

1554319

Государственный комитет Российской Федерации
по высшему образованию
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н. Э. БАУМАНА

На правах рукописи

Резазаде-Лалалу Гадер

УДК :531.22.8

**УСТОЙЧИВОСТЬ И СЛУЧАЙНЫЕ КОЛЕБАНИЯ
СЖАТО-СКРУЧЕННЫХ ПРЯМОЛИНЕЙНЫХ СТЕРЖ-
НЕЙ, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ С ПОТОКОМ ЖИД-
КОСТИ**

01.02.06 - Динамика и прочность машин,
приборов и аппаратуры.

Автореферат
диссертации на соискание ученой
степени кандидата технических наук

Москва 1997г.

Работа Выполнена в Московском государственном
техническом университете имени Н.Э. Баумана.

Научный руководитель

- д. т. н., профессор

Светлицкий В.А.

Официальные оппоненты

- д. т. н., профессор

Алфуттов Н. А.

МГТУ им. Н. Э. Баумана

- д. т. н., ст. науч. сотр.

Темис Ю. М.

ЦИАМ. им. Баранова

Ведущая организация -

ГосМКБ "Вымпел"

Защи-
заседании
Московской
Н.Э. Баумана

на
при
ни
3.

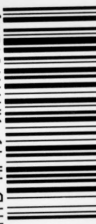
С дис
имени Н.Э.

ГУ

Ученый
Диссертация
к.т.н.,

1554319

НТБ МГТУ им. Н. Э. Баумана



1554319

Резаев-Папалу Г. Устойчи

Общая характеристика работы

Актуальность темы Стержневые элементы имеют очень широкое применение в машиностроении и приборостроении. Они используются в буровых установках (штанги), в медицине (магнитно-стрикционные пилы), в качестве упругих элементов приборов. Работоспособность машин и конструкций, а также точность показаний приборов, использующих упругие стержневые элементы в большой степени зависят от точности расчета упругих элементов с учетом реальных условий их работы и механических свойств. Одной из возможных причин потери работоспособности конструкций, содержащих стержневые упругие элементы, является статическая и динамическая потеря устойчивости стержней при действии детерминированных нагрузок. Несмотря на большое число публикаций, посвященных устойчивости прямолинейных стержней, многие прикладные задачи, в частности, задачи, когда сжато-скрученный стержень взаимодействует с потоком жидкости (с внутренним и внешним), причем стержень в общем случае может иметь разные изгибные жесткости, исследованы недостаточно, хотя они имеют большое прикладное значение. Еще меньше исследованы задачи, относящиеся к статистической динамике стержней, когда при работе (бурение, сверление) стержень нагружается случайными силами, что приводит к случайным колебаниям стержня с непрерывным накоплением повреждений. Так как избавиться от случайных колебаний невозможно, то необходимо режимы работы назначать такими, чтобы уменьшить отрицательное влияние случайных колебаний на прочность. Для этого надо знать статистическое напряженно-деформированное состояние и насколько оно отличается от предельного критического состояния. Так как интенсивность случайных колебаний зависит от того, насколько действующие на стержень силы близки к критическим. Поэтому прежде чем исследовать колебания стержня, необходимо исследовать устойчивость стержня при заданных силах с определением критических значений нагрузок. На критическое состояние прямолинейного стержня (бур, сверло) влияет внутренний поток жидкости, что требуется учитывать при расчетах (рис. 1). Кроме того, критические нагрузки зависят от докритического напряженно-деформированного состояния стержня.

Дело в том, что при исследовании устойчивости не учитывается начальное (до потери устойчивости) кручение стержня. Обычно принимаемое допущение, что кручением стержня можно пренебречь, равносильно условию, что крутильная жесткость стержня равна бесконечности. В то время как крутильная жесткость реального стержня одного порядка с изгибными жесткостями.

Режимы работы упругих стержневых элементов должны быть такими, чтобы при совместном действии сил, крутящего момента и потока жидкости, их числовые значения не совпадали с критическими значениями. Для этого надо знать критическое значение сил, моментов, и параметров потока жидкости с высокой степенью точности, что требует более глубокого понимания физики, более точных математических моделей и эффективных численных методов решения.

НЕ ВРАЩАТЬСЯ
НА ДОМ

1334 318

МГТУ
им. Н.Э. Баумана
БИБЛИОТЕКА

Цель диссертации.

1) разработка теории и численных методов исследования статической и динамической устойчивости сжато-скрученных прямолинейных стержней с учетом внутреннего и внешнего потока жидкости и начального скручивания;

2) разработка методов численного определения критических нагрузок и параметров потоков жидкости для стержней, имеющих локальные шарнирные опоры или упругие связи;

3) определение напряженно-деформированного состояния сжато-скрученного прямолинейного стержня при случайных колебаниях, вызванных случайными изгибающими моментами, появляющимися из-за смещения линии действия сжимающей силы и изменения направления вектора скручивающего момента.

Метод исследования: Для реализации поставленной цели потребовалось вывести нелинейные уравнения движения, уравнения равновесия после потери устойчивости и уравнения малых колебаний сжато-скрученных стержней с учетом внутреннего и внешнего потока жидкости. Разработать прикладные программы для определения критических значений нагрузок и параметров жидкости. Разработать программы для определения комплексных собственных значений и собственных векторов а так же разработать метод определения комплексных собственных значений приближенным методом с использованием принципа возможных перемещений. Разработать численные методы исследования случайных стационарных колебаний сжато-скрученных стержней с учетом взаимодействия стержня с потоком жидкости и локальных связей.

Научная новизна результатов полученных в диссертации заключается в следующем:

- впервые рассмотрены задачи статической и динамической устойчивости сжато-скрученных стержней с учетом потока жидкости и начального скручивания;

- изложен приближенный численный метод решения системы уравнения малых колебаний в частных производных, что позволяет получать решения для пространственно-криволинейных стержней;

- рассмотрены случайные поперечные колебания сжато-скрученного прямолинейного стержня, вызванные сосредоточенной сжимающей силой со случайным смещением линии действия и случайным по направлению сосредоточенным крутящим моментом;

- приведен алгоритм определения случайного напряженно-деформированного состояния стержня при стационарных колебаниях с учетом потока жидкости и начального скручивания.

Практическая ценность результатов заключается в следующем:

- в разработке программ, которые дают возможность при проектировании получить точные численные значения критических нагрузок в зависимости от

конструктивных параметров, условий закрепления (в том числе и при наличии локальных связей) и от параметров потока жидкости (скорости и давления);

-в изложенном методе численного решения уравнений малых колебаний не требующем сведения системы к меньшему числу уравнений, который существенно упрощает решение, когда коэффициенты входящие в уравнения зависят от осевой координат, что имеет место когда рассматриваются колебания с относительно нагруженного состояния, а так же когда стержни имеют переменное смещение;

-в разработке алгоритма и программы численного определения напряженно-деформированного состояния при случайных стационарных нагрузках, что позволяет при проектировании оценить уровень дополнительных случайных напряжений и учесть их при расчете на прочность и надежность.

Внедрение: Результаты полученные в диссертации используются в учебном процессе в специальных дисциплинах; устойчивость механических систем; теория колебаний систем с распределенными параметрами; статистическая механика.

Апробация работы: Основные результаты работы обсуждались на научном семинаре на кафедре "Прикладная механика" (РК-5) МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Публикации: По теме диссертации опубликована статья в журнале МТТ № 3; 1997; вторая статья принята к печати в журнале " Вестник МГТУ" (серия "Машиностроение").

Структура и объем работы: Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы и приложений, которые изложены на 163 страницах компьютерного (Times New Romans Cyr 14pt) текста, включая 78 рисунков

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Введение. В введение дается обзор литературы и формулируются основные задачи. Дается краткое содержание глав.

В первой главе диссертации приводятся вывод общих нелинейных уравнений движения стержня, которые в последующих главах используются для вывода уравнений равновесия и уравнений малых колебаний сжато-скрученного прямолинейного стержня (рис. 2 а,б).

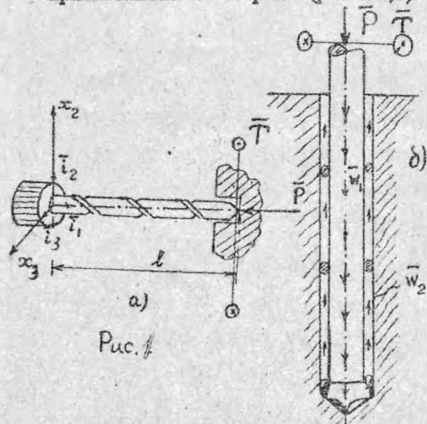


Рис.1

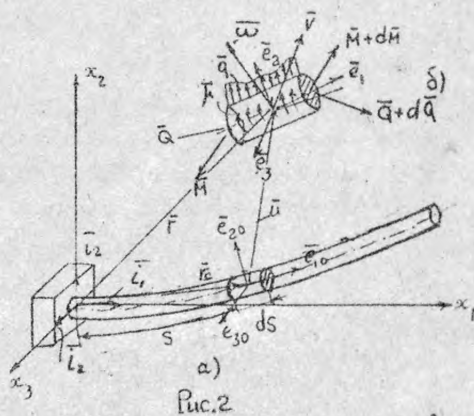


Рис.2

Приведенные к безразмерной форме записи уравнения движения стержня имеют вид

$$\begin{aligned} p_0(\eta) \left(\frac{\partial v_i}{\partial \tau} + \varepsilon_{ijk} \omega_j v_k \right) + \gamma_{ij}^{(1)} v_j - \frac{\partial Q_i}{\partial \eta} - \varepsilon_{ijk} \chi_j Q_k - P_i &= 0, \\ J_{ij}(\eta) \frac{\partial \omega_j}{\partial \tau} + \varepsilon_{ijk} \omega_j J_{kl} \omega_l + \gamma_{ij}^{(2)} \omega_j - \frac{\partial M_i}{\partial \eta} - \varepsilon_{ijk} \chi_j M_k + \varepsilon_{ijk} Q_j - T_i &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

$$M_i = A_{ij}(\eta) (\chi_j - \chi_{j0}) = 0, \quad \ell_{ij}^{(1)} \frac{\partial \theta_j}{\partial \eta} - \chi_i + \ell_{ij} \chi_{j0} = 0, \quad \ell_{ij}^{(2)} \frac{\partial \theta_j}{\partial \tau} - \omega_i = 0,$$

$$P = q + \sum_{j=1}^n P^{(j)} \delta(s - s_j), \quad T = \mu + \sum_{j=1}^n T^{(j)} \delta(s - s_j), \quad p_0(\eta) = \frac{m_0(\eta)}{m_0(0)},$$

где η - безразмерная координата, τ - безразмерное время, v_j - проекции вектора скорости перемещений, ω_j - проекции угловой скорости элемента стержня, θ_j - углы поворота осей относительно их статического состояния, Q_j и M_j - соответственно проекции векторов внутренней силы и момента, q - вектор внешних распределенных сил действующих на стержень, μ - вектор внешних распределенных моментов; $P^{(j)}$ - вектора сосредоточенных сил; $T^{(j)}$ - вектора сосредоточенных моментов, $\Delta \chi_j$ - проекции вектора кривизны, χ_{j0} - проекции вектора кривизны в состоянии равновесия, A_{ij} - диагональная матрица главных жесткостей ($A_{11} = GJ_k$ - жесткость стержня на кручение, а $A_{22} = EJ_2$, $A_{33} = EJ_3$ - изгибные жесткости стержня), J_{ij} - физические моменты инерции элемента стержня, длина которого равна единице, m_0 - масса единицы длины стержня, $\gamma_{ij}^{(1)}$; $\gamma_{ij}^{(2)}$ - коэффициенты вязкого сопротивления. Входящая в уравнения (4) и (5) матрицы $L^{(1)}$ и $L^{(2)}$ имеют следующий вид

$$L = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 \cos \theta_3 & \cos \theta_2 \sin \theta_3 \cos \theta_1 & \cos \theta_2 \sin \theta_3 \sin \theta_1 \\ & + \sin \theta_2 \sin \theta_1 & - \sin \theta_2 \cos \theta_1 \\ - \sin \theta_3 & \cos \theta_1 \cos \theta_3 & \cos \theta_3 \sin \theta_1 \\ \sin \theta_2 \cos \theta_3 & \sin \theta_2 \sin \theta_3 \cos \theta_1 & \sin \theta_2 \sin \theta_3 \sin \theta_1 \\ & - \cos \theta_2 \sin \theta_1 & + \cos \theta_2 \cos \theta_1 \end{bmatrix};$$

$$L^{(1)} = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 \cos \theta_3 & 0 & - \sin \theta_2 \\ - \sin \theta_3 & 1 & 0 \\ \sin \theta_2 \cos \theta_3 & 0 & \cos \theta_2 \end{bmatrix}$$

Полагая, что при малых колебаниях приращения векторов Q , M , u , χ и θ являются малыми из систем 1 нелинейных уравнений (1) получаем систему линейных уравнений, в которую введены слагаемые, зависящие от потока жидкости (от скоростей внутреннего и внешнего потоков) и внутреннего давления P_i . Систему уравнений удобно представить в виде одного векторного уравнения

$$A_1 \frac{\partial^2 Z}{\partial \tau^2} + A_2 \frac{\partial Z}{\partial \tau} - \frac{\partial Z}{\partial \eta} + A_3 Z = b, \quad (2)$$

$$\text{где } Z = [\Delta Q_2, \Delta Q, \Delta M_2, \Delta M, \theta_2, \theta, u_2, u,]^T; \quad b = [\Delta P_2, \Delta P, \Delta T_2, \Delta T, 0, 0, 0, 0]^T$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1+n_1+n_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1+n_1+n_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & n_3 w & \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -n_3 w & 0 & 0 & \gamma \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & \chi_{10} & 0 & -Q_{10}^{(1)}/A_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\chi_{10} & 0 & Q_{10}^{(1)}/A_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \chi_{10} - M_{10}/A_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & M_{10}/A_{22} & -\chi_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/A_{22} & 0 & 0 & \chi_{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/A_{33} & -\chi_{10} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \chi_{10} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -\chi_{10} & 0 \end{bmatrix}$$

$$Q_{10}^{(1)} = Q_{10} - (P_1 + (n_1 + n_2(n_3)^2)w_1^2); \quad w_1 = w_1 e_1; \quad w_2 = w_2 e_1 = -n_3 w_1 e_1;$$

$$n_1 = \frac{m_1}{m_0}; \quad n_2 = \frac{n_1 m_2}{m_0}; \quad n_3 = \frac{F_1}{F_2}; \quad n_4 = \frac{F_0 + F_1}{F_2}; \quad n_5 = 2(n_1 - n_2 n_3)$$

ΔQ и ΔM ; - соответственно проекции приращений векторов внутренней силы и момента стержня, Q_{10} и M_{10} - соответственно внутренней продольной силы и крутящего момента стержня в состоянии равновесия, χ_{10} - кручение в состоянии равновесия, γ - коэффициент вязкого сопротивления, m_1 - масса жидкости, заполняющей единицу длины стержня, m_2 - масса внешней жидкости, находящейся вокруг единицы длины стержня, P_1 - безразмерное давление потока жидкости, $w_1 = w_1 e_1$, $w_2 = w_2 e_2$ - усредненные по сечению стержня скорости внутреннего и внешнего потоков жидкости относительно стержня, n_4 - коэффициент присоединенной массы, F_0 - площадь сечения стержня, F_1 - площадь отверстия в стержне, F_2 - площадь сечения канала.

Вторая глава диссертации посвящена исследованию статической устойчивости сжато-скрученных стержней, взаимодействующих с потоком жидкости. Выводятся уравнения равновесия после потери устойчивости. Для получения линейных уравнения равновесия после потери устойчивости, считая, что имеет место потеря устойчивости в малом, полагаем $Q = Q^* + \Delta Q$; $M = M^* + \Delta M$; $q = q^* + \Delta q$; $\mu = \mu^* + \Delta \mu$; $\chi = \chi^* + \Delta \chi$, где звездочкой отмечены векторы, соответствующие критическому состоянию равновесия; ΔQ , ΔM , $\Delta \chi$; Δq ; $\Delta \mu$ - приращения соответствующих векторов при переходе стержня в новое равновесное состояние. Так как при потере устойчивости в малом предполагается, что новая равновесная

форма стержня близка к критической, то приращение векторов ΔQ , ΔM , $\Delta \chi$, Δq , $\Delta \psi$, ΔP и ΔT - можно считать малыми. Полагая в уравнении (2) производные по времени равными нулю получаем уравнения равновесия после потери устойчивости для прямолинейного стержня, имеющего локальные опоры, нагруженного крутящим моментом T и распределенными осевыми силами q

$$\frac{dZ}{d\eta} + A_1 Z = b, \quad \left(b = \left[\sum_i R_2^{(i)} \delta(\eta - \eta_i) \sum_i R_3^{(i)} \delta(\eta - \eta_i) \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \right]^T \right) \quad (3)$$

$$A_1 = A_1(Q_1^{(0)}); \quad Q_1^{(0)} = Q_1^* - (p_1 F_1 + n_1 w_1^2) e_1.$$

Решение векторного уравнения (3) имеет вид

$$Z = K(\eta, P, T, q, w)C + Z_c, \quad (4)$$

где $K(\eta, P, T, q, w)$ - фундаментальная матрица решений однородного уравнения; C - вектор начальных данных. Компоненты вектора C определяются из краевых условий, Z_c - частное решение уравнения (3), которое зависит от сосредоточенных сил R_i . Вектор Z_c равен

$$Z_c = \sum_{i=1}^n G(\eta, \eta_i) b_i H(\eta - \eta_i), \quad (G(h, h_i) = K(h)K^{-1}(h_i)) \quad (5)$$

Решение (4) должно удовлетворять 8 краевым условиям и дополнительным $2 \times n$ условиям ($u_2(\eta_i) = 0$; $u_3(\eta_i) = 0$; $i=1 \dots n$). Рассмотрены некоторые частные случаи краевых условий в зависимости от характера приложенных сил. Например из краевых условий для стержня, имеющего n промежуточных опор, который жестко закреплён при $\eta=0$ и шарнирно закреплён при $\eta=1$, и нагружен следящим крутящим моментом T и сжимающей силой P

при $\eta=0$ $z_1=0$; $i=5..8$ поэтому $c_5=c_6=c_7=c_8=0$, а при $\eta=1$: $z_7(1)=z_8(1)=z_3(1)=z_4(1)=0$. Помимо этих краевых условий ещё имеются $2n$ дополнительных условий, $z_7(\eta_r)=z_8(\eta_r)=0$, ($r=1, \dots, n$), (перемещения точек осевой линии стержня где имеются шарнирные опоры). Из краевых условий получаем систему алгебраических уравнений вида

$$DY = 0, \quad (6)$$

$$\text{где } Y = [c_1 \ c_2 \ c_3 \ c_4 \ R_2^1 \ R_3^1 \ \dots \ R_2^n \ R_3^n]^T;$$

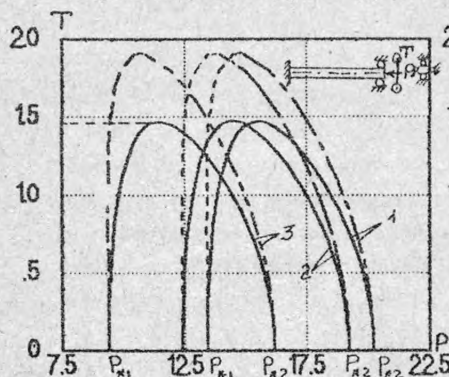
$$D = \begin{bmatrix} K_u(1) & G_u(1, \eta_1) & G_u(1, \eta_2) & \dots & G_u(1, \eta_{n-1}) & G_u(1, \eta_n) \\ K_M(1) & G_M(1, \eta_1) & G_M(1, \eta_2) & \dots & G_M(1, \eta_{n-1}) & G_M(1, \eta_n) \\ K_u(\eta_1) & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ K_u(\eta_2) & G_u(\eta_2, \eta_1) & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ K_u(\eta_{n-1}) & G_u(\eta_{n-1}, \eta_1) & G_u(\eta_{n-1}, \eta_2) & \dots & 0 & 0 \\ K_u(\eta_n) & G_u(\eta_n, \eta_1) & G_u(\eta_n, \eta_2) & \dots & G_u(\eta_n, \eta_{n-1}) & 0 \end{bmatrix};$$

$$K_{\pi}(\eta) = \begin{bmatrix} k_{11}(\eta) & k_{12}(\eta) & k_{13}(\eta) & k_{14}(\eta) \\ k_{21}(\eta) & k_{22}(\eta) & k_{23}(\eta) & k_{24}(\eta) \\ k_{31}(\eta) & k_{32}(\eta) & k_{33}(\eta) & k_{34}(\eta) \\ k_{41}(\eta) & k_{42}(\eta) & k_{43}(\eta) & k_{44}(\eta) \end{bmatrix}; \quad K_M(\eta) = \begin{bmatrix} k_{11}(\eta) & k_{12}(\eta) & k_{13}(\eta) & k_{14}(\eta) \\ k_{21}(\eta) & k_{22}(\eta) & k_{23}(\eta) & k_{24}(\eta) \\ k_{31}(\eta) & k_{32}(\eta) & k_{33}(\eta) & k_{34}(\eta) \\ k_{41}(\eta) & k_{42}(\eta) & k_{43}(\eta) & k_{44}(\eta) \end{bmatrix};$$

$$G_{\pi}(\eta_r, \eta_r) = \begin{bmatrix} g_{11}(\eta_r, \eta_r) & g_{12}(\eta_r, \eta_r) \\ g_{21}(\eta_r, \eta_r) & g_{22}(\eta_r, \eta_r) \end{bmatrix}; \quad G_M(\eta_r, \eta_r) = \begin{bmatrix} g_{11}(\eta_r, \eta_r) & g_{12}(\eta_r, \eta_r) \\ g_{21}(\eta_r, \eta_r) & g_{22}(\eta_r, \eta_r) \end{bmatrix}.$$

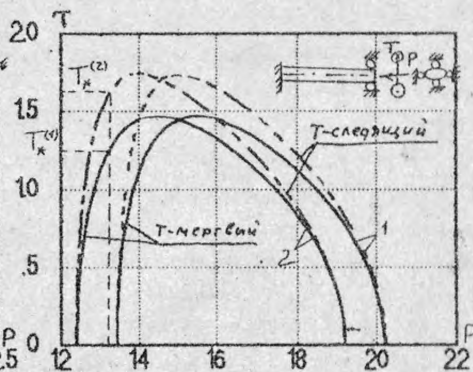
Значения P , T , при заданных w при которых определитель D обращается в нуль, являются критическими значениями.

Некоторые результаты численного исследования статической устойчивости сжато-скрученных прямолинейных стержней приведены на рис. 3-6. На рис. 3 приведены графики изменения сжимающей силы P и мертвого крутящего момента T в зависимости от потока жидкости w_1 для случая когда начальное скручивание учитывается ($\chi_{10} \neq 0$) и когда не учитывается ($\chi_{10} = 0$). Из полученных результатов следует, что скорость внутреннего потока существенно влияет на критические значения силы P_{*1} . При $w_1 = 10$ критическая сила P_{*1} по сравнению со случаем, когда $w_1 = 0$ уменьшалась на 40%. Учет реально существующего начального скручивания ($\chi_{10} \neq 0$) снижает предельное значение крутящего момента T_{*1} по сравнению со приближенным вариантом решения, когда начальным скручиванием пренебрегают на 28%. На рис. 4 приведены графики изменения критических значений P и T для двух случаев: 1) крутящий момент мертвый (сплошные линии) 2) крутящий момент следящий (пунктирные линии) для $w_1 = 0$ и $w_1 = 5$. При следящем крутящем моменте стержень может быть нагружен большим крутящим моментом, чем когда крутящий момент мертвый. Например, при $P = 13.25 \text{ Тс}^{(2)}$ больше чем $T_{*1}^{(1)}$ на 22%, что при точных расчетах необходимо учитывать (необходимо иметь информацию о реальном поведении возникающего, например, от сил резания крутящего момента). Существенное влияние на критическую силу P_{*1} (при заданном крутящем моменте) играет и давление P_1 в жидкости (рис. 5). Так при изменении давления от нуля до $P_1 = 5 \text{ атм}$, критическая сила (при $T = 0$) уменьшалась на 27%.



1) $w_1 = 0$; 2) $w_1 = 5$; 3) $w_1 = 10$; $A_{22}/A_{33} = 0.664$;

$q = 0$; $P_1 = 0$; — $\chi_{10} \neq 0$; --- $\chi_{10} = 0$
рис. 3



1) $w_1 = 0$; 2) $w_1 = 5$; $A_{22}/A_{33} = 0.664$;

$q = 0$; $P_1 = 0$; $\chi_{10} \neq 0$
рис. 4

Большой практический интерес представляют графики на рис.6, показывающие как изменения критические значения P^* и T^* в зависимости от отношения изгибных жесткостей (A_{22}/A_{33}). Из графиков следует, что с уменьшением отношения (A_{22}/A_{33}) увеличивается разрыв между первым и вторым критическими значениями до некоторого предельного значения (A_{22}/A_{33}). До этого значения кривые замкнутые т.е. с ростом крутящего момента два собственных значения P_{*1} и P_{*2} сближаются и при некотором предельном моменте T сливаются. Если для данного отношения (A_{22}/A_{33}), например, равного 0.664 в уравнениях равновесия берутся T больше предельного, то собственные значения (P^* и T^*) отсутствуют, т.е. статической потери устойчивости нет. Следует отметить что до предельного значения отношения (A_{22}/A_{33}) стержень потерять устойчивость только от одного момента (при $P=0$) не может. При дальнейшем уменьшении отношения (A_{22}/A_{33}) с учетом начального скручивания возможна потеря устойчивости отдельно от крутящего момента или от сжимающей силы. Если же начальное скручивание не учитывать то получается, что потеря устойчивости от одного момента невозможна, что для реального стержня неверно.

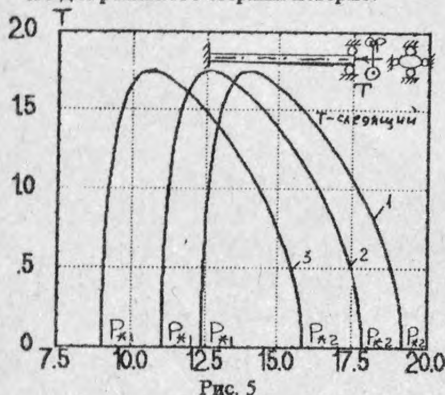


Рис. 5
 $w_1=5$; $A_{22}/A_{33}=0.664$; $q=10$; $\chi_{10}\neq 0$;
 1) $P_f=0\text{atm}$; 2) $P_f=2\text{atm}$; 3) $P_f=5\text{atm}$

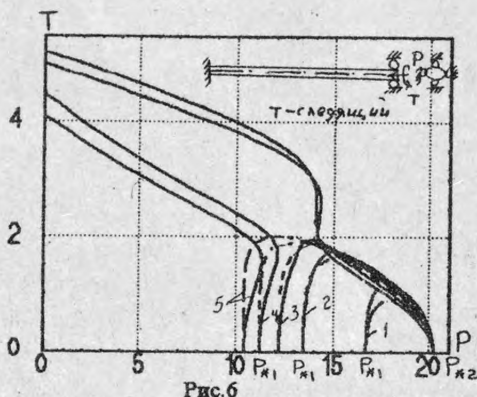


Рис. 6
 $\chi_{10}\neq 0$; $w_1=0$; 1) $A_{22}/A_{33}=0.692$;
 2) $A_{22}/A_{33}=0.664$; 3) $A_{22}/A_{33}=0.602$;
 4) $A_{22}/A_{33}=0.553$; 5) $A_{22}/A_{33}=0.514$;

Третья глава диссертации посвящена исследованию динамической устойчивости сжато-скрученных стержней, взаимодействующих с потоком жидкости. Выводятся уравнения малых колебаний, позволяющие определить собственные значения (в том числе и комплексные собственные значения) и собственные вектора, необходимые для приближенного решения задач динамики стержней. Для этого решение уравнения (2) ищется в виде

$$Z = Z_0(\eta)e^{\lambda t}, \quad (Z_0 = Z_{01} + iZ_{02}); (\lambda = \alpha + i\beta). \quad (7)$$

в результате получаем

$$\frac{dZ_0}{d\eta} + A_4(\eta, \lambda)Z_0 = b. \quad (A_4 = \lambda^2 A_1 + \lambda A_2 + A_3) \quad (8)$$

$$\left(b = \left[\sum_1^a R_2^{(i)} \delta(\eta - \eta_i) \sum_1^a R_3^{(i)} \delta(\eta - \eta_i) \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \right]^T \right)$$

где A_4 - матрица, элементы которой есть комплексные числа. Численно решая уравнение (18) задавшись значениями α и β и требуя, чтобы компоненты вектора Z_0 удовлетворяли краевым условиям (и дополнительным условиям при наличии локальных связей), находят комплексные собственные значения $(\lambda_i = \alpha_i \pm i\beta_i)$, которые позволяют исследовать динамическую устойчивость сжато-скрученного стержня с учетом конструктивных параметров и параметров характеризующих внешний и внутренний потоки жидкости, условий закрепления стержня и характера поведения приложенной к стержню нагрузки. Решение уравнения (8) имеет вид

$$Z_0 = K(\eta, \lambda, P, T, w)C + Z_c \quad (9)$$

Решение (9) должно удовлетворять восьми краевым условиям и дополнительным условиям в сечениях, связанных с шарнирами.

Некоторые результаты численного определения комплексных собственных значений приведены на рис. 7-10. Из графиков рисунка 7,а следует, что стержень теряет статическую устойчивость, так как частоты β_1 и β_2 при P_1 и P_2 обращаются в нуль (при взятых трех значениях крутящего момента T). Значения P_1 и P_2 точно совпадают со значениями, полученными из задачи статической потери устойчивости. На рис. 8 приведены графики изменения β_1 , β_2 , α_1 и α_2 при $P=0$ в зависимости от мертвого крутящего момента T (при $w_1=5$) для случая, когда начальное скручивание учитывается ($\chi_{10} \neq 0$) - сплошные линии и когда не учитывается ($\chi_{10}=0$) пунктирные линии. Учет реально существующего начального скручивания дает значение критического момента $T_c=1.46$ в то время как без учета начального скручивания критический момент равен 2.33, что больше на 60%. Полученный результат имеет рис ладное значения, так как уточненный расчет дает меньшее значение критического значения момента.

На рис. 9 показано изменение β_1 и α_1 при $P=8$ когда $w_1=0$ и $w_1=5$. Интересной особенностью изменения β_1 и α_1 на графиках рисунка 9 является существование интервала значений T где частоты сливаются, т.е. мнимые части комплексных корней становятся равными а α_1 и α_2 разными (отрицательными) до некоторого значения крутящего момента. Затем с увеличением T частоты β_1 , β_2 опять становятся разными а α_1 и α_2 одинаковыми (отрицательными) до значений, когда частоты обращаются в нуль. Интервал значений T , где α_2 больше нуля отмечен звездочками. На этом интервале изменения T стержень теряет динамическую устойчивость. При дальнейшем увеличении T (если стержню не дать сильно

раскачаться) частоты опять становятся разными а действительные части корней (α_1 и α_2) равными и отрицательными. Частоты уменьшаются и при $T=T_*$ одна из них обращается в нуль, т.е. стержень теряет статическую устойчивость.

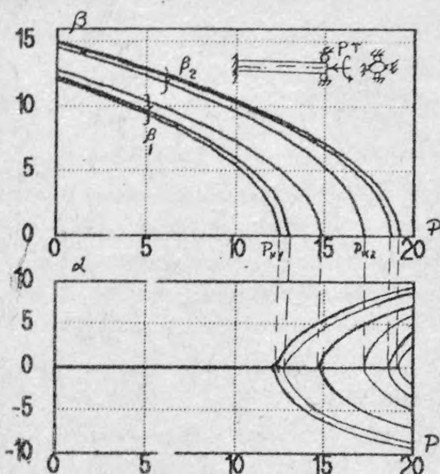


Рис. 7

1) $T=0$; 2) $T=0.4$; 3) $T=0.7$; $w_1=5$;

$A_{22}/A_{33}=0.664$; $q=0$; $P_f=0$; $\chi_{10} \neq 0$; $\gamma=0$; $n_4=0$

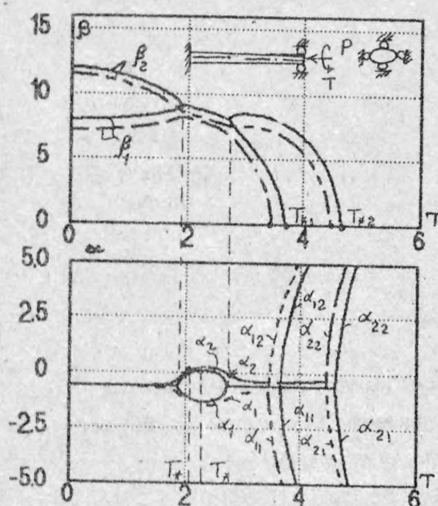


Рис. 9

----- $w_1=5$; — $w_1=0$; $P=8$; $\chi_{10} \neq 0$;

$A_{22}/A_{33}=0.664$; $q=0$; $P_f=0$; $\gamma=1.2$; $n_4=0$

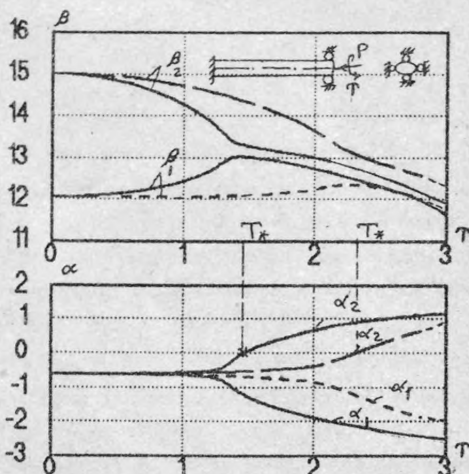


Рис. 8

$w_1=5$; $P=0$; — $\chi_{10} \neq 0$; — $\chi_{10}=0$

$A_{22}/A_{33}=0.664$; $q=0$; $P_f=0$; $\gamma=1.2$; $n_4=0$

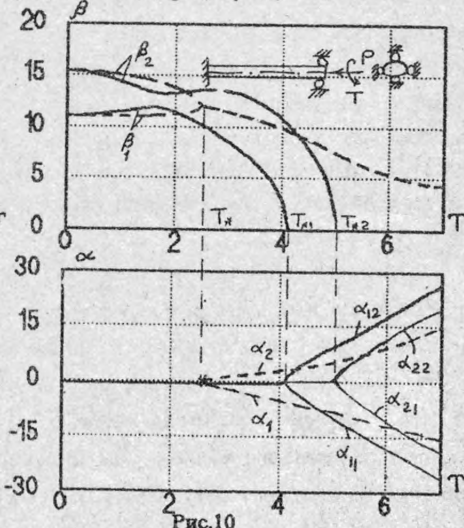


Рис. 10

$w_1=0$; $P=0$; — $\chi_{10} \neq 0$; — $\chi_{10}=0$

$A_{22}/A_{33}=0.514$; $q=0$; $P_f=0$; $\gamma=1.2$; $n_4=0$

На рис. 10 приведены графики изменения β_1 и α_1 в зависимости от крутящего момента при $(A_{22}/A_{33})=0.515$ и $w_1=0$. Для случая когда начальное скручивание учитывается ($\chi_{10} \neq 0$) (сплошные линии) и когда не учитывается ($\chi_{10}=0$) (пунктирные линии). Из графиков следует, что с учетом начального скручивания стержень теряет статическую устойчивость как при $T=0$, так и при $P=0$ (этот результат был получен и во второй главе рис. 6). При обычно принятом приближенном варианте уравнений (при $\chi_{10}=0$) их решение дает качественно отличный результат. Из графиков рис. 10 следует, что стержень теряет динамическую устойчивость (при $T=1$) в то время как с учетом скручивания ($\chi_{10} \neq 0$) динамической потери устойчивости нет.

