sigma_3 (1 + \underline{\chi}_3)] AB. \quad (6)$$

характеризуют взаимодействие внешних слоев через прослойку.

Из шести уравнений равновесия независимыми являются пять, т. к. одно из них используется для исключения напряжения σ_3 , не связанного с деформациями. Представленные уравнения соответствуют той ситуации, когда малые относительные удлинения и сдвиги сопровождаются конечными поворотами. Применительно к конкретной технической задаче расчета шин эти уравнения упрощаются, т. к. при нормативных нагрузках повороты элементов шины весьма малы даже в наиболее деформированных зонах. Принимается, что квадраты параметров $\omega_1, \vartheta_1, \chi_1$, по сути являющихся углами поворота элементов оболочки, имеют такой же порядок величины как линейные по перемещениям составляющие деформаций, причем как первые, так и вторые малы по сравнению с единицей. В этом случае в выражениях (1), (2), (4)-(6) исчезают подчеркнутые члены.

В работе рассматриваются изменения в уравнениях равновесия для пневматической оболочки, обусловленные следящим характером внутреннего давления. Обсуждаются варианты упрощения уравнений, связанные с линеаризацией условия нерастяжимости (2) и выражений для поперечных сдвигов. На допустимость такого рода упрощений для многослойных оболочек с тонкими прослойками указано В.В. Болотиным и Ю.Н. Новичковым.

Далее в работе формулируются соотношения упругости для резинокордного слоя и многослойной резинокордной оболочки. Проблеме определения эффективных характеристик упругости волокнистого композита посвящены многочисленные исследования, результаты которых обобщены в выпущенных за последние 15-20 лет книгах по механике композиционных материалов и конструкций, цитируемых в диссертации.

Накопленные результаты для композитов, используемых преимущественно в авиационной, космической технике и машиностроении, как правило, применимы и к резинокордным композитам. Однако исторически механика резинокордных конструкций развивалась самостоятельно параллельно с основами механики композитов.

Впервые определяющие соотношения для резины, усиленной кордом, были сформулированы В.Л. Бидерманом и А.А. Лапиным. Анализ подходов этих авторов для установления связи между средними напряжениями и деформациями в слое приводит к соотношениям упругости

$$\{T\} = [D]\{\epsilon\} \quad (\{T\} = \{T_1, T_2, S\}, \quad \{\epsilon\} = \{\epsilon_1, \epsilon_2, \gamma_{12}\}) \quad (7)$$

с жесткостями

$$\begin{aligned} d_{11} &= B_k i \cos^4 \psi + 4G_p h_{\text{эф}}, & d_{12} &= d_{21} = B_k i \sin^2 \psi \cos^2 \psi + 2G_p h_{\text{эф}}, \\ d_{22} &= B_k i \sin^4 \psi + 4G_p h_{\text{эф}}, & d_{13} &= d_{31} = B_k i \sin \psi \cos^3 \psi, \\ d_{33} &= B_k i \sin^2 \psi \cos^2 \psi + G_p h_{\text{эф}}, & d_{23} &= d_{32} = B_k i \sin^3 \psi \cos \psi, \end{aligned} \quad (8)$$

в которых B_k, i, ψ - соответственно жесткость, частота укладки и угол закроя корда в слое, G_p - модуль упругости резины, $h_{\text{эф}}$ - эффективная толщина резинокордного слоя.

Соотношения (7), (8) применяются при описании упругого поведения пакетов резинокордных слоев каркаса и брекера. Как правило, брекер имеет симметричное строение, т. е. образован четным числом резинокордных слоев со скрещивающимися направлениями армирования. Нити левого и правого направлений в смежных слоях составляют с меридианами шины одинаковые углы $\pm\psi$. Такое строение позволяет рассматривать брекер как ортотропный пакет, оси упругой симметрии которого совпадают с меридианами и параллелями. Каркас шины состоит из одного или нескольких резинокордных слоев с меридиональным расположением нитей. Для вычисления его жесткостей применяются формулы, справедливые для ортотропного пакета, при $\psi = 0$. Частота укладки нитей в слоях каркаса является функцией радиуса r окружного сечения: $i = i_0 r_0 / r$, где i_0, r_0 - частота нитей и радиус в зоне бортовых колец.

Беговая часть шины и зоны заворотов каркаса рассматриваются как трехслойные оболочки. Боковую стенку можно рассчитывать по более простым уравнениям теории однослойных оболочек. Однако такой подход требует изменения уравнений задачи при переходе в процессе интегрирования через край брекера и кромки заворотов. Краевая задача становится многоточечной. Чтобы избежать преобразования уравнений, в области боковой стенки вводится фиктивный внешний слой малой жесткости. При

этом на всех участках шины с различными жесткостными свойствами используются одни и те же уравнения теории трехслойных оболочек. Для того чтобы введение фиктивного слоя не искажало поле деформаций, его жесткости задаются существенно меньшими, чем жесткости каркаса

$$([D]_{\text{фискт}} = 0,005 \div 0,01 \times [D]_{\text{каркас}}).$$

Полная система нелинейных уравнений расчета шины как оболочки вращения представлена в виде

$$\frac{\partial}{\partial s} \{y\} = \left\{ f(\{y\}), \frac{\partial}{\partial \varphi} \{y\}, \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \{y\}, p, \{q\} \right\}, \quad (9)$$

где $\{y\} = \{u_{(1)}, v_{(1)}, u_{(2)}, v_{(2)}, w, rT_{1(1)}, rS_{1(1)}, rT_{1(2)}, rS_{1(2)}, rP_1\}$ - вектор состояния; $\{f\}$ - вектор-функция перечисленных аргументов, среди которых p - внутреннее давление, $\{q\}$ - силы, действующие в площади контакта шины с опорой; s - длина дуги меридиана, отсчитываемая по каркасу от обода; φ - угол, определяющий положение меридионального сечения шины. Для компактной записи уравнений равновесия в вектор состояния введены фиктивные сдвигающие и поперечные силы:

$$S_{1(k)} = S_{(k)} + T_{1(k)} \omega_{1(k)} + 0,5 Q_1 \chi_2, \quad P_1 = Q_1 - \sum_k (T_{1(k)} \vartheta_{1(k)} + S_{(k)} \vartheta_{2(k)}).$$

Далее рассматривается задача о малых дополнительных деформациях предварительно напряженных пневматических трехслойных оболочек. Подобная задача имеет первостепенное значение для всех пневмоконструкций, в том числе шин, которые сначала в результате надувки приобретают необходимую жесткость, а затем подвергаются действию внешних эксплуатационных нагрузок. В соответствии с технической идеей конструкции расчет можно проводить поэтапно, выделяя в качестве первого этапа определение формы и НДС оболочки, нагруженной внутренним давлением. Это состояние является начальным. Тогда на втором этапе расчету подлежат дополнительные деформации оболочки, вызванные остальными эксплуатационными нагрузками. Для расчета дополнительной деформации проведена линеаризация уравнений (9) в окрестности состояния накачанной шины. Сформулированная модель выстроена в русле работ В.Л. Бидермана, Б.Л. Бухина по линеаризованной теории сетчатых оболочек, работ С.А. Алексеева, Л.И. Балабуха, В.И. Усюкина по технической теории тканевых оболочек.

Начальное осесимметричное состояние шины определяется решением одномерной нелинейной краевой задачи для уравнений

$$\frac{d}{ds} \{y\} = \{f(\{y\}, p)\}. \quad (10)$$

На этом этапе расчета учитывается изменение раствора бортов шины при посадке на полки жесткого обода.

Дополнительное несосимметричное состояние, вызванное локальной нагрузкой $\{q\}$ в площади контакта шины с опорой, определяется решением двумерной краевой задачи для линеаризованных уравнений

$$\frac{\partial}{\partial s} \{y\}^* = [F_0] \{y\}^* + [F_1] \frac{\partial}{\partial \phi} \{y\}^* + [F_2] \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \{y\}^* + \{q\}, \quad (11)$$

где $\{y\}^*$ - вектор дополнительного состояния,

$$[F_0] = \partial \{f\} / \partial \{y\}, \quad [F_1] = \partial \{f\} / \partial \{y\}_\phi, \quad [F_2] = \partial \{f\} / \partial \{y\}_{\phi\phi}.$$

Для моделирования реального нагружения шины задача рассматривается в контактной постановке (глава 3). Поскольку линеаризация приводит к огрублению модели и в некоторых случаях, касающихся, как правило, сильно нагруженных легковых шин, может вносить заметные погрешности в результаты, предусмотрен третий этап расчета. Его цель - уточнение состояния в области, прилежащей к площади контакта. Этот этап расчета выполняется МКЭ на основе нелинейной теории оболочек (глава 4). Такова схема поэтапного выполнения расчетов, позволяющая построить экономичные алгоритмы решения контактных задач при действии на шину вертикальной и боковой нагрузок.

В третьей главе рассматриваются методы расчета деформаций статически нагруженной неподвижной шины, основанные на использовании линеаризованной теории пневматических оболочек. Предложено решение контактной задачи об обжатии шины на плоскую или цилиндрическую опорную поверхность. Решение основано на вычислении функций влияния напряжений, действующих в площади контакта. С помощью суперпозиции функций влияния удастся выполнить геометрическое условие контакта в ряде заранее намеченных точек коллокации, расположение которых увязывается с искомой площадкой контакта. Число точек коллокации и, следовательно, точность выполнения условия контакта зависят от числа свободных параметров в аппроксимации контактного давления, которое может быть весьма большим. По такой же схеме решается задача о деформациях шины, нагруженной боковой силой. Предполагается, что при боковом деформировании сохраняются форма и размеры площади контакта, имевшие место при обжатии. Таким образом, используется гипотеза "прилипания" шины в пятне контакта к опорной поверхности. В расчете учитывается перераспределение нормального давления в контакте.

При обжати геометрическое условие контакта шины с опорной поверхностью $z = f(x, y)$ (рис. 3) формулируется в линейаризованном виде

$$v_z - \psi_x \cdot v_x - \psi_y \cdot v_y + \Delta - \delta_z = 0,$$

где v_x, v_y, v_z - проекции вектора перемещения точек наружной поверхности протектора на оси декартовой системы координат, Δ - первоначальный зазор между протектором и опорой, δ_z - сближение оси колеса с опорой, $\psi_x = \partial f / \partial x$, $\psi_y = \partial f / \partial y$.

Наиболее важной в практическом отношении является задача о контакте шины с плоскостью или цилиндрической поверхностью бегового барабана. В криволинейных координатах оболочки условие контакта с цилиндрической поверхностью

радиуса R_κ приводится к виду

$$F(s, \varphi) = v_{np} \sin \varphi - \rho_{np} \cos \varphi + R_\kappa^{-1} r_{np} \sin \varphi (v_{np} \cos \varphi + \rho_{np} \sin \varphi) + R_{ст} - r_{np} \cos \varphi + 0,5 R_\kappa^{-1} (r_{np} \sin \varphi)^2 = 0, \quad (12)$$

где ρ - радиальные, v - окружные перемещения; индексы "np" сопровождают функции, относящиеся к точкам наружной поверхности протектора; $R_{ст}$ - статический радиус шины.

При обжати неподвижной шины влияние касательных контактных сил на НДС несущественно, о чем свидетельствуют известные экспериментальные исследования. В работе считается, что эти силы в контакте отсутствуют. Единственной искомой компонентой является нормальное давление.

Для приближенного выполнения условия контакта (12) используется метод функций влияния. Беговая дорожка шины делится параллелями на m узких полос. Предполагается, что контактное давление не меняется по ширине узкой полосы, аппроксимируется закон изменения давления вдоль полосы

$$q = \begin{cases} q_1 \Phi(\varphi, \alpha_1), & |\varphi| \leq \alpha_1; \\ 0, & |\varphi| > \alpha_1; \end{cases} \quad (13)$$

где α_i - половина угла контакта вдоль полосы; q_i - параметр, определяющий масштаб давления; $\Phi(\varphi, \alpha_i)$ - заранее назначенная функция окружной координаты, характеризующая вид эпюры давления; i - номер полосы.

Аппроксимация давления на каждой полосе контакта содержит два неопределенных параметра q_i, α_i . Эти параметры определяются таким образом, чтобы условие (12) точно выполнялось в заранее выбранных точках коллокации на полосе. Для реализации расчета радиальная и окружная составляющие контактного давления и перемещения точек шины (в радиальном, осевом и окружном направлениях) раскладываются в ряды Фурье

$$q_{\rho i} = q_i \sum_{n=0}^{\infty} g_{\rho n}(\alpha_i) \cos n\varphi, \quad q_{v i} = q_i \sum_{n=1}^{\infty} g_{v n}(\alpha_i) \sin n\varphi,$$

$$\rho = \sum_{i=1}^m q_i \sum_{n=0}^N [g_{\rho n}(\alpha_i) \rho_{\rho i n}(s) + g_{v n}(\alpha_i) \rho_{v i n}(s)] \cos n\varphi,$$

$$\xi = \sum_{i=1}^m q_i \sum_{n=0}^N [g_{\rho n}(\alpha_i) \xi_{\rho i n}(s) + g_{v n}(\alpha_i) \xi_{v i n}(s)] \cos n\varphi,$$

$$v = \sum_{i=1}^m q_i \sum_{n=1}^N [g_{\rho n}(\alpha_i) v_{\rho i n}(s) + g_{v n}(\alpha_i) v_{v i n}(s)] \sin n\varphi,$$

причем в рядах для перемещений выделяются коэффициенты рядов для нагрузок $g_{\rho n}(\alpha_i), g_{v n}(\alpha_i)$. Функции $\rho_{\rho i n}(s), v_{\rho i n}(s), \xi_{\rho i n}(s)$ и $\rho_{v i n}(s), v_{v i n}(s), \xi_{v i n}(s)$ представляют собой коэффициенты влияния радиальной и окружной нагрузок. У этих функций три индекса указывают по порядку: направление действующей нагрузки, номер нагруженной полосы и номер гармоники.

Коэффициенты влияния для каркаса и брекера вычисляются путем расчета шины по схеме трехслойной пневматической оболочки на основе теории, изложенной во второй главе. Для такой оболочки в Приложении 3 приведена система обыкновенных дифференциальных уравнений, интегрированием которой определяется одна произвольная гармоника неосесимметричной деформации. Краевые задачи для этой системы решаются методом ортогонализации С.К. Годунова. Перемещения точек наружной поверхности протектора вычисляются путем добавления к перемещениям брекера дополнительных смещений за счет обжатия протектора как упругого винклеровского основания.

С помощью коэффициентов влияния формулируются условия точечного контакта, заменяющие уравнение (12):

$$F(s_1, \varphi_{i1}, q_1, \alpha_1, \dots, q_m, \alpha_m, R_{c\tau}) = 0, \quad F(s_1, \varphi_{i2}, q_1, \alpha_1, \dots, q_m, \alpha_m, R_{c\tau}) = 0,$$

здесь s_1 , $\Phi_{11} = \eta_1 \alpha_1$, $\Phi_{12} = \eta_2 \alpha_1$ - координаты двух точек коллокации на i -й полосе контакта; числа η_1 , η_2 - относительные координаты внутри угла контакта α_1 . Система 2m уравнений прилегания, дополненная условием равновесия $\iint q(s, \varphi) d\Omega = Q_z$, решается относительно параметров

контактного давления и статического радиуса шины. В практических расчетах при аппроксимации давления использовались функции $\Phi = 1$, $1 - (\varphi/\alpha_1)^2$, $1 - (\varphi/\alpha_1)^4$. Проведено сопоставление результатов, получаемых при этих аппроксимациях.

Закон распределения давления может быть уточнен, если аппроксимировать его отрезком ряда функций

$$q = \begin{cases} q_{01} \Phi_0(\varphi, \alpha_1) + q_{21} \Phi_2(\varphi, \alpha_1) + q_{41} \Phi_4(\varphi, \alpha_1) + \dots, & |\varphi| \leq \alpha_1; \\ 0, & |\varphi| > \alpha_1; \end{cases} \quad (14)$$

например, ортогональных многочленов Лежандра. При этом сохраняется прежний порядок расчета. Коэффициенты влияния сохраняют силу. Число варьируемых параметров контактного давления возросло, возрастет и

число узлов коллокации на каждой полосе. На рис. 4 сопоставлены результаты решения контактной задачи с одной и двумя функциями в представлении (14). Решения близки, поэтому в практических целях допустимо проводить расчеты с одночленной аппроксимацией давления.

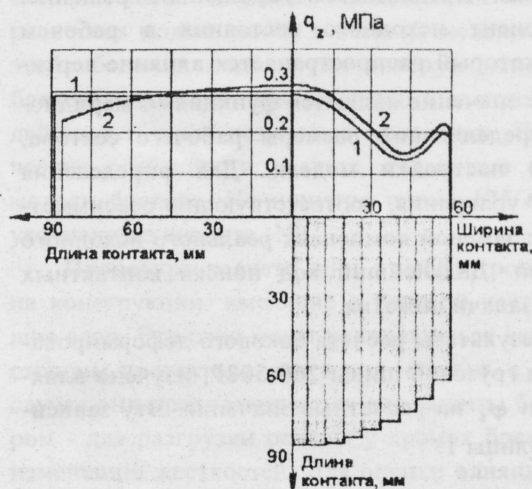


Рис. 4. Четверть площади контакта и распределение давления для шины 175/80P13 при расчете с одной (1) и двумя (2) координатными функциями в аппроксимации давления

Изложенный метод решения контактной задачи применим не только в случае обжатия, но и при других видах нагружения шины.

При проектировании радиальных шин большое значение придается обеспечению требуемой боковой жесткости, т. к. у этих шин названная характеристика снижена по сравнению с диагональными шинами. В диссертации предложено приближенное решение задачи о боковой жесткости

ровании обжатой шины. Боковое деформирование моделируется нагружением обжатой точки двумя системами сил, распределенных кососимметрично относительно продольной плоскости колеса xOz : касательными напряжениями q_y , создающими боковую силу, и дополнительными нормальными напряжениями Δq_x . Напряжения подбираются так, чтобы в области контакта выполнялись геометрические условия $\Delta v_y = \delta_y$, $\Delta v_z = 0$, из которых первое является условием сцепления (δ_y - взаимное перемещение продольной плоскости колеса и пятна контакта), второе означает, что при боковом деформировании не изменяется статический радиус шины. Используется метод функций влияния.

Задача определения функций влияния при боковом нагружении принципиально отличается от аналогичной задачи, решаемой при обжатии, т. е. различны исходные состояния, по отношению к которым рассматриваются дополнительные перемещения. Из-за того, что компоненты исходного состояния обжатой шины зависят от окружной координаты, разделение переменных в уравнениях с помощью преобразования Фурье оказывается практически невыполнимым. Предлагается упрощенное решение. Проводится осреднение компонент исходного состояния в рабочем секторе шины $-\varphi_0 \leq \varphi \leq \varphi_0$, на который распространяется влияние вертикальной и боковой сил. Средние значения являются функциями меридиональной координаты. Угол, определяющий размеры рабочего сектора, рассматривается как параметр настройки модели. Для определения функций влияния используются уравнения, соответствующие осесимметричному исходному состоянию с заменой компонент реального исходного состояния средними значениями. Дальнейший ход поиска контактных напряжений повторяет решение задачи обжатия.

В диссертации приведены результаты расчета бокового деформирования легковой шины 175/70R13 и грузовой шины 260-508P, изучено влияние параметра настройки модели φ_0 на расчетные значения. Эту зависимость иллюстрируют данные таблицы 1.

Таблица 1. Зависимость расчетного значения боковой жесткости от выбора угла рабочего сектора шины 260-508P*

Параметр настройки φ_0 , град	45	60	90	180	*
Боковая жесткость, Н/мм	218	248	277	304	316

В последнем столбце таблицы указана жесткость, вычисленная при исходном состоянии накачанной шины. Согласно стендовым испытаниям боковая жесткость шины - 274 Н/мм. Таким образом, наилучшее соответствие эксперименту получено при параметре $\varphi_0 = 90^\circ$.

Заметим, что изменение напряженного состояния в процессе обжатия несильно влияет на значение боковой жесткости. Это подтверждается данными таблицы 2, в которой прослеживается весьма малое увеличение боковой жесткости с ростом силы обжатия.

Таблица 2.

Влияние силы обжатия на боковую жесткость шины 175/70R13

Сила обжатия, кН (кГс)	Прогиб, мм	Статический радиус, мм	Площадь контакта, см ²	Боковая жесткость, Н/мм
1,96 (200)	15,9	274,4	101,3	78,4
2,94 (300)	21,7	268,6	125,6	81,2
3,97 (405)	26,6	263,7	164,3	84,7

В радиальных шинах зона кромок брекера наиболее подвержена усталостным разрушениям. Здесь могут наблюдаться как отслоения брекера от каркаса, так и расслоения внутри брекера. Межслойные сдвиги особенно сильно проявляются в малослойном (двухслойном) брекере, для которого существенны эффекты перекрестного армирования и связанные с этим отклонения упругих свойств от ортотропных. Для анализа НДС беговой части с учетом межслойных сдвигов в брекере разработана расчетная модель шины в виде пятислойной оболочки. Три жестких слоя этой оболочки моделируют силовую основу шины: каркас и два слоя брекера, рассматриваемые каждый в отдельности; жесткие слои взаимодействуют через резиновые прослойки. Подробно рассмотрены методические особенности расчета, связанные с переходом к неортотропной модели брекера. На примере шины 175/70R13 обсуждены достигаемые уточнения в анализе НДС.

Процедура расчета шин с неортотропным брекером распространена на конструкции, имеющие в беговой части дополнительные экранирующие слои. Эти слои могут располагаться как над рабочими слоями, т. е. со стороны протектора, так и под ними, т. е. со стороны каркаса. В первом случае они предназначены для защиты брекера от повреждений, во втором - для разгрузки резины у кромок брекера благодаря более плавному изменению жесткостей. Для оценки влияния экранирующих слоев брекеры представляется в виде двух мембран, первая из которых включает пакет симметрично закроенных рабочих слоев, вторая моделирует экранирующие слои. Таким образом, для беговой части шины вновь используется модель пятислойной оболочки. Расчетным путем установлено существенное влияние дополнительных текстильных слоев, расположенных между каркасом и брекером, на поперечные сдвиги в резине. Проанализировано влияние на их величину угла закроа слоев.

В диссертации проведена широкая экспериментальная проверка разработанных моделей и методов на основе сравнения расчетных прогнозов с данными испытаний, накопленными в НИИШП и на Московском шинном заводе. На рис. 5-8 представлены фрагменты такой проверки по шине 260-508Р. Здесь точками изображены результаты стендовых испытаний, сплошными и пунктирными линиями - результаты расчета при разных аппроксимациях контактного давления (13). Подтверждена приемлемая для практических целей точность линеаризованных математических моделей, что позволяет рекомендовать их для выполнения экспресс-расчетов при сравнительном анализе конструкций.

В четвертой главе рассматривается уточненное решение контактной задачи обжатия шины на плоскость, построенное на основе геометрически нелинейной теории трехслойных оболочек МКЭ. Это решение предназначается, во-первых, для контроля точности расчетов по линеаризованной теории, во-вторых, для замены приближенных решений, если их точность недостаточна.

В нелинейной постановке расчет оболочки сводится к итерационному процессу, на каждом шаге которого решается система линеаризованных уравнений метода Ньютона

$$([K_1] - [K_p])d\{\Delta\} = \{F_0\} - \{R_0\};$$

где $\{\Delta\}$ - вектор узловых переменных оболочки; $d\{\Delta\}$ - малая поправка к вектору приближенного решения $\{\Delta_0\}$; $[K_1]$ - матрица тангенциальной жесткости оболочки; $[K_p]$ - матрица учета "следящего" характера внутреннего давления; $\{R_0\}$, $\{F_0\}$ - векторы приведенных к узлам внутренних и внешних сил, соответствующих перемещениям $\{\Delta_0\}$. Выражения для названных матриц и векторов получены на основе принципа возможных перемещений.

В диссертациях А.А. Чернецова, А.В. Уляшкина, подготовленных под руководством автора, для расчетов шин использовались четырехугольные восьмиузловые элементы 2-го порядка серендипова семейства и четырехузловые элементы Эрмита. Эти элементы и узловые переменные для них показаны на рис. 9. Поскольку жесткости шины как оболочки меняются разрывно на границах брекера и заворотов каркаса, то при выборе между названными элементами предпочтение отдано элементам серендипова семейства, у которых в узловые переменные включены только перемещения. Результаты, приводимые в диссертации, получены с помощью этих элементов. Построение матриц жесткости и векторов сил, участвующих в формировании уравнений МКЭ, осуществлялось интегрированием по

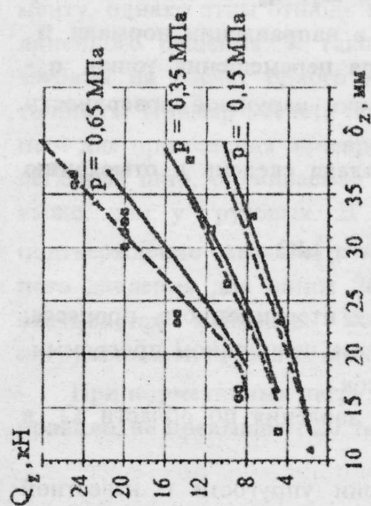


Рис. 5. Нагрузочные характеристики

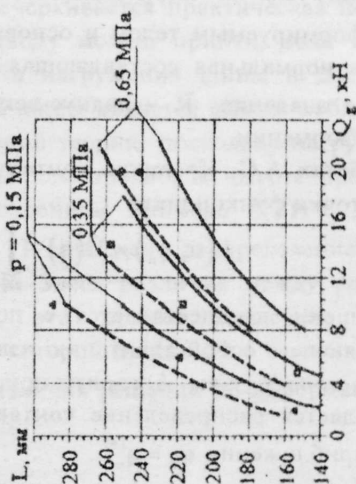


Рис. 7. Зависимость длины контакта от вертикальной нагрузки

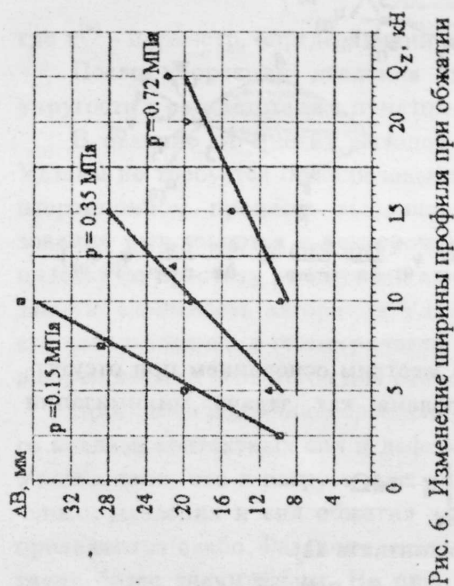


Рис. 6. Изменение ширины профиля при обжатии

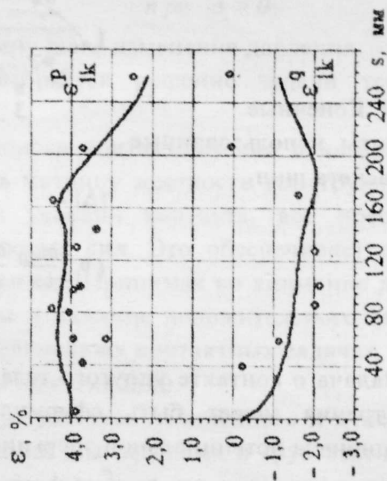
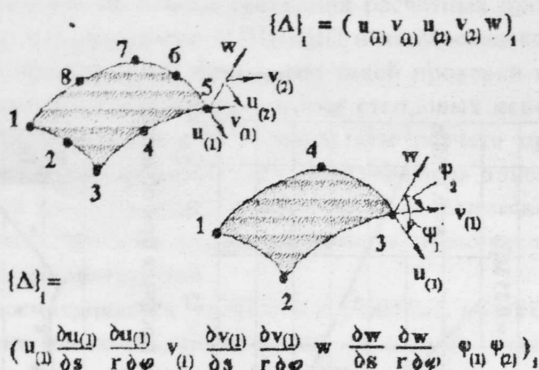


Рис. 8. Деформации корда каркаса ($p = 0.6$ МПа, $Q_z = 18.6$ кН)

методу Гаусса с выборочно-сокращенной схемой вычислений, рекомендуемой для предотвращения "мембранного и сдвигового заклинивания".

Рис. 9. Конечные элементы, использованные для расчета шин



Задача о контакте упругого тела с жестким основанием при отсутствии трения может быть сформулирована как задача минимизации функционала потенциальной энергии

$$\Pi(\bar{u}) = \int_V a(\bar{u}) dV - \int_{\Omega_c} \bar{q} \cdot \bar{u} d\Omega$$

с ограничениями в области возможного контакта Ω_c

$$\eta_n - u_n \geq 0, \quad q_n \leq 0, \quad q_n(\eta_n - u_n) = 0 \quad \text{при} \quad \bar{R} \in \Omega_c,$$

где $a(\bar{u})$ - удельная энергия упругой деформации, V - объем тела, $\bar{q}$ - внешняя нагрузка на части поверхности тела Ω_c , η_n - начальный зазор между деформируемым телом и основанием в направлении нормали $\bar{n}$, $u_n = \bar{u} \cdot \bar{n}$ - нормальная составляющая вектора перемещения точки, q_n - контактное давление, $\bar{R}$ - радиус-вектор точки наружной поверхности тела до деформации.

В работах А.С. Кравчука контактная задача сведена к отысканию седловой точки функционала

$$L(\bar{u}, q_n) = \Pi(\bar{u}) + \int_{\Omega_c} q_n (u_n - \eta_n) d\Omega.$$

Поиск решения осуществляется с помощью итерационного процесса, представляющего собой адаптацию известного в нелинейном программировании метода Удзавы. Алгоритм поиска таков.

1) Задается распределение контактного давления по области Ω_c в нулевом приближении $q_n = q_n^{(0)}$.

2) Решается неконтактная задача теории упругости с известной нагрузкой в области Ω_c , в результате определяется поле перемещений в

нулевым приближении $\bar{u} = \bar{u}^{(0)}$.

3) Производится коррекция контактного давления по формуле

$$q_n^{(k+1)} = \begin{cases} \sigma \equiv q_n^{(k)} + c^{(k)}(\eta_n - u_n^{(k)}), & \text{при } \sigma \leq 0, \\ 0, & \text{при } \sigma > 0, \end{cases}$$

где $c^{(k)}$ - параметр, определяющий длину шага изменения давления.

После коррекции давления повторяется решение задачи теории упругости в соответствии с пунктом 2.

В отличие от многих методов поиска контактных сил в алгоритме Удзавы не требуется преобразовывать матрицу жесткости конструкции в итерационном процессе выполнения условий контакта, все преобразования выполняются с вектором узловых сил. Это обеспечивает сравнительную простоту реализации алгоритма. Принимая во внимание доказанную сходимость алгоритма Удзавы и наличие положительного опыта его использования в геометрически нелинейных контактных задачах, был выбран именно этот метод для расчета обжатия шин.

Проведено подробное сравнение результатов нелинейного и линейного анализа контактных сил и деформаций для легковых и грузовых шин. Установлено, что в нагрузочных характеристиках при нормативных значениях давления и сил обжатия эффекты геометрической нелинейности проявляются слабо. Различия между решениями в локальных характеристиках более значительны. На рис. 10 сопоставлены распределения контактного давления по ширине беговой дорожки для шины 175/70R13. Конечно, результаты нелинейной теории лучше соответствуют эксперименту, однако этим отнюдь не перечеркивается практическая полезность линейного решения. К такому выводу можно прийти, если соотнести затраты на расчет одного варианта нагружения шины и достигнутую точность. Пример расчета легковой шины является самым неблагоприятным для применения линеаризованной теории, поскольку нагруженность легковых шин, оцениваемая отношением прогиба к высоте профиля H , выше, чем у грузовых. В рассмотренном примере $\delta_x/H = 21,3\%$. В подтверждение сказанного на рис. 11 приведено распределение контактного давления для шины 260-508P. Здесь различие между решениями оказывается меньшим. Конечно, это прямое следствие меньшей нагруженности грузовой шины, для которой $\delta_x/H = 12,6\%$.

При нормативных нагрузках различия решений по деформациям, как правило, не превышают 20 %.

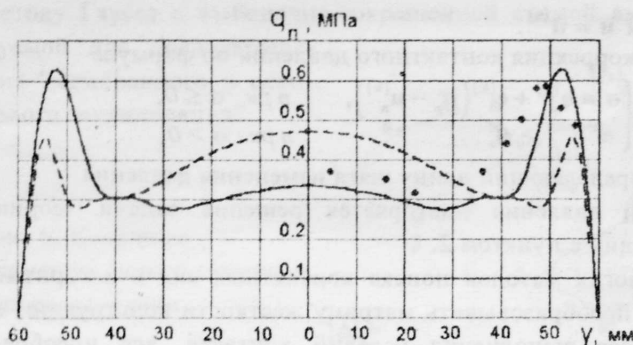


Рис. 10.
Распределение
давления по
ширине беговой
дорожки шины
175/70R13

($p = 0.2$ МПа,
 $Q_z = 4.0$ кН)

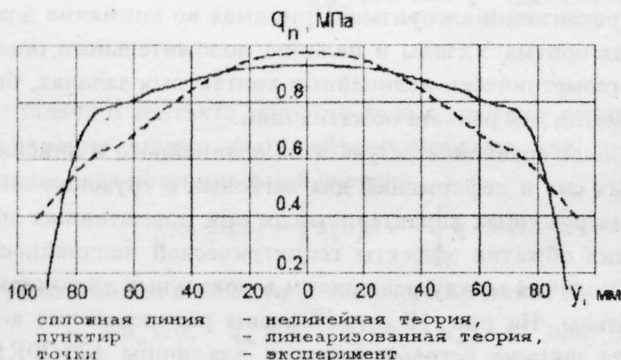


Рис. 11.
Распределение
давления для
шины 260-508P
($p = 0.59$ МПа,
 $Q_z = 18.2$ кН)

Оценивая результаты в целом, можно заключить, что на ранних этапах проектирования целесообразно использовать экспресс-расчеты на основе линейризованной теории. На этапе доводки конструкции и проверки её работоспособности для более точного представления о НДС необходимо проводить нелинейный анализ, что может быть осуществлено разработанным методом.

Пятая глава посвящена задачам стационарного качения шины. Рассматриваются режимы свободного качения и качения при действии тягово-тормозной нагрузки. Для моделирования рассеяния энергии при качении материалы шины рассматриваются как вязкоупругие. Задачи решаются в контактной постановке на основе линейризованных уравнений динамики вязкоупругих оболочек с помощью усовершенствованного алгоритма функций влияния.

При плоском стационарном движении на колесо действуют вертикальная Q_z и продольная Q_x силы и крутящий момент M_y . В качестве параметров, характеризующих стационарный режим качения, выбраны

угловая скорость колеса Ω , вертикальная и продольная силы. Крутящий момент M_y , мощность N_c и момент M_c сопротивления качению как зависимые характеристики выражаются соотношениями:

$M_y = Q_x R_d + Q_z d$, $N_c = M_y \Omega - Q_x u_k$, $M_c = N_c / \Omega = M_y - Q_x r_k$,
где u_k - линейная скорость качения колеса, $r_k = u_k / \Omega$ - радиус качения, R_d - динамический радиус шины, d - снос вертикальной реакции.

Величины r_k , R_d , d вычисляются в результате решения контактной задачи для катящейся шины.

В диссертации подробно описана математическая модель стационарного движения шины как вязкоупругой трехслойной оболочки. Скорость и ускорение произвольной точки шины определяются конвективными производными радиус-вектора деформированной шины

$$\bar{U} = \Omega \partial \bar{R} / \partial \varphi, \quad \bar{a} = \Omega^2 \partial^2 \bar{R} / \partial \varphi^2,$$

где φ - угловая координата меридионального сечения шины.

Уравнения движения элементов шины получены из уравнений равновесия путем добавления к действующим силам сил инерции. При расчете по схеме трехслойной оболочки силы инерции, соответствующие движению с ускорением $\bar{a}$, приведены к жестким слоям с помощью матрицы масс, согласованной с законами распределения скоростей и плотности материалов по толщине оболочки.

Для описания процесса циклического деформирования резинокордной оболочки использована линейная теория вязкоупругости. При этом формально сохранены соотношения (7) между деформациями и усилиями при условии замены в коэффициентах упругости (8) модуля сдвига резины и жесткости корда операторами

$$G_r(f) = G_r \left[f(t) - \int_{-\infty}^t R(t-t') f(t') dt' \right], \quad B_k(f) = B_k \left[f(t) - \int_{-\infty}^t R_k(t-t') f(t') dt' \right],$$

где $R(t-t')$, $R_k(t-t')$ - функции релаксации для резины при сдвиге и для корда при растяжении; f - любая компонента деформации.

При стационарном качении деформации являются периодическими функциями времени с периодом $2\pi/\Omega$. Для отдельной гармоникой процесса деформирования вычисление операторов вязкоупругости эквивалентно умножению деформации на комплексный модуль резины $G'_r + iG''_r$ или комплексную жесткость корда $B'_k + iB''_k$. Последние связаны с ядрами релаксации интегральным преобразованием Фурье. В работе предпола-

гается, что комплексные характеристики резины и корда определены экспериментально как функции частоты деформирования.

Экспериментальные данные о частотной зависимости модулей упругости и потерь для ряда резин содержатся в книгах А.И. Лукомской и В.Ф. Евстратова, В.Н. Потураева и В.И. Дырды. В диссертации приведены результаты испытаний шинных резин, проведенных автором и аспирантом Ю.Л. Гольдбергом в ЦЗЛ МШЗ по методике, установленной ГОСТ 10828-75. Эти результаты свидетельствуют о практической независимости модулей резины от частоты деформирования в диапазоне от 8 до 60 Гц, что согласуется с известными сведениями.

На основе изложенной теории решаются контактные задачи для катящейся шины. Условия контакта шины с недеформируемым дорожным полотном сформулированы как в дифференциальной форме, т. е. через скорости точек деформированной шины, так и в интегральной форме через перемещения. При свободном качении касательные напряжения в контакте невелики и самоуравновешены, поэтому в решении не учитываются. Расчет этих напряжений выполнен при изучении восприятия шиной тягово-тормозной нагрузки. В качестве первого приближения к описанию реального процесса качения принято, что зона скольжения отсутствует и во всей области контакта выполняются условия сцепления. Кинематическое условие сцепления представлено в виде

$$h_{np} \frac{\partial \gamma_{np}}{\partial \varphi} + \frac{\partial}{\partial \varphi} (r_{bp} \sin \varphi + \rho_{bp} \sin \varphi + v_{bp} \cos \varphi) = r_k, \quad (15)$$

где h_{np} - толщина протектора, γ_{np} - деформация сдвига его элементов.

Для приближенного выполнения условия (15) предполагается, что по мере продвижения элемента протектора в пределах пятна контакта от входа к выходу его угловая деформация возрастает по линейному закону. Дальнейший ход решения повторяет с некоторыми отличиями расчет обжатия неподвижной шины. Проводится аппроксимация распределения контактных нормальных и касательных напряжений вдоль полос возможного контакта беговой дорожки

$$q_{21} = \begin{cases} p_{11}(1 - \eta) + p_{21}\eta & \text{при } -\alpha_{11} \leq \varphi \leq \alpha_{21}, \\ 0 & \text{при } -\pi \leq \varphi < -\alpha_{11} \text{ или } \alpha_{21} < \varphi \leq \pi, \end{cases} \quad (16)$$

$$q_{31} = \begin{cases} \tau_1 \eta & \text{при } -\alpha_{11} \leq \varphi \leq \alpha_{21}, \\ 0 & \text{при } -\pi \leq \varphi < -\alpha_{11} \text{ или } \alpha_{21} < \varphi \leq \pi, \end{cases} \quad (17)$$

где p_{11} , p_{21} - давление на входе и выходе из контакта, α_{11} , α_{21} - углы входа и выхода из контакта, τ_1 - касательное напряжение на выходе из контакта, $\eta = (\varphi + \alpha_{11}) / (\alpha_{21} + \alpha_{11})$, i - номер полосы.

Функции контактных напряжений (16), (17) содержат пять неопределенных параметров $p_{11}, \alpha_{11}, p_{21}, \alpha_{21}, \tau_1$, которые находятся так, чтобы условие прилегания и условие сцепления выполнялись в узлах коллокации. Для реализации расчета применяется метод функций влияния. Построение этих функций для вязкоупругой оболочки осуществляется интегрированием системы уравнений следующего вида:

$$\frac{d}{ds}\{y\} = ([A] - \Omega^2[M])\{y\} + [B]\{\tilde{y}\} + \{q\}, \quad \frac{d}{ds}\{\tilde{y}\} = -[B]\{y\} + ([A] - \Omega^2[M])\{\tilde{y}\},$$

где в векторы состояния $\{y\}$ и $\{\tilde{y}\}$ объединены соответственно компоненты, меняющиеся в фазе с внешней нагрузкой $\{q\}$, и компоненты, отстающие от нее по фазе на $\pi/2$. Система имеет 20-й порядок.

При выполнении условий контакта протектор рассматривается как дополнительный четвертый слой модели, обладающий свойствами вязкоупругого винклеровского основания.

Приведены примеры расчета, иллюстрирующие возможности предложенного метода в анализе НДС и прогнозе выходных характеристик. Важнейшей эксплуатационной характеристикой шин является сопротивление качению. Исследовано влияние на этот показатель ширины брекера (рис. 12), толщины протектора (рис. 13), угла закроя корда в брекере (рис. 14), геометрии беговой дорожки, давления воздуха, скорости качения, тяговой силы. Установлено, что существуют значения параметров, минимизирующие сопротивление качению.

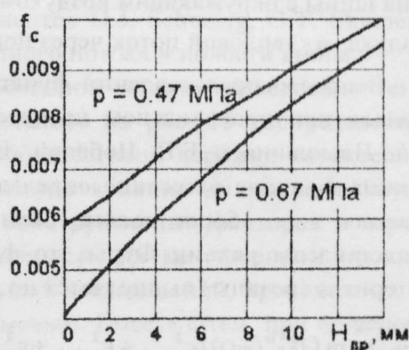
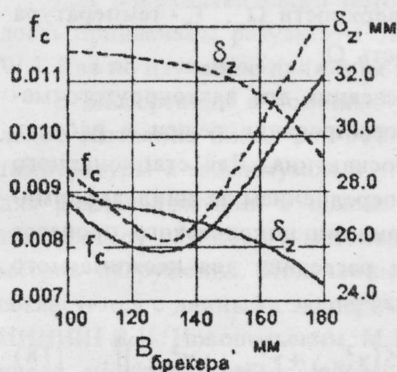


Рис. 12. Зависимости коэффициента сопротивления качению и прогиба шины 225/75R16 от ширины брекерного пояса

Сплошные линии - $p = 0.67$ МПа
Пунктирные - $p = 0.47$ МПа

Рис. 13. Влияние толщины протектора на коэффициент сопротивления качению

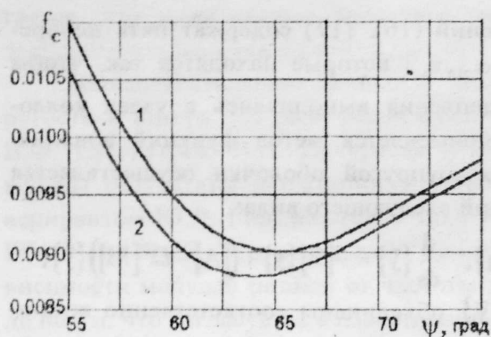


Рис. 14. Влияние угла укладки корда в брекере на коэффициент сопротивления качению шины 225/75R16

1 - $p = 0.67$ МПа, $Q_t = 14.2$ кН, $Q_r/p = 212$ см², $u_k = 100$ км/час
 2 - $p = 0.47$ МПа, $Q_t = 9.97$ кН, $Q_r/p = 212$ см², $u_k = 100$ км/час

В шестой главе по полученному полю циклически изменяющихся деформаций рассчитываются сначала мощность внутренних источников тепла, затем стационарное температурное поле шины.

Расчет выполняется МКЭ на основе вариационной формулировки задачи

$$\delta J(T) = 0, \quad J(T) = \int_V \left[0.5 \lambda_{rr} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)^2 + \lambda_{rz} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right) \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) + 0.5 \lambda_{zz} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 - QT \right] dV + \\ + \int_{\Omega_q} q T d\Omega + \int_{\Omega_a} \alpha (0.5 T^2 - T T_a) d\Omega,$$

где Q - мощность внутренних источников тепла, $\lambda_{rr}, \lambda_{rz}, \lambda_{zz}$ - компоненты тензора теплопроводности, α - коэффициент конвективного теплообмена шины с окружающим воздухом на поверхности Ω_a , T_a - температура воздуха, q - тепловой поток через поверхность Ω_q .

Вопрос о представлении функции рассеяния для вязкоупругого материала при произвольном процессе деформирования решен в работах Л.А. Ильюшина и Б.Е. Победри, В.В. Москвитина. Для стационарного режима функция рассеяния определяется осреднением за цикл деформирования, т. е. оборот колеса. Если деформации циклического процесса представлены рядами Фурье, то функция рассеяния для несжимаемого материала (резины) вычисляется по формуле

$$Q = \sum_{m=1}^{\infty} m \Omega G_p''(m\Omega) \left[\epsilon_{11(m)}^2 + \epsilon_{22(m)}^2 + \epsilon_{33(m)}^2 + 0.5 (\gamma_{12(m)}^2 + \gamma_{23(m)}^2 + \gamma_{31(m)}^2) \right], \quad (18)$$

где $\epsilon_{11(m)}, \dots, \gamma_{31(m)}$ - амплитуды m -й гармоники деформированного состояния. В зависимости от условий работы резиновых деталей шины используются различные слагаемые выражения (18).

Для расчета рассеяния в резинокордных слоях каркаса и брекера привлечены результаты экспериментального исследования Ф. Табаддора, С.К. Кларка, Р.Н. Доджа, посвященного определению эффективных модулей потерь резинокорда. Показано, что значения диссипативных характеристик качественно согласуются с расчетными предсказаниями по теории Халпина - Цая. В диссертации на основании этих результатов функция рассеяния представлена в виде

$$Q = \sum_{m=1}^{\infty} 0,5 m \Omega h^{-1} \left[\{\bar{\epsilon}_{(m)}\}^T [D''] \{\bar{\epsilon}_{(m)}\} + \{\bar{\epsilon}_{(m)}\}^T [D''] \{\bar{\epsilon}_{(m)}\} \right],$$

где $\{\bar{\epsilon}_{(m)}\}, \{\bar{\epsilon}_{(m)}\}$ - векторы амплитудных значений мембранных деформаций, меняющихся по законам $\cos m \Omega t, \sin m \Omega t$ соответственно; $[D'']$ - матрицы эффективных модулей потерь, получаемых по формулам (8) при замене модулей упругости на G_p'', B_k'' ; h - толщина каркаса (брекера).

Для определения коэффициентов теплоотдачи шины в воздух использованы данные работ А.А. Шершнева, В.Е. Качугина, в которых результаты экспериментов для вращающейся шины представлены в виде соотношения между критериями Нуссельта и Рейнольдса. Это дает

$$\alpha = C \frac{\lambda_n u^n}{v_n^n B^{1-n}},$$

где λ_n, v_n - теплопроводность и кинематическая вязкость воздуха, u - скорость потока вдоль поверхности шины, B - ширина профиля шины.

Для оценки теплового потока от стенки шины во внутреннюю полость привлечены результаты экспериментов D.J. Schuring, G.T. Skinner, W.J. Rae по изучению движения воздушного потока в полости шины.

В диссертации с помощью разработанной модели исследовано тепловое состояние шины 260-508Р. Показанное на рис. 15 распределение температуры с максимумом в угловой зоне беговой дорожки характерно для радиальных шин в целом. Прослежено влияние на максимальную температуру резинового массива ряда конструктивных факторов и параметров нагружения. Полученные зависимости на качественном уровне согласуются с данными экспериментальных исследований, проведенных в НИИШП В.И. Новопольским, М.К. Хромовым. Вместе с тем, при большом числе приближенно определяемых гистерезисных и теплофизических характеристик для числового соответствия необходима настройка модели. При отсутствии уточненной исходной информации тепловой расчет предназначается для сравнительного анализа.

Создание модели теплового состояния завершает разработку теоретических и методических основ "полного" расчета шины.

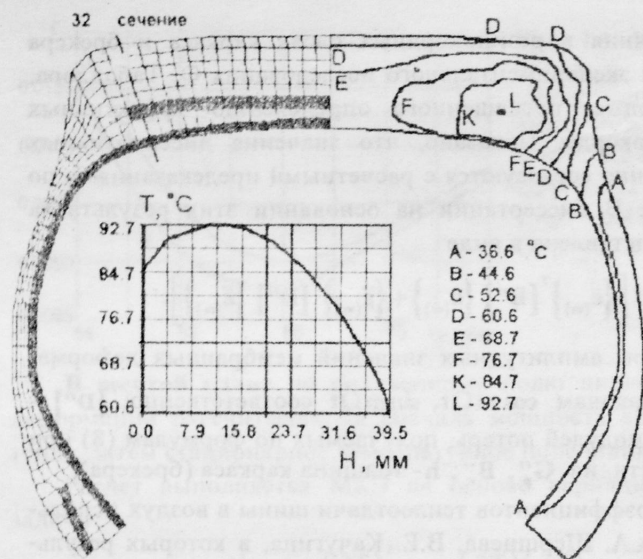


Рис. 15.
Температурное поле
шины 260-508Р
при скорости
качения 80 км/час
($p = 0.59$ МПа,
 $Q_z = 18.2$ кН)

В седьмой главе дается описание структуры и функциональных возможностей программного комплекса КАСКАД, реализующего разработанные методы расчета шин. По назначению и составу комплекс организован как подсистема автоматизированного проектирования шин. Описываются процедуры автоматизированного вычерчивания профиля в системе AutoCAD по типовому сценарию проектирования шины и подготовки геометрической модели. Рассматриваются содержание и форма представления результатов, получаемых с помощью комплекса КАСКАД. На рис. 16 показан пример работы визуализатора комплекса.

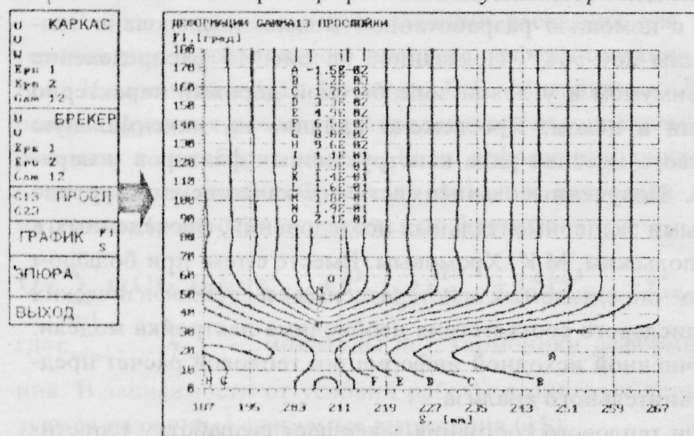


Рис. 16. Поле
изолиний дефор-
маций сдвига в
прослойке шины
260-508Р
на участке от
кромки брекера
(левая граница
поля) до
экватора шины
(правая граница)

В приложения 1, 2, 3 вынесены некоторые подробности построения математической модели шины, не включенные из-за громоздкости в основной текст диссертации. В приложении 4 содержатся результаты экспериментального определения динамических вязкоупругих характеристик шинных резин. В приложении 5 приведены заключения о внедрении программного комплекса КАСКАД на Московском, Кировском и Омском шинных заводах.

ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

1. Разработана система моделей и методов расчета НДС и теплового состояния автомобильных радиальных шин, предназначенная для оценки прочностных и эксплуатационных характеристик. Система позволяет проводить расчеты при статическом нагружении неподвижной шины внутренним давлением, вертикальной и боковой силами, а также при стационарном качении обжатой шины под действием тягово-тормозной нагрузки. Реализована концепция "полного" расчета шин по схеме: НДС - гистерезисные потери - температурное поле.

2. Предложен эффективный метод решения контактных задач о деформациях шины при неосесимметричных эксплуатационных нагрузках. Решения построены на основе линеаризованной теории малых деформаций пневматических оболочек. Использован метод функций влияния контактных напряжений в сочетании с выполнением условий контакта в узлах коллокации.

3. Разработана процедура расчета шин при больших перемещениях обжатия, основанная на соотношениях нелинейной теории оболочек и МКЭ. Для решения использован двухуровневый итерационный процесс, в котором "мажорные" итерации, реализующие алгоритм Удзавы, направлены на удовлетворение условий контакта, "минорные" итерации, построенные по методу Ньютона, - на выполнение нелинейных уравнений равновесия.

4. Для анализа НДС шин в зоне кромок брекера разработана оболочечная модель, учитывающая межслойные сдвиги в брекере. Учтены эффекты перекрестного армирования брекера и связанные с этим отклонения упругих свойств от ортотропных. Процедура расчета шин с неортотропным брекером распространена на конструкции, имеющие в беговой части дополнительные экранирующие слои.

5. Впервые на основе оболочечной модели шины решены контактные задачи стационарного свободного качения и качения при действии тягово-тормозных сил с учетом рассеяния энергии в шинных материалах.

Изучено влияние на сопротивление качению ряда конструктивных и эксплуатационных параметров шины.

6. Проведена широкая экспериментальная проверка разработанных моделей и методов на основе сравнения расчетных прогнозов с данными испытаний, накопленными в НИИШП и на Московском шинном заводе. Подтверждена адекватность моделей.

7. Система расчета радиальных шин реализована в виде объектно-ориентированного комплекса программ КАСКАД, который внедрен на семи шинных заводах России и Украины.

Основное содержание диссертации изложено в работах:

1. Белкин А.Е. Контактная задача для торообразной оболочки // Изв. вузов. Машиностроение. - 1977. - № 4. - С. 9-13.
2. Белкин А.Е., Бидерман Т.В. Численное исследование устойчивости оболочек вращения при кручении // Расчеты на прочность. - М.: Машиностроение. - 1983. - Вып. 24. - С. 148-155.
3. Белкин А.Е., Мартынова Г.В., Ярьско С.В. Расчет несимметрично нагруженных оболочек вращения на ЭВМ. - М.: МВТУ. - 1984. - 34 с.
4. Белкин А.Е. Уравнения неосесимметричной деформации радиальных шин // Изв. вузов. Машиностроение. - 1986. - № 3. - С. 21-25.
5. Белкин А.Е., Ловцова Ю.Ю. Приближенный расчет радиальной шины как трехслойной оболочки на заданную контактную нагрузку // Изв. вузов. Машиностроение. - 1986. - № 9. - С. 82-86.
6. Белкин А.Е., Чернецов А.А. Расчет оболочек, слабо сопротивляющихся поперечным сдвигам, методом конечных элементов // Расчеты на прочность. - М.: Машиностроение. - 1986. - Вып. 27. - С. 274-281.
7. Белкин А.Е. Расчет трехслойных резинокордных оболочек вращения // Труды XIV Всесоюзной конференции по теории пластин и оболочек. Том 1. - Кутаиси. - 1987. - С. 188-193.
8. Белкин А.Е., Чернецов А.А. Расчет радиальных шин по нелинейной теории трехслойных оболочек // Изв. вузов. Машиностроение. - 1988. - № 3. - С. 86-91.
9. Белкин А.Е. Расчет шин радиальной конструкции как трехслойных ортотропных оболочек вращения // Расчеты на прочность. - М.: Машиностроение. - 1989. - Вып. 30. - С. 40-47.
10. Расчетное и экспериментальное исследование деформаций элементов радиальных пневматических шин / А.Е. Белкин, О.Б. Третьяков, С.Л. Соколов и др. // Строительная механика и прочность конструкций машин и сооружений. - М.: МАДИ. - 1989. - С. 57-69.
11. Расчетное и экспериментальное исследование деформации резинокордных оболочек вращения (радиальных шин) / А.Е. Белкин, В.З. Ган-

дельсман, С.Л. Соколов и др. // Труды XV Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин. Том 1. - Казань. - 1990. - С. 480-485.

12. Белкин А.Е. Расчет деформаций в беговой части легковой радиальной шины с учетом межслойных сдвигов в брекере // Изв. вузов. Машиностроение. - 1990. - № 3. - С. 6-11.

13. Белкин А.Е., Уляшкин А.В. Анализ напряженно-деформированного состояния резинокордных оболочек вращения с учетом эффектов перекрестного армирования // Изв. вузов. Машиностроение. - 1991. - № 10-12. - С. 37-42.

14. Calculation and experimental strain study of shells of revolution from polymer composites / A.E. Belkin, V.Z. Gandelsman, S.L. Sokolov etc.

// Proceedings of the Third International Symposium Mechanics of Polymer Composites. - Prague, Czechoslovakia. - 1991. - P. 293-298.

15. Элементы автоматизированного проектирования и расчет напряженного состояния радиальных шин / А.Е. Белкин, А.Ю. Беликов, Н.Л. Нарская, А.В. Уляшкин // Каучук и резина. - 1993. - № 2. - С. 11-14.

16. Белкин А.Е., Уляшкин А.В. Приближенное решение контактной задачи об обжатии шины на плоскую или цилиндрическую опорную поверхность // Изв. вузов. Машиностроение. - 1993. - № 10-12. - С. 14-21.

17. Белкин А.Е., Чернецов А.А. Методика расчета напряженно-деформированного состояния легковых радиальных шин по нелинейной теории трехслойных оболочек // Вестник МГТУ. Машиностроение. - 1993. - № 2. - С. 114-125.

18. Элементы автоматизированного проектирования и расчет напряженного состояния радиальных шин / А.Е. Белкин, Ю.Л. Гольдберг, Н.Л. Нарская, А.В. Уляшкин // Труды Международной конференции по каучуку и резине. - Москва. - 1994. - Том 4. - С. 56-63.

19. Белкин А.Е., Нарская Н.Л. Динамический контакт шины как вязкоупругой оболочки с опорной поверхностью при стационарном качении // Каучук и резина. - 1996. - № 1. - С. 23-26.

20. Белкин А.Е., Нарская Н.Л. Динамический контакт шины как вязкоупругой оболочки с опорной поверхностью при стационарном качении // Вестник МГТУ. Машиностроение. - 1997. - № 1. - С. 62-73.

21. Белкин А.Е., Нарская Н.Л. Контактная задача для радиальной шины как вязкоупругой оболочки при действии тягово-тормозных сил // Вестник МГТУ. Машиностроение. - 1997. - № 4. - С. 100-112.

22. Some models and methods of pneumatic tire mechanics / A.E. Belkin, B.L. Bukhin, O.N. Mukhin, N.L. Narskaya // Tyre Models for Vehicle Dynamic Analysis. Vehicle System Dynamics Supplement. - Lisse (Netherlands). - 1997. - Vol. 27. - P. 250-275.