Московский ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции
и ордена Трудового Красного Знамени государственный
технический университет им. Н.Э. Баумана

На правах рукописи

УДК 681.3: 519.62: 536.75

МОРОЗОВ Андрей Николаевич

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТОХАСТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ВЫСОКОДОБРОТНЫХ СИСТЕМАХ

05.13.16 - применение вычислительной техники, математического моделирования и математических методов в научных исследованиях

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Москва - 1994 г.

Работа выполнена в Московском государственном техническом университете им. Н. Э. Баумана.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук
М. Ф. ИВАНОВ
доктор физико-математических наук, профессор
В. П. МИЛАНТЬЕВ
доктор физико-математических наук, профессор
М. М. ХАПАЕВ

Ведущая организация: Нижегородский филиал Института машиноведения РАН

Защита состоится "13" декабря 1994 года в 11[00] часов на заседании специализированного Ученого Совета Д 053.15.12 при Московском государстве[нном] [университете] имени Н. Э. Баумана по адрес[у]

С диссертацией

Автореферат ра[зослан]

Ученый секретарь [специализированного] Ученого Совета, к[андидат]

1546383

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы. Высокодобротный осциллятор - универсальная математическая модель, применяемая для описания различных физических явлений. Она дает возможность исследовать прохождение электромагнитных волн через среды с дисперсией, обеспечивает классическое описание возбуждения атомов, позволяет сформировать подходы к построению квантовой теории поля. Модель высокодобротного осциллятора использовалась при создании квантовой механики для описания излучения электромагнитных волн и при построении физической кинетики.

В технике высокодобротный осциллятор является одним из основных элементов большого класса радиотехнических и электронных устройств. Осциллятор используется в устройствах точной механики, системах автоматического регулирования и механических измерительных системах. Эта модель обеспечивает возможность анализа механических явлений при прохождении упругих волн в средах, при колебаниях конструкций в случае циклического нагружения. Приборы на основе высокодобротного осциллятора применяются для фундаментальных физических измерений, в частности, при определении гравитационной постоянной и регистрации гравитационных волн. Исследованию высокодобротных измерительных систем посвящены работы В. Б. Брагинского, В. Н. Руденко, М. У. Сагитова, М. И. Киселева, B. J. Meers, Г. Н. Измайлова.

1546383

Для решения уравнений, описывающих динамику высокодобротных систем, широко применяются асимптотические методы, позволяющие рассчитывать как физические явления, так и технические устройства, использующие осциллятор. Они обеспечивают выполнение расчетов на ЭВМ, существенно сокращая время счета. Эти методы предполагают незначительное затухание колебаний осциллятора и дают приближенное описание происходящих в нем диссипативных процессов. Асимптотические методы были разработаны Н. Н. Боголюбовым, Ю. А. Митропольским, В. М. Волосовым, Н. Н. Моисеевым.

Для описания стохастических процессов разработаны современные информационные технологии, которые могут быть применены при исследовании высокодобротных систем. Описанию стохастических

НТБ МГТУ им.Н.Э.Баумана
1546383
Морозов А.Н. Математическ

МГТУ им. Н.Э. Баумана БИБЛИОТЕКА

процессов посвящены фундаментальные работы А. Н. Колмогорова, Ю. А. Круткова, В. С. Пугачева, И. Н. Синицына, К. Ito, Р. Л. Стратоновича. Существенные результаты достигнуты при создании современной кинетической теории и теории флуктуаций в диссипативных системах. Статистическое описание кинетических процессов осуществлено Н. Н. Боголюбовым, С. В. Пелетминским, Ю. Л. Климонтовичем, Д. Н. Зубаревым.

Однако необратимые явления, присущие высокодобротным системам, имеют целый ряд специфических особенностей, требующих дополнительного изучения. При этом к классу необратимых явлений относятся не только диссипативные процессы, приводящие к затуханию колебаний, но и весь комплекс стохастических и информационно-термодинамичнских явлений. Эти явления в высокодобротных системах имеют столь существенные отличия и открывают столь широкие возможности для дальнейших фундаментальных и прикладных исследований, что заслуживают тщательного анализа.

