

1558502

На правах рукописи

БИДЕРМАН Татьяна Вадимовна

УДК 539.3

**МЕТОДЫ РАСЧЕТА ТОРООБРАЗНЫХ РЕЗИНОВЫХ
УПРУГИХ ЭЛЕМЕНТОВ СОЕДИНИТЕЛЬНЫХ МУФТ**

**Специальность 01.02.06 – Динамика, прочность машин,
приборов и аппаратуры**



**АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук**

Работа выполнена в Московском государственном техническом университете имени Н. Э. Баумана

Научный руководитель — доктор технических наук, профессор
АЛФУТОВ Н.А.

Официальные оппоненты — доктор технических наук, профессор
РЯХОВСКИЙ О.А.

— доктор технических наук, профессор
ПАНОВКО Г.Я.

Ведущая организация — НИИШП

17
17 мая 1998 г. в 16.00 на заседании диссертацион-
ного совета в Московском государственном техническом
университете имени Н.Э. Баумана по адресу:
Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

накомиться в библиотеке МГТУ им.

1558502

17 мая 1998 г.

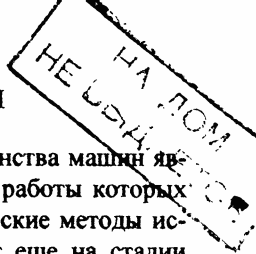
ЮННОГО СОВЕТА
Попов П.К.



1558502

Бидерман Т. В. Методы расч.

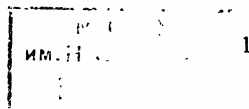
ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ



ность темы. Неотъемлемой частью большинства машин являются различного рода муфты, от четкой и безотказной работы которых во многом зависит надежность машин в целом. Теоретические методы исследования занимают здесь особую роль, т.к. позволяют еще на стадии проектирования заложить в конструкцию определенный уровень надежности, проанализировать влияние конструктивных параметров на напряженно-деформированное и температурное состояния. Теория расчета муфт с упругими элементами из высокоэластичных материалов начала развиваться сравнительно недавно, поэтому отсутствие методов расчета особенно остро проявилось в период наметившейся их стандартизации, когда перед разработчиками стандартов встал вопрос о создании технически обоснованных параметрических рядов муфт и разработке конструкций муфт высокого качества. Сейчас, когда многие изделия как отечественного, так и зарубежного производства подлежат сертификации, этот вопрос становится еще более важным. Поэтому на основании сказанного выше можно утверждать, что разработка методов расчета муфт с упругими элементами из высокоэластичных материалов и на их основе новых конструкций муфт является актуальной задачей.

Проведенный обзор работ по соединительным муфтам с различными упругими элементами показал, что муфты с торообразной упругой оболочкой получили широкое распространение в машиностроении благодаря своей высокой крутильной податливости и хорошей компенсационной способности. К недостаткам таких муфт относятся большие габариты и материалоемкость, сложность изготовления и сборки. Частично эти недостатки устраняются применением торообразных муфт с меридиональным разрезом. Последние позволяют заменить упругий элемент без разборки муфты, но наличие разреза приводит к снижению допускаемых нагрузок на такие муфты. Рекомендаций по расчету муфт таких конструкций в опубликованной литературе нет.

Осевые силы, возникающие за счет вращения, отрицательно влияют на работоспособность подшипников валов. Предельный момент, передаваемый муфтой, ограничивается либо моментом потери устойчивости оболочки, либо потерей деформационной несущей способности, либо моментом сил трения в узле защемления. На практике до настоящего времени момент потери устойчивости, а также потеря деформационной несущей способности оболочки определяются экспериментально из-за отсутствия теоретических работ в этих направлениях. Поэтому разработка методик расчета торообразной оболочки на устойчивость и несущую способность являются весьма актуальными задачами.



2058551

Цель работы заключается в разработке методик расчета: напряженно деформированного состояния резиновых торообразных упругих элементов муфт (ТУЭМ) с выпуклой и вогнутой поверхностями; жесткостных характеристик ТУЭМ; момента потери устойчивости ТУЭМ; деформационной несущей способности ТУЭМ; ТУЭМ с меридиональным разрезом.

Методика исследования. В диссертационной работе используются как теоретические методы, так и методы численного решения систем дифференциальных уравнений теории оболочек, представленных в матричной форме. Основные допущения, принятые при решении оболочек с разрезом, проверялись экспериментально.

Научная новизна результатов, полученных в работе, заключается:

1. Разработан алгоритм расчета оболочек вращения переменной толщины с произвольной плавно меняющейся формой меридиана при заданном непрерывном законе изменения внешних нагрузок.
2. Разработана методика расчета деформационной несущей способности ТУЭМ с учетом изменения их размеров и методика расчета ТУЭМ на устойчивость при кручении.
3. Получено решение для торообразной муфты с радиальным разрезом, нагруженной крутящим моментом.
4. Решен ряд новых прикладных задач, имеющих практическое значение.

Практическая ценность работы состоит в создании методик, алгоритмов и программ расчета, пригодных для практического использования при создании и совершенствовании ТУЭМ. Они могут быть использованы на предприятиях и НИИ транспортного, машиностроительного и т.п. профиля, а также в учебном процессе.

Достоверность результатов обеспечивается корректностью сформулированных задач, принятых расчетных схем и моделей и сравнением с экспериментами. Достоверность расчетов подтверждается совпадением результатов тестовых задач с имеющимися в литературе данными.

Внедрение. Разработанные в диссертации алгоритмы и программы расчетов используются при курсовом и дипломном проектировании на каф. «Прикладная механика» и могут быть использованы в специальных дисциплинах, входящих в программы подготовки инженеров ряда машиностроительных специальностей.

Апробация работы. Основные результаты работы были изложены в докладах:

1. «К расчету на устойчивость оболочек вращения при кручении» на XII всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин (Ереван, 1980 г.);

2. «Исследование устойчивости оболочек вращения при кручении» на XIII всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин (Таллин, 1983);

3. «Большие деформации при кручении оболочек вращения из высокоэластичного материала» на научном семинаре кафедры «Динамика и прочность машин» МВТУ им. Н.Э.Баумана –1985 г.

Публикации. Основное содержание работы опубликовано в девяти печатных работах.

Объем работы. Диссертационная работа состоит из пяти глав, основных выводов, списка использованной литературы из 107 наименований. Работа содержит 137 страниц машинописного текста, 79 рисунков, 31 таблицу.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В первой главе обоснована актуальность темы, дан краткий обзор ранее выполненных работ, сформулированы основные направления, выносимые на защиту. Отмечено, что большой вклад в развитие методов расчета упругих элементов муфт различных типов внесли А.Е. Белкин, В.Л. Бидерман, А.П. Большаков, И.П. Варламов, С.И. Журков, С.О. Лазарев, Ю.К. Михайлов, Д.Н. Решетов, О.А. Ряховский и многие другие. Проведенный анализ выполненных работ показал, что широкое распространение получили муфты с торообразной упругой оболочкой и что необходимы дальнейшие теоретические и экспериментальные исследования их прочностных и жесткостных характеристик.

Вторая глава посвящена разработке алгоритма расчета ТУЭМ и анализу результатов расчетов при основных видах нагружения, к которым относятся нагружение крутящим моментом, осевой силой, центробежными силами, действующими при вращении (осесимметричное нагружение), а также поперечной силой и изгибающим моментом, возникающими при взаимном смещении фланцев и их взаимном повороте (кососимметричное нагружение). Решение поставленных задач было выполнено на основе линейной теории оболочек.

Система уравнений теории оболочек вращения имеет восьмой порядок. В качестве основных неизвестных взяты четыре геометрических параметра: перемещения линейные – ξ (нормальное), $-\zeta$ (меридиональное), $-\nu$ (тангенциальное) и угловое – ϑ_1 (поворот в меридиональной плоскости) и четыре силовых фактора, умноженные на радиус параллельного круга – rX : интенсивность распорной rX и осевой rZ сил, приведенная сдвигающая сила rS^* и меридиональный изгибающий момент rM_1 . При сложном нагружении оболочек вращения как перемещения, так и силовые факторы

представляют обычно в виде разложения в ряды Фурье по окружной координате. В рассматриваемых нами случаях достаточно оставить первые члены ряда: $f(s, \varphi) = f \cos \varphi \pm f^* \sin \varphi$, причем, '+' берется для симметричных неизвестных ($\xi, \zeta, \vartheta, rM, rZ$ и rX), а '-' для кососимметричных (v и rS^*). Независимые переменные s – длина дуги меридиана и φ – угол, определяющий положение меридиональной плоскости. Решение задачи в общем случае сводится к интегрированию канонической системы дифференциальных уравнений, записанной в матричной форме

$$\frac{d}{ds} Y = F Y + q \quad (1)$$

где Y – восьмимерный вектор состояния; F – матрица переменных коэффициентов; q – вектор нагрузочных членов. Для ее интегрирования использован метод начальных параметров.

При нагружении ТУЭМ крутящим моментом $M_{кр}$ в оболочке возникает безмоментное напряженное состояние с постоянной, в сечении нормальном к меридиану, сдвигающей силой S . Касательные напряжения

$$\tau = \frac{S}{h} = \frac{M_{кр}}{2\pi r^2 h}, \quad (2)$$

т.е. полностью определяются геометрией профиля муфты. Крутильная податливость муфты определяется равенством $\delta = \frac{\eta}{M_{кр}} = \frac{1}{2\pi G} \int_s \frac{ds}{r^3 h}$, которое применимо до деформаций сдвига $\approx 15\%$.

Нагружение муфты центробежными силами и осевой нагрузкой является осесимметричными и основные неизвестные образуют пятимерный вектор состояния: $Y = \{\xi, \vartheta, X, rM, \zeta\}^T$. Рассмотрены случаи осесимметричного нагружения, имеющие самостоятельное значение: нагружение осевой силой, определяющее ее осевую жесткость и вращение муфты с частотой ω как при свободном осевом смещении фланцев; так и при отсутствии такового. В последнем случае определяются осевые реакции в подшипниках. Поскольку решение указанных трех задач содержит много повторяющихся элементов, их численное интегрирование поводится одновременно.

Нагружение муфты, вызванное радиальным и угловым смещениями фланцев, является кососимметричным. При взаимном радиальном или угловом смещениях фланцев муфты силы взаимодействия упругого элемента и фланца сводятся в первом случае к моменту m и поперечной силе Q , перпендикулярной оси, а во втором – только к моменту. При нагрузках такого рода симметричные величины пропорциональны $\cos \varphi$, а кососимметричные – $\sin \varphi$. Вводя комбинированные переменные $\Psi(s) = \xi + v$, $\Phi(s) = \zeta - \vartheta$ и

амплитуды осевой $Z = \frac{m}{\pi r^2} - \frac{M_1}{r}$ и распорной $X = \frac{Q}{\pi r} + S$ сил, определяе-

мые из равновесия части оболочки, система дифференциальных уравнений (1) сводится к системе шестого порядка относительно следующих основных переменных $\Psi, \Phi, S, M_1, \xi, \zeta$. Вспомогательная функция $\Psi(s)$ характеризует искажение круговой формы параллельного круга, а функция $\Phi(s)$ связана с амплитудой кручения оболочки. При расчетах искомые величины представлены в безразмерном виде. Как и в случае осесимметричной деформации, рассматриваемые задачи решаются одновременно. Для муфты, симметричной относительно экватора, граничные условия формулируются на фланцах $\Psi(0) = \Phi(0) = 0$ и на экваторе $\Phi(\pi/2) = 0, S(\pi/2) = 0$.

Проведены расчеты трех вариантов профиля ТУЭМ постоянной толщины – нормаль МН 5809-65; ГОСТ 20884-82 (тор) и ГОСТ 20884-82* (обратный тор) при различных значениях h/R и ρ/R (ρ – радиус кривизны меридиана, R – радиус экваториального сечения). Из ряда типоразмеров нормализованных муфт выбраны три наиболее характерных (100-30/3, 200-65/3 и 400-100/3). Для нормализованного ТУЭМ получены приближенные формулы, сведенные в таблицу 1, для жесткостей: осевой – C_z , угловой – C_θ и сдвиговой – C_R , максимальных эквивалентных напряжений ($\sigma_{ЭКВ}$) и осевой нагрузки на подшипники при вращении с неподвижными фланцами – $P_\omega = 2\pi R^3 h_0 \omega^2 [0,51(B/R)^{0,85} - 0,40(h_0/R)]$.

Таблица 1

вид нагру- жения	жесткость	$\sigma_{ЭКВ}$
осевая на- грузка	$2,22 E h_0 R \sqrt{\frac{h_0^3}{B^5}}$	$0,726 \frac{PB}{R^{1,12} h_0^{1,88}}$
Перекус ва- лов	$0,763 \left(\frac{b}{R}\right)^{-2,3} \left(\frac{h}{R}\right)^{1,4} \pi R^2 h_0 E$	$5,17 \left(\frac{b}{R}\right) \left(\frac{h}{R}\right)^{-0,85} \frac{m}{\pi R^2 h_0}$
Радиальное смещение фланцев	$\left[0,008 \left(\frac{R}{B}\right)^{3,4} \left(\frac{h_0}{R}\right)^{0,76} + 0,27 \right] \pi E h_0$	$\left[6,9 \left(\frac{B}{R}\right)^{0,78} + 6,8 \left(\frac{h_0}{R}\right) + 0,051 \left(\frac{R}{h_0}\right) \right] \frac{Q}{\pi R h_0}$

Проведено сравнение безразмерных жесткостей и безразмерных максимальных эквивалентных напряжений для трех случаев нагружения – вращение без осевого смещения фланцев (столбец А), перекус валов (Б) и радиальное смещение (В) ТУЭМ, результаты которого сведены в таблицу 2. Относительная ширина $\tilde{B} = 0,235$ и толщина $\tilde{h} = 0,133$ у всех муфт одинаковы.

Таблица 2

	$\tilde{C}_\tau$	$\tilde{C}_n$	$\tilde{C}_r$	$\tilde{P}_m$	$\tilde{\sigma}_{\text{дл}}^{\text{ЭКВ}}$		
					А	Б	В
200–65/3	1,05	1,050	0,448	0,109	0,446	7,47	3,65
прямой тор	0,554	0,261	0,336	0,086	0,556	11,17	4,26
обратный тор	0,604	0,222	0,339	0,067	0,243	8,50	2,81 ^{*)}

^{*)} это значение для сечения с углом $\theta = 49$ градусам.

Третья глава посвящена исследованию несущей способности и устойчивости оболочек вращения из высокоэластичных материалов при кручении. С одной стороны, из-за больших деформаций изменяются размеры оболочки и при некотором значении угла закручивания крутящий момент достигает максимального значения – $M_{\text{пр}}$. Это – потеря деформационной несущей способности. С другой стороны, при некотором значении момента – $M_{\text{кр}}$ оболочка резко изменяет свою геометрию – теряет устойчивость.

При потере деформационной несущей способности касательные напряжения определяются по формуле (2), но в рассматриваемом случае r и h – размеры оболочки в деформированном состоянии. В качестве меры деформации для неогуковских материалов использована кратность λ – отношение конечной длины отрезка к начальной.

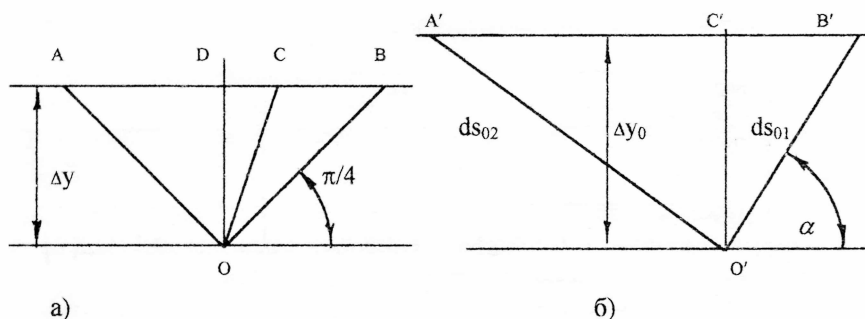


Рис. 1.

Два ортогональных отрезка OA и OB одинаковой длины ds на срединной поверхности деформированной оболочки направлены вдоль главных осей деформаций 1 и 2 (рис. 1а). В исходном (недеформированном) состоянии они имели длины ds_{01} и ds_{02} соответственно. Все точки, расположенные на одной параллели, получают одинаковые осевые перемещения, т.е. точки A' и B' лежат на одной окружности (рис. 1б), причем отрезки $O'A'$ и $O'B'$ взаимно перпендикулярны. По определению $\lambda_1 = ds/ds_{01}$ и $\lambda_2 = ds/ds_{02}$. Все изменения геометрии выражены через два параметра – угол

α (связан с углом поворота образующей) и одну из главных кратностей деформаций $-\lambda_1$: $\lambda_2 = \lambda_1 \operatorname{tg} \alpha$ и $\lambda_3 = \operatorname{tg} \alpha / (\lambda_1)^2$. Изменение радиуса оболочки определяется через кратность деформации $\lambda, = \sqrt{2} \lambda_1 \cos \alpha$.

Связь между деформациями и напряжениями установлена посредством упругого потенциала материала $W = W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$. В работе показано, что для уровня деформаций, при которых работают ТУЭМ, можно использовать наиболее простые выражения для упругого потенциала: неогуковский потенциал ($C = 2, \beta = 0,5$) или потенциал Бартенева – Хазановича ($C = 1, \beta = 2$): $W = G \beta (\lambda_1^C + \lambda_2^C + \lambda_3^C)$. Установлена в параметрической форме зависимость между крутящим моментом и углом закручивания на единицу начальной длины меридиана

$$M = 2\pi r_0^2 h_0 G \beta C \frac{(t^C - 1)}{t^2 + 1} \sqrt[3]{\frac{2}{t^C(t^C + 1)}}; \quad \frac{d\varphi}{ds} = \frac{t^2 - 1}{2tr_0},$$

где $t = \operatorname{tg} \alpha$.

Следует отметить хорошее совпадение результатов, полученных на основе как неогуковского потенциала, так и потенциала Бартенева – Хазановича. При деформировании в пределах кратностей, не превышающих двух, выбор вида упругого потенциала мало влияет на результаты. Поэтому расчеты проведены на основе неогуковского потенциала. Получены зависимости крутящих моментов от угла закручивания для ТУЭМ различных типов. Несущая способность, например, муфты 200–65/3 исчерпывается при $\varphi = 0,59$ и $M/(2\pi R^3 G) = 0,453$.

Решение задачи об устойчивости стенок муфты при кручении получено известным методом, основанным на сведении краевой задачи к задаче Коши и ее численному интегрировании. Рассматриваемая задача имеет следующие особенности:

- 1) формы потери устойчивости не разделяются на симметричные и кососимметричные относительно нулевого меридиана. Поэтому расчет сводится к решению задачи о собственных значениях для системы обыкновенных дифференциальных уравнений не восьмого, а шестнадцатого порядка;
- 2) все корни характеристического определителя являются кратными, поскольку одному значению критического параметра соответствуют две одинаковые, но сдвинутые по окружности на $\pi/2k$ (k – число волн по окружности) собственные формы. Поэтому характеристический определитель является знакоопределенным;
- 3) характеристический определитель может вообще не иметь корней, если система не является консервативной. В работе сформулирован необходимый признак консервативности системы.

Используются уравнения геометрически нелинейной теории оболочек, линеаризованные относительно малых отклонений от исходного состояния. При кручении оболочки симметричные относительно нулевого меридиана бифуркационные перемещения вызывают кососимметричные дополнительные нагрузки, а кососимметричные бифуркационные перемещения – симметричные. Т.е. разделения на симметричную и кососимметричную деформации не происходит, и необходимо рассматривать полную систему уравнений 16-го порядка, в которую крутящий момент m входит в качестве параметра:

$$\frac{d}{ds} \begin{pmatrix} Y_1 \\ Z_1 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{11} & 0 & F_{12} & 0 \\ 0 & F_{11} & 0 & F_{12} \\ F_{21} & -mG_{21} & F_{22} & 0 \\ mG_{21} & F_{21} & 0 & F_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_1 \\ Z_1 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где $Y_1 = \{U_K, V_K, W_K, \theta_K\}^T$, $Z_1 = \{U_K^*, V_K^*, W_K^*, \theta_K^*\}^T$ – четырехмерные векторы перемещений;

$$Y_2 = r \left\{ T_{1K}, S_K + \frac{2rH_K}{\sin \theta}, Q_K + \frac{kH_K}{r}, M_{1K} \right\}^T;$$

$$Z_2 = r \left\{ T_{1K}^*, S_K^* + \frac{2rH_K^*}{\sin \theta}, Q_K^* + \frac{kH_K^*}{r}, M_{1K}^* \right\}^T - \text{четыремерные векторы сил};$$

F_{ij} – матрицы размера 4×4 , причем клетки F_{12} и F_{21} – симметричные матрицы, а $F_{22} = -F_{11}^T$;

G_{21} – матрица переменных коэффициентов размера 4×4 , причем

$$G_{21} = -G_{21}^T.$$

Граничные условия на торцах в матричной форме имеют вид:

$$\begin{aligned} \text{при } s=0 \quad & \begin{pmatrix} A_1 & 0 & A_2 & 0 \\ 0 & A_1 & 0 & A_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_1 \\ Z_1 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{pmatrix} = 0 \\ \text{при } s=l \quad & \begin{pmatrix} B_1 & 0 & B_2 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 & B_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_1 \\ Z_1 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{pmatrix} = 0. \end{aligned}$$

где

$$A_1 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K \end{vmatrix}, \quad B_1 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K \end{vmatrix},$$

$K = 1$ если $\vartheta_1 = 0$ и $K = 0$ если $M_1 = 0$;

$A_2 = E - A_1$, $B_2 = E - B_1$; E – единичная матрица.

Линеаризованная система уравнений (3) является консервативной вследствие того, что исходные нелинейные уравнения устойчивости получают из уравнений линейной теории оболочек путем замены внешних сил фиктивными нагрузками, возникающими в связи с поворотами начальных усилий, приложенных к граням элемента при его деформации. Любому значению параметра m соответствуют два линейно независимых вектора V_1 и V_2 :

$$V_1 = \begin{vmatrix} Y_1 \\ Z_1 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{vmatrix}, \quad V_2 = \begin{vmatrix} -Z_1 \\ Y_1 \\ -Z_2 \\ Y_2 \end{vmatrix}.$$

С учетом этого решение краевой задачи представлено в виде

$$\begin{vmatrix} Y_1 \\ Z_1 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} Y_1 - Z_1 \\ Z_1 & Y_1 \\ Y_2 - Z_2 \\ Z_2 & Y_2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} b_1 \\ b_2 \end{vmatrix}, \quad (4)$$

где b_1 , b_2 – четырехмерные векторы постоянных интегрирования; матрицы Y_1 , Z_1 , Y_2 , Z_2 , имеющие размерность 4×4 , являются решением задачи Коши для системы уравнений (3) при начальных условиях

$$Y_1(0) = L_1, \quad Z_1(0) = 0, \quad Y_2(0) = L_2, \quad Z_2(0) = 0.$$

Входящие в начальные условия матрицы L_1 , L_2 состояются из линейно независимых векторов I_j^1 , I_j^2 , ($j = 1, 2, 3, 4$), удовлетворяющих условиям

$$A_1 I_j^1 + A_2 I_j^2 = 0, \quad (j = 1, 2, 3, 4)$$

так, что $L_i = [I_i^1 \ I_i^2 \ I_i^3 \ I_i^4]$, $i = 1, 2$.

При таком выборе начальных условий решение (4) удовлетворяет граничным условиям на одном краю оболочки при любых значениях векторов b_1 , b_2 . Подстановка (4) в граничные условия приводит к однородной системе линейных уравнений относительно b_1 , b_2 . Условие существования ненулевого решения этой системы дает уравнение для определения собственных значений

$$D(m) = \begin{vmatrix} B_1 Y_1(l) + B_2 Y_2(l) & -B_1 Z_1(l) - B_2 Z_2(l) \\ B_1 Z_1(l) + B_2 Z_2(l) & B_1 Y_1(l) + B_2 Y_2(l) \end{vmatrix} = 0.$$

Введение комплексных матриц

$$C = B_1 [Y_1(l) + iZ_1(l)] + B_2 [Y_2(l) + iZ_2(l)],$$

$$\bar{C} = B_1 [Y_1(l) - iZ_1(l)] + B_2 [Y_2(l) - iZ_2(l)],$$

позволяет установить, что при переходе через корень определитель знака не меняет, следовательно, корни его являются кратными. Поэтому более удобным является решение двух уравнений

$$a(m) = \operatorname{Re} [B_1 [Y_1(l) + iZ_1(l)] + B_2 [Y_2(l) + iZ_2(l)]] = 0,$$

$$b(m) = \operatorname{Im} [B_1 [Y_1(l) + iZ_1(l)] + B_2 [Y_2(l) + iZ_2(l)]] = 0, \quad (5)$$

возможность совместного решения которых показана в работе.

С целью проверки разработанного алгоритма была решена тестовая задача – устойчивость цилиндрической оболочки с жестко заземленными торцами при кручении и проведено сравнение с известными решениями Алфутова и Доннелла, показавшее хорошее согласование. Были проведены расчеты для торообразных оболочек различной толщины при значении коэффициента Пуассона равным 0,5. Установлено, что критические крутящие моменты для торообразных оболочек положительной Гауссовой кривизны больше, чем для цилиндрических оболочек тех же габаритных размеров и толщины.

Четвертая глава посвящена теоретическому исследованию ТУЭМ с меридиональным разрезом при кручении. Точный расчет напряженно-деформированного состояния такой оболочки вызывает значительные затруднения, что в первую очередь связано с наличием особенностей в распределении напряжений в областях, расположенных по обе стороны от разреза около фланца. Поскольку разрез оказывает такое же влияние на напряженно-деформированное состояние, как нагружение разрезанной по меридиану оболочки касательными силами $T = -\tau h$, и радиус профиля оболочки существенно меньше среднего диаметра тора, торообразная оболочка рассмотрена как полубесконечная цилиндрическая со средним радиусом R , заделанная по двум образующим и нагруженная на торце касательными силами T .

Для решения задачи применен вариационный метод Канторовича. Продольное u , окружное v и радиальное w перемещения заданы в виде: $u = 0$, $v = R f(\varphi) \Phi(\alpha)$ и $w = -R f'(\varphi) \Phi(\alpha)$. Принятые выражения для перемещений соответствуют отсутствию линейных деформаций. Это допущение было принято после предварительного анализа. Функция $f(\varphi)$ должна удовлетворять условиям закрепления на фланцах $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi$. Этим условиям удовлетворяет, в частности, $f(\varphi) = \sin^3 \varphi$.

Функция $\Phi(\alpha)$ определена из условия стационарности полной энергии системы $\Pi = U + V$. Здесь U – потенциальная энергия деформации оболочки, определяемая в результате интегрирования удельной потенциальной энергии деформации по всему объему:

$$U = \frac{Eh^3}{24(1-\mu^2)} \int_a^{\pi} [A_1 (\Phi''(\alpha))^2 + A_2 \Phi(\alpha) \Phi''(\alpha) + A_3 (\Phi'(\alpha))^2 + A_4 \Phi^2(\alpha)] d\alpha,$$

где $A_1 = 9\pi/16$, $A_2 = 9\pi/4$, и $A_4 = 18\pi$ – постоянные коэффициенты, а $A_3 = 15\pi\rho^2/16 + 2\pi$ – зависит от относительной толщины оболочки $\rho = R/h$;

$V = TR^2 h \Phi(0) \int_0^{\pi} f(\varphi) d\varphi$ – потенциал внешних сил, приложенных к оболочке.

Удовлетворяя естественным граничным условиям для функции $\Phi(\alpha)$ и формулируя их только на разрезе оболочки, т.е. при $\alpha = 0$, получаем дифференциальное уравнение для ее определения:

$$18 \Phi^{IV} - (30 \rho^2 + 136) \Phi'' + 576 \Phi = 0. \quad (5)$$

В интеграле этого уравнения удержаны только убывающие решения, поэтому $\Phi(\alpha) = C_1 \exp(-\lambda_1 \alpha) + C_2 \exp(-\lambda_2 \alpha)$. Корни характеристического уравнения, соответствующего дифференциальному уравнению (5), $\lambda = \pm \lambda_1$ и $\lambda = \pm \lambda_2$, равны

$$\lambda_{1,2}^2 = \frac{1}{18} \left[15\rho^2 + 68 \mp \sqrt{(15\rho^2 + 68)^2 - 18 \times 576} \right].$$

Константы C_1 и C_2 находятся из решения системы двух алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} (\lambda_1^2 - 2)C_1 + (\lambda_2^2 - 2)C_2 &= 0, \\ \left[(200 + 60\rho^2)\lambda_1 - 36\lambda_1^3 \right] C_1 + \left[(200 + 60\rho^2)\lambda_2 - 36\lambda_2^3 \right] C_2 - \frac{T}{E} \rho^2 \frac{768}{\pi} &= 0. \end{aligned}$$

В работе дана оценка влияния разреза на жесткость муфты. В муфте без разреза касательные силы известны. Муфта с разрезом как бы нагружена дополнительными касательными силами $-T$, приложенными вдоль меридиана. Дополнительные напряжения, возникающие от сил $-T$, вызывают уменьшение потенциальной энергии деформации. В муфте без разреза такое количество энергии заключается на участке с длиной дуги s по среднему радиусу, которая с хорошей точностью оказывается пропорциональна относительной толщине $s/R \approx 0,13\rho$. Т.е. у муфты с разрезом как бы исключаются из работы участки длиной $s \approx 0,13\rho R$ по обеим сторонам разреза. На самом деле разрез оказывает большее влияние на жесткость муфты, т.к. не учтена кривизна оболочки в окружном направлении. Чтобы в какой-то степени компенсировать это, принято, что жесткость муфты с разрезом

C_ϕ на кручение аналогична жесткости цельной муфты $C_{\phi 0}$, у которой из работы исключен сектор с центральным углом $2s/r_1$, где $2r_1$ – наружный диаметр фланца. Тогда $C_\phi = C_{\phi 0}[1 - 0,04R^2/(h r_1)]$. Разрез нарушает условие симметрии и вследствие этого возникает поперечная сила, которая при вращении создает переменную нагрузку на подшипники. Этот недостаток частично можно устранить, вводя вместо одного два или три симметрично расположенных разреза.

Пятая глава посвящена экспериментальному исследованию эластичных муфт с разрезом с целью проверки точности предлагаемых методов расчета. Проводились испытания на кручение, взаимный поворот фланцев и их взаимное смещение с целью определения соответствующих жесткостей. Было также проведено определение несущей способности муфты. Крутильная жесткость оказалась равной 970 – 1180 Нм/рад (при расчетном значении – 1400 Нм/рад). При определении максимального крутящего момента муфта (200-65/3) потеряла устойчивость – «схлопнулась» – при $M_k = 740$ Нм.

Испытания при взаимном повороте фланцев и их взаимном смещении проводились на специально сконструированных стендах для двух положений разреза. Полученные значения жесткости $C_\theta = 3,95 \cdot 10^3$ Нм/рад для разреза сбоку и $C_\theta = 3,52 \cdot 10^3$ Нм/рад для разреза сверху оказались выше теоретического равного $3,25 \cdot 10^3$ Нм/рад. Расхождение с теоретическим значением составило в данном случае 8 – 12 %, что, учитывая отклонения геометрических размеров от номинальных, позволяет сделать вывод об удовлетворительном согласовании теоретических и экспериментальных результатов. Среднее экспериментальное значение жесткости при взаимном смещении фланцев $C_R = 140$ Н/мм, а теоретическое — 176 Н/мм. Положение разреза практически не сказывается на жесткости муфты. Расхождение между экспериментальным и расчетным значением в данном опыте оказалось весьма большим. Это может быть объяснено неточностью формы обочки.

При нагружении муфты крутящим моментом было также проведено исследование влияния разреза на ее напряженно деформированное состояние при помощи специальных тензопреобразователей (металлическая скоба с наклеенными на горизонтальных участках тензодатчиками), позволяющих измерять большие деформации. По замеренным деформациям вычислялись ϵ_1 , ϵ_2 и γ_{12} и сравнивались с теоретическими значениями, полученными в главе 4. Замеренные деформации сдвига γ_{12} (таблица 3, точки 1–5) почти на порядок превышают линейные деформации ϵ_1 и ϵ_2 в этих же точках. Это подтверждает справедливость принятых допущений.

Таблица 3

№	$\varepsilon_+ \cdot 10^3$	$\varepsilon_- \cdot 10^3$	$\varepsilon_0; \varepsilon_1 \cdot 10^3$	$\varepsilon_2 \cdot 10^3$	$\gamma_{12} \cdot 10^3$
1	2.82±0.19	2.98±0.85	0.22±0.25	-0.38	1.45
2	5.01±0.34	4.90±0.49	0.37±0.34	-0.26	2.48
3	5.94±0.12	6.18±0.65	0.41±0.45	-0.65	3.03
4	7.12±0.93	6.36±0.67	0.51±0.39	0.25	3.37
5	7.07±0.77	6.70±0.76	0.45±0.31	-0.08	3.44
6	2.51±0.64	1.12±0.47	1.00±0.23	0.39	0.91
7	2.13±0.43	1.97±0.55	0.84±0.40	-0.68	1.02

Основные выводы по работе

- 1) Разработан алгоритм расчета оболочек вращения переменной толщины с произвольной плавно меняющейся формой меридиана при заданном непрерывном законе изменения внешних нагрузок с использованием системы разрешающих уравнений в матричной форме.
- 2) Рассмотрены, применительно к муфтам, два вида нагружения: осесимметричное – нагружение осевой силой; нагружение центробежными силами, возникающими при вращении оболочки, при наложении на торцы оболочки двух и одной (в осевом направлении) связей и кососимметричное – поворот торцов оболочки в продольной плоскости; параллельный сдвиг торцов оболочки в вертикальной плоскости.
- 3) На основании проведенных расчетов для муфт с упругим элементом по нормали МН 5809-65 предложены простые аналитические зависимости для жесткостных и прочностных характеристик.
- 4) Из анализа приведенных результатов следует, что конструкция упругого элемента по нормали МН 5089-65 имеет большую несущую, но меньшую компенсационную способность по сравнению с торообразными муфтами. Жесткостные характеристики торообразных муфт практически одинаковы, но по прочностным характеристикам муфта с упругим элементом «обратный» тор – предпочтительнее.
- 5) Разработаны методики расчета деформационной несущей способности и момента потери устойчивости торообразных упругих элементов муфт. Установлено, что критические крутящие моменты для торообразных оболочек положительной Гауссовой кривизны больше, чем для цилиндрических оболочек тех же габаритных размеров и толщин. Разработана методика расчета торообразных упругих элементов муфт с меридиональным разрезом при кручении.
- 6) Установлено влияние меридионального разреза на крутильную жесткость муфты. Получено приближенное значение для поперечной силы, возникающей при одном разрезе.

7) Проведенные экспериментальные исследования подтвердили основные предположения.

По теме диссертации имеются следующие работы:

1. Бидерман Т.В. Расчет резинового упругого элемента эластичной муфты // ИВУЗ. Машиностроение. – 1978. – № 11. – С. 14–18.

2. Разработка методов расчета резиновых конструкций, изготавливаемых шинной промышленностью, часть 2, разработка методов расчета эластичных муфт. Отчет по теме К056700 /МВТУ. Руководитель темы Н.А. Сухова. ГР № 76024138, инв. № 115 – М., 1978. – 38 с.

3. Белкин А.Е., Бидерман Т.В. К расчету на устойчивость оболочек вращения при кручении. Труды XII всесоюзной конференции // Теория оболочек и пластин. – Ереван, 1980. – С. 151–157.

4. Белкин А.Е., Бидерман Т.В. Численное исследование устойчивости оболочек вращения при кручении // Расчеты на прочность. (М.). – 1983. – Вып. 24. – С. 148–155.

5. Белкин А.Е., Бидерман Т.В. Исследование устойчивости оболочек вращения при кручении. Труды XIII всесоюзной конференции // Теория оболочек и пластин. – Таллин, 1983. – С. 102–107.

6. Научные проблемы повышения надежности и долговечности конструкций и механизмов. Раздел 2. Разработка машинных методов анализа и синтеза машин для широкого применения в проектных организациях. Отчет по теме К051284/МВТУ. Руководитель темы Р.К. Вафин. ГР № 01830027242, инв. № 11 – М., 1984. – 66 с.

7. Бидерман Т.В. Кручение оболочки вращения из высокоэластичного материала при больших деформациях // Расчеты на прочность. (М.). – 1986. – Вып. 27. – С. 237–245.

8. Бидерман Т.В., Бойков В.Н. Исследование влияния радиальных разрезов на характеристику и напряженное состояние эластичной резиновой муфты при кручении // Расчеты на прочность. (М.). – 1989. – Вып. 29. – С. 87–94.

9. Бидерман Т.В. Экспериментальное исследование разрезных эластичных муфт // Вестник МГТУ. Машиностроение. – 1998. – № 1. – С. 17–21.

Типография МГТУ им. Н.Э. Баумана

Заказ № 93 тираж 100 экз.

Подписано к печати

Объем 1 п.л.