На рис. 11 приведены графики изменения β_1 и α_1 для стержня, имеющего одну промежуточную шарнирную опору (правый конец стержня свободен). Графики получены при $T=0$, $(A_{22}/A_{33})=1$, для $w_1=0$ при разных значениях координаты η_1 . Особенность приведенных графиков на рисунке 11. изменения β_1 и α_1 заключается в том, что стержень со следящей силой P в зависимости от положения шарнира (координаты η_1) может быть как динамически неустойчивый (при изменении η_1 от 0 до $\eta_1=0.51$), так и статически неустойчивый на интервале значений η_1 от η_1 до 1.

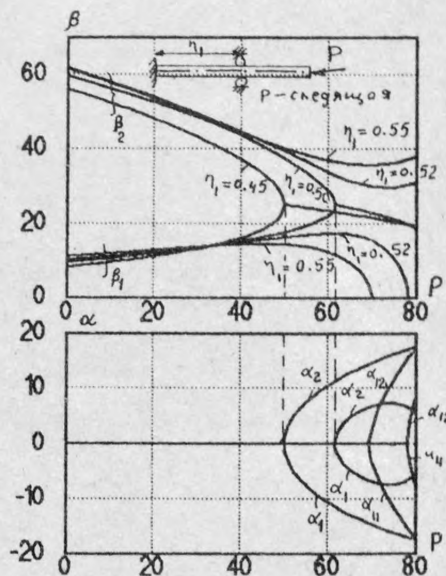


Рис.11

$w_1=0$; $T=0$; $\chi_{10} \neq 0$;

$A_{22}/A_{33}=1$; $q=0$; $P_f=0$; $\gamma=0$; $\eta_4=0$

Определив собственные значения λ_4 , находят соответствующие им собственные векторы. Из решения (9) для λ_4 имеем

$$Z_0^{(i)} = K(\eta, \lambda_i) C^{(i)} + Z_c^{(i)} \quad (10)$$

Из системы (6) взяв, например, первые $4+2n-1$ уравнений определяются $c_2^{(i)}, c_3^{(i)}, c_4^{(i)}, R_2^{(i)}, R_3^{(i)}$; ($i=1, \dots, n$) в зависимости от c_1 , который полагаем равным единице. Определив $c_1^{(i)}, c_2^{(i)}, c_3^{(i)}, c_4^{(i)}, R_2^{(i)}, R_3^{(i)}$; ($i=1, \dots, n$) из (10) получаем собственные векторы $Z_0^{(i)}$, которые используются в четвертой главе посвященной случайным колебаниям сжато-скрученных прямолинейных стержней. В третьей главе изложен метод приближенного определения комплексных собственных значений с использованием собственных векторов для системы уравнений.

В четвертой главе рассматриваются случайные колебания сжато-скрученных стержней. Случайные колебания возникают из-за неоднородности внешней среды и технологических несовершенств конструкций, что приводит к появлению эксцентриситета сжимающей силы и случайному отклонению вектора сосредоточенного крутящего момента зависящего от случайных сил резания.

Из-за случайного эксцентриситета силы P при $\eta=1$ возникает случайный изгибающий момент ΔT_p , равный

$$\Delta T_p = \Delta T_{2p} e_2 + \Delta T_{1p} e_3 \quad (11)$$

Отклонение вектора крутящего момента от осевой линии приводит к появлению еще одного случайного сосредоточенного изгибающего момента

$$\Delta T_T = \Delta T_{2T} e_2 + \Delta T_{1T} e_3 \quad (12)$$

В результате получаем (в проекциях на главные оси сечения) два сосредоточенных изгибающих момента

$$\Delta T_2 = \Delta T_{2p} + \Delta T_{2T}; \quad \Delta T_3 = \Delta T_{1p} + \Delta T_{1T}. \quad (13)$$

Случайные изгибающие моменты ΔT_2 и ΔT_3 приводят к появлению случайных поперечных колебаний стержня. В данном случае вектор b в уравнении (6) имеет вид

$$b = \left[\sum_1^a R_1^i \delta(\eta - \eta_1) \sum_1^a R_3^i \delta(\eta - \eta_1) \Delta T_2 \delta(\eta - 1) \Delta T_3 \delta(\eta - 1) 0 0 0 0 \right]^T.$$

Приближенное решение уравнения (2) со случайной правой ищем в виде

$$\tilde{Z}(\tau, \eta) = \sum_{i=1}^n f_i(\tau) Z_0^{(i)}(\eta). \quad (14)$$

С использованием обобщенного принципа возможных перемещений получаем

$$\sum_{j=1}^4 \left\{ a_{ij} \frac{d^2 f_j}{d\tau^2} + b_{ij} \frac{df_j}{d\tau} + c_{ij} f_j \right\} = d_{ij} \phi_j, \quad (\Phi = [\phi_1 \ \phi_2]^T = [\Delta T_2 \ \Delta T_3]^T); \quad i=1, \dots, n \quad (15)$$

$$d_{i1} = \int_0^1 \delta(\eta - 1) z_{20}^{(i)}(\eta) d\eta = z_{20}^{(i)}(1), \quad d_{i2} = \int_0^1 \delta(\eta - 1) z_{30}^{(i)}(\eta) d\eta = z_{30}^{(i)}(1).$$

Считаем, что Φ стационарная случайная функция и ее можно представить в виде интеграла Фурье. $\Phi = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_0 e^{i\omega\tau} d\omega$. (16)

Вероятностные характеристики компонент вектора $\Phi(t)$ известны. (Считаем, что компоненты вектора Φ независимые).

$$\text{Стационарное решение уравнения (15) ищем в виде } f = \int_{-\infty}^{+\infty} f_0 e^{i\omega\tau} d\omega \quad (17)$$

Из уравнения (15) получаем алгебраическое уравнение в частотной области

$$[(i\omega)^2 A + (i\omega)B + C] f_0(\omega) = D \Delta T_0(\omega) \quad (18)$$

Вектор $f_0(\omega)$ равен

$$f_0(\omega) = W(\omega) D \Delta T_0(\omega), \quad \left(W = \left[(i\omega)^2 A + (i\omega) B + C \right]^{-1} \right) \quad (19)$$

Определив численным счетом матрицу W с комплексными элементами получим

$$W(\omega) = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & \dots & w_{1k} \\ w_{21} & w_{22} & \dots & w_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{k1} & w_{k2} & \dots & w_{kk} \end{bmatrix}; \text{ где } (w_{\alpha\beta} = w_{\alpha\beta}^{(1)} + i w_{\alpha\beta}^{(2)})$$

Находим компоненты вектора $f_0(\omega)$: $f_{0j}(\omega) = \Psi_{\beta} \Delta T_{0j}(\omega) + \Psi_{\beta} \Delta T_{0j}(\omega) (\Psi = WD)$.

Спектральные плотности компонент $f_{0j}(\omega)$ и компонент вектора Z равны

$$S_{f_{0j}}(\omega) = |\Psi_{\beta}|^2 S_{\Delta T_{0j}}(\omega) + |\Psi_{\beta}|^2 S_{\Delta T_{0j}}(\omega); \quad S_{Z_j}(\eta, \omega) = \sum_p^k (z_{ij}^{(p)})^2 S_{f_{0j}}(\omega) \quad (20)$$

Находим дисперсии компонент вектора f_0

$$D_{f_{0j}} = \int_{-\infty}^{\infty} (|\Psi_{\beta}|^2 S_{\Delta T_{0j}}(\omega)) d\omega + \int_{-\infty}^{\infty} (|\Psi_{\beta}|^2 S_{\Delta T_{0j}}(\omega)) d\omega \quad (21)$$

Интегралы получаются численно при конечных пределах, которые определяются из требования выполнения заданной точности конечного результата.

Дисперсии и средние квадратичные отклонения компонент вектора состояния Z равны

$$D_{Z_j}(\eta) = \sum_p^k (z_{ij}^{(p)})^2 D_{f_{0j}}; \quad \sigma_{Z_j}(\eta) = \sqrt{D_{Z_j}(\eta)} = \sqrt{\sum_p^k (z_{ij}^{(p)})^2 D_{f_{0j}}} \quad (22)$$

Полученные выражения для дисперсий и средние квадратичные значения (22) компонент z дают возможность определить их значения в любом сечении стержня, в том числе, в сечениях, где они достигают максимальных значений.

Некоторые результаты численного решения уравнений случайных колебаний представлены на рис. 12-14. На рис. 12 представлены графики спектральных плотностей для функций $f_j(t)$, входящих в приближенное решение (14). Графики $S_{f_{0j}}(\omega)$ получены для $w_1=0$ (сплошные линии) и для $w_1=5$ (пунктирные линии). Из графиков следует, что скорость (при взятом значении $w_1=5$) влияет на максимальные значения $S_{f_{0j}}(\omega)$. Изменение средние квадратичные значения компонент вектора состояния (z) по оси стержня показано на рис. 13. Из графиков следует, что средние квадратичные значения компонент вектора состояния имеют экстремальные значения при различных значениях осевой координаты, т.е. имеются несколько опасных сечений с экстремальными значениями эквивалентных напряжений, что необходимо иметь в виду при определении минимального коэффициента безопасности, например, по пределу текучести. Основную роль в напряженном состоянии стержня играют случайные нормальные напряжения, зависящие от случайных изгибающих моментов (от средние квадратичные значения $\sigma_{\Delta M_1}$ и $\sigma_{\Delta M_2}$).

На рис. 14 приведены графики изменения в зависимости от осевой координаты η дисперсии случайных изгибающих моментов для трех значений сжимающей осевой силы P . Увеличение сжимающей осевой силы P приводит к увеличению экстремальных значений дисперсий, что и следовало ожидать, так чем ближе осевая сила к критическому значению, тем больше амплитудное значение компонент вектора состояния, в том числе и амплитудное значение изгибающих моментов ΔM_2 и ΔM_3 .

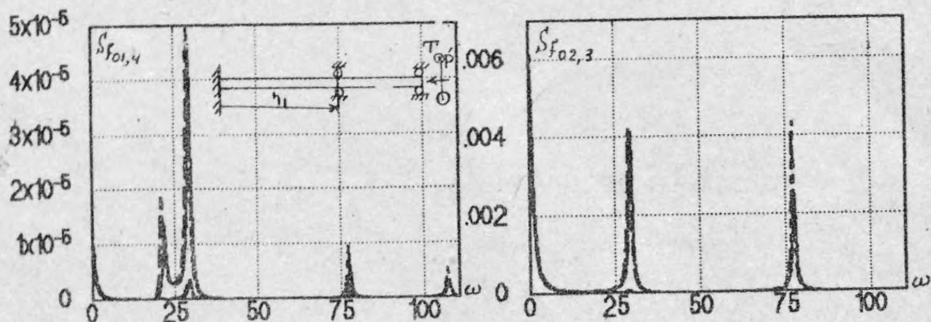


Рис. 12

— $w_1=0$; — $w_1=5$; $T=1$; $\chi_{10} \neq 0$; $A_{22}/A_{33}=0.664$; $\gamma=1.2$; $P=30$; $\eta_1=0.65$

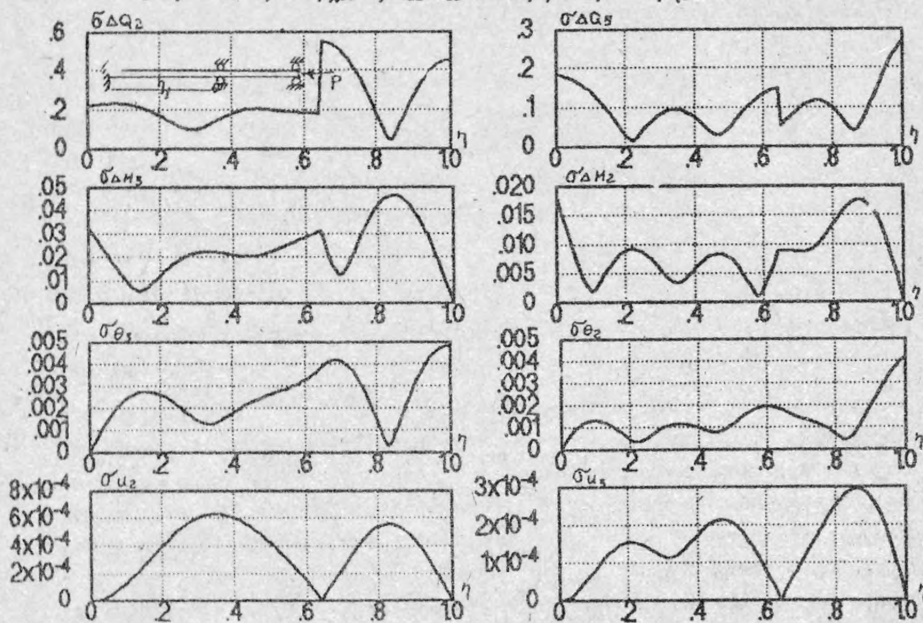


Рис. 13

$w_1=5$; $T=1$; $\chi_{10} \neq 0$; $A_{22}/A_{33}=0.664$; $\gamma=1.2$; $P=30$; $\eta_1=0.65$

Статическое напряженно-деформированное состояние сжатого-скрученного стержня, нагруженного крутящим моментом T , и сжимающей силой P и распределенными силами веса q зависит от нормального σ_0 и касательного τ_0 напряжений равных

$$\sigma_0 = \frac{-Q_{10}(\eta)}{F_0} = \frac{P + q\eta}{F_0}; \quad \tau_0 = \frac{M_{10}(\eta)}{W_k} = \frac{T}{W_k}; \quad (23)$$

Согласно теории "энергии формоизменения" эквивалентное напряжение равно $\sigma_{\text{э}} = \sqrt{\sigma_0^2 + 3\tau_0^2}$. (24)

Из (24) можно получить эквивалентное напряжение с учетом случайных нормальных напряжений от изгибающих моментов ΔM_2 и ΔM_1 ,

$$\sigma_*(\eta) = \sqrt{(\sigma_0(\eta) + \Delta\sigma(\eta))^2 + 3\tau_0^2}. \quad (\Delta\sigma(\eta) = \Delta\sigma_{\Delta M_1}(\eta) + \Delta\sigma_{\Delta M_2}(\eta)) \quad (25)$$

Эквивалентное напряжение (25) в каждом сечении η достигает максимального значения т.е.

$$\max(\sigma_*(\eta)) = \sqrt{(\sigma_0(\eta) + \max(\Delta\sigma(\eta)))^2 + 3\tau_0^2}. \quad (26)$$

Напряжения $\Delta\sigma_{\Delta M_1}$ и $\Delta\sigma_{\Delta M_2}$ равны

$$\Delta\sigma_{\Delta M_1} = \frac{\Delta M_2(\eta)x_3^{(1)}}{J_2} = \frac{z_3(\eta)x_3^{(1)}}{J_2}, \quad \Delta\sigma_{\Delta M_2} = \frac{\Delta M_1(\eta)x_2^{(1)}}{J_1} = \frac{z_4(\eta)x_2^{(1)}}{J_1}. \quad (27)$$

где z_3 и z_4 - компоненты вектора Z .

Считая что нормальные напряжения $\Delta\sigma_{\Delta M_1}$ и $\Delta\sigma_{\Delta M_2}$ имеют нормальные распределения воспользуемся правилом "трех сигм"

$$\max(\Delta\sigma(\eta)) = \frac{3\sigma_{\Delta M_2}(\eta)x_3^{(1)}}{J_2} + \frac{3\sigma_{\Delta M_1}(\eta)x_2^{(1)}}{J_1}. \quad (28)$$

Приняв, что $\max(\Delta\sigma_{\Delta M_1}(\eta) + \Delta\sigma_{\Delta M_2}(\eta)) < \sigma_0$ разложим выражение (25) в ряд и ограничившись линейной частью разложения получим

$$\max(\sigma_*(\eta)) = \sigma_{\text{э}}(\eta) + \frac{\sigma_0(\eta)}{\sigma_{\text{э}}(\eta)} \max(\Delta\sigma(\eta)). \quad (29)$$

В свою очередь $\max(\sigma_*(\eta))$ имеет максимум по координате η ($\max_n(\max(\sigma_*(\eta)))$), поэтому коэффициент безопасности равен

$$n_T = \frac{\sigma_T}{\max_n(\max(\sigma_*(\eta)))}, \quad (30)$$

где σ_T - предел текучести.

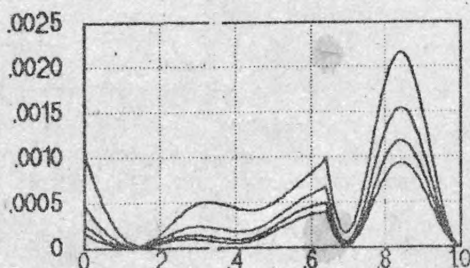
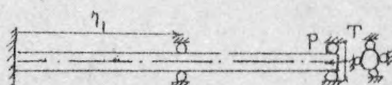


Рис. 14

$w_1=5$; $T=1$; $\chi_{10} \neq 0$; $A_{22}/A_{33}=0.664$; $\gamma=1.2$;
1) $P=0$; 2) $P=10$; 3) $P=20$; 4) $P=30$; $\eta_1=0.65$

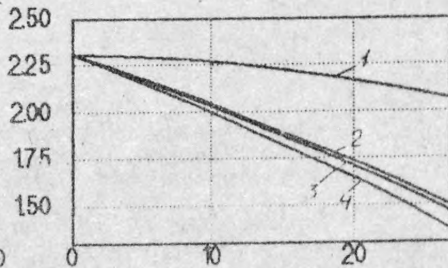


Рис. 15

$\chi_{10} \neq 0$; $A_{22}/A_{33}=0.664$; $\gamma=1.2$; $\eta_1=0.65$

На рис. 15 приведены графики изменения коэффициента безопасности n_T в зависимости от осевой силы (предел текучести σ_T брали равным $2 \times 10^8 \text{ N/m}^2$ для стержня, нагруженного следящим моментом. Графики получены для трех значений скорости потока жидкости при фиксированном моменте T . Без учета случайных изгибающих моментов при $w_1=0$ (кривая 1) коэффициент безопасности мало уменьшается в зависимости от силы P . Кривые 2, 3 и 4 получены с учетом нормальных случайных напряжений. Случайные нормальные напряжения оказывает очень сильное влияние на коэффициент безопасности n_T . Сравнивая кривые 1 и 2 (при $w_1=0$) получаем, что, например, при $P=6$ коэффициент безопасности n_T уменьшился на 11%.

Основные выводы

1. Из общих нелинейных уравнений движения получены линейные уравнения равновесия и малых колебаний сжато-скрученного прямолинейного стержня с учетом внешнего и внутреннего потока жидкости, начального скручивания и локальных связей.

2. Разработан численный метод определения критических нагрузок (статическая потеря устойчивости) с учетом потока жидкости для мертвых и следящих нагрузок с учетом начального скручивания. Показано, что учет начального скручивания приводит не только к количественным новым результатам по сравнению с традиционным вариантом решения, когда крутильная жесткость считается равной бесконечности, но и новым качественным результатам (рис. 6).

3. Разработан алгоритм численного исследования статической устойчивости стержней с учетом локальных связей (промежуточных шарниров), потока жидкости и распределенных осевых сил (сил веса).

4. Изложены численные методы определения собственных значений для консервативных и неконсервативных задач малых колебаний сжато-скрученных прямолинейных стержней с учетом потоков жидкости (внутреннего и внешнего); разных изгибных жесткостей; сил вязкого трения; давления в жидкости; сосредоточенных сжимающей силы и крутящего момента. Исследовано влияние на комплексные собственные значения конструктивных параметров и параметров, характеризующих поток жидкости. Показано, что в зависимости от координаты расположения промежуточной шарнирной опоры для консольного стержня, нагруженного следящей сжимающей силой, стержень может потерять как статическую так и динамическую устойчивость. Показано, что динамический метод анализа устойчивости является более эффективным так как дает возможность определить критическую нагрузку, при которой возможна и статическая потеря устойчивости.

5. Разработан численный алгоритм определения собственных векторов с учетом локальных связей, что позволяет исследовать приближенными методами сложные задачи динамики стержней.

6. Разработан алгоритм решения системы уравнений стационарных малых колебаний сжато-скрученных прямолинейных стержней: с учетом потока жидкости; конструктивных параметров и промежуточных локальных связей с определением вероятностных характеристик компонент вектора состояния. Определены вероятностные характеристики случайных составляющих нормальных напряжений, возникающих в стержне, что позволяет оценить их максимально возможное значение и определить коэффициент безопасности.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах

1. Резазаде-Лалалу Г., Светлицкий В. А. Влияние потока жидкости на статическую устойчивость сжато-скрученного прямолинейного стержня, МТТ. № 3, 1997.

2) Резазаде-Лалалу Г., Светлицкий В. А. Влияние потока жидкости на динамическую устойчивость сжато-скрученного прямолинейного стержня, Вестник МГТУ, № 3, 1997.