Исследование необратимых явлений в высокодобротных системах должно строиться с использованием современных математических методов статистической физики и физической кинетики. Такой подход позволяет провести достаточно общее описание этих явлений, которое может быть положено в основу решения как технических проблем, так и задач уточнения характера протекания физических процессов. Математическое моделирование необратимых стохастических процессов в высокодобротных системах является перспективным научным направлением, обеспечивающим постановку и решение новых фундаментальных задач.

Целью работы является построение математических моделей необратимых процессов в высокодобротных системах, находящихся под воздействием детерминированных и случайных возмущений; исследование с помощью современных математических методов и вычислительной техники особенностей протекания необратимых стохастических процессов в высокодобротных системах; анализ возможности использования высокоробротных технических систем.

Научная новизна работы заключается в том, что впервые:

- с единых позиций проведено описание необратимых стохастических процессов в высокодобротных измерительных системах;

- рассмотрены физические явления в резонаторе Фабри-Перо, связанные с давлением света на зеркала резонатора и низкочастотным оптическим резонансом;

- предложена математическая модель петли гистерезиса, допускающая асимптотическое решение при описании высокодобротных электромагнитных систем;

- проведено описание диффузии в среде с флуктуирующими коэффициентами переноса.

На защиту выносятся следующие основные результаты:

1. Теория стохастических процессов в высокодобротных измерительных системах.

2. Математическая модель большебазного свободномассового интерферометра Фабри-Перо.

3. Теоретическое описание высокодобротных электромагнитных систем, использующее предложенную математическую модель петли гистерезиса.

4. Метод многомерных функций распределения, предназначенный для описания необратимых стохастических процессов в средах с флуктуирующими кинетическими коэффициентами.

Практическая ценность работы заключается в том, что на основе проведенных теоретических исследований:

- предложен новый тип измерительной системы на основе высокодобротных несимметричных крутильных весов;

- разработан гетеродинный метод регистрации гравитационных волн и обоснована лазерная интерференционная гравитационная антенна, использующая низкочастотный оптический резонанс;

- обоснован новый исполнительный орган системы стабилизации искусственного спутника Земли.

Диссертационная работа связана с госбюджетными работами по темам:

- ОФ-3/81: "Физико-технические проблемы преобразования информации в измерительных системах, содержащих осциллятор" (1981-85 г.), Гос. регистрация № 81105058;

- ОФ-2/86: "Разработка элементов новой техники и технологии на основе применения циклических, волновых и колебательных про-

цессов" (1986-90 г.), Гос. регистрация N 01860015245;

- межвузовская научно-техническая программа "ФИЗМАТ" (1993-94 г.).

Апробация работы. Основные результаты исследований докладывались на Всесоюзном семинаре "Автоматическое управление и вычислительная техника" (Москва, 1982 г.), Совещании комиссии по неприливным изменениям силы тяжести (Москва, 1983 г.), Всесоюзном семинаре по грависейсмическому анализу (Москва, 1983 г.), II Всесоюзной конференции АН СССР "Актуальные проблемы геофизики" (Звенигород, 1984 г.), XI Всесоюзном семинаре по аналитическим методам в газовой динамике (Фрунзе, 1985 г.), III Всесоюзной конференции АН СССР "Актуальные проблемы геофизики" (Суздаль, 1986 г.), XVII Конференции ЦКБ "Алмаз" (Москва, 1988 г.), Всесоюзной конференции "Волновые и вибрационные процессы в машиностроении" (Нижний Новгород, 1989 г.), Международной конференции "Актуальные проблемы информатики, управления, радиоэлектроники и лазерной техники" (Пушкино, 1989 г.), Всесоюзном совещании-семинаре "Инженерно-физические проблемы новой техники" (Звенигород, 1990 г.), II Всесоюзном симпозиуме "Космофизические флуктуации в процессах разной природы" (Пущино, 1990 г.), Международной конференции "Актуальные проблемы фундаментальных наук" (Москва, 1991 г.), II Всесоюзном совещании-семинаре "Инженерно-физические проблемы новой техники" (Москва, 1992 г.), III Международном совещании-семинаре "Инженерно-физические проблемы новой техники" (Москва, 1994 г.), а также на научных семинарах кафедры математики физического факультета МГУ, лаборатории гравитационных измерений ГАИШ МГУ, лаборатории грависейсмического анализа ИФЗ РАН, кафедры экспериментальной физики и кафедры теоретической механики РУДН.

Публикации. По теме диссертации опубликовано: монография, 28 статей, 10 тезисов докладов и получено 6 авторских свидетельств на изобретения.

Объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Текст изложен на 274 маши-

нописных страницах, включая 25 рисунков. Список литературы содержит 168 наименования.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность работы, сформулирована ее цель и определены научная новизна и практическая ценность работы. Кратко изложены основные результаты выполненных исследований.

В первой главе проведено описание необратимых стохастических процессов в высокодобротных измерительных системах.

В параграфе 1.1. осуществлен вывод уравнений движения крутильных весов и определен их отклик на внешние воздействия. Построение математической модели крутильных весов проведено с использованием метода Лагранжа. При этом трение в крутильной системе описывалось функцией Рэлея с полной диссипацией. В качестве внешних воздействий выступали сейсмические и гравиинерционные поля, причем, гравитационное поле считалось неоднородным.

Полученные уравнения движения крутильных весов были приведены к виду, удобному для анализа изучаемой измерительной системы. При этом динамические параметры коромысла весов считались произвольными, а колебания весов - малыми. На основе полученного решения уравнений движения крутильных весов показано, что весы, имеющие несимметричное коромысло, обладают повышенной чувствительностью к сейсмическим воздействиям.

Проведен анализ возможности применения несимметричных крутильных весов для инфранизкочастотных сейсмических измерений. Получены выражения, связывающие внешние воздействия и вариации периода крутильных колебаний высокодобротных весов. Предложен динамический метод измерений с помощью высокодобротных несимметричных крутильных весов и разработан новый сейсмометр, обладающей повышенной чувствительностью к инфранизкочастотным сейсмическим воздействиям.

В параграфе 1.2. с помощью уравнения Фоккера-Планка построено статистическое описание высокодобротной измерительной системы, позволяющее провести оптимизацию ее параметров с целью уменьшения уровня случайных погрешностей измерений.

Системе стохастических дифференциальных уравнений, описывающих высокодобротную измерительную систему, поставлено в соответствие уравнение Фоккера-Планка

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{p}{M}\frac{\partial f}{\partial x} + \left[\Gamma(t) - M\omega_0^2 x\right]\frac{\partial f}{\partial p} - 2\beta\frac{\partial (fp)}{\partial p} = D\frac{\partial^2 f}{\partial p^2}, \quad (1)$$

где $f = f(x,p,t)$ - функция распределения флуктуаций переменных движения X и P, M - масса чувствительного элемента, ω_0 и β - собственная частота и коэффициент затухания осциллятора, D - коэффициент диффузии.

Проведенное решение уравнения Фоккера-Планка (1) для первичного преобразователя осциллятарного типа позволило определить функцию распределения флуктуаций переменных движения измерительной системы в зависимости от принятой методики измерений. Для этого уравнение (1) решалось при начальном условии, соответствующем точному одновременному измерению координаты и скорости чувствительного элемента, и при начальном условии, описывающем случай измерения только координаты чувствительного элемента. Показано, что дисперсия погрешностей измерений зависит от способа получения информации с измерительного преобразователя.

В частности установлено, что для высокодобротной измерительной системы флуктуации ее первичного преобразователя при регистрации только координаты существенно выше уровня флуктуаций при одновременном измерении координаты и скорости (импульса) чувствительного элемента. Для практической реализации преимуществ высокодобротных измерительных систем необходимо либо одновременно измерять и координату и скорость чувствительного элемента, либо измерять координату через полупериод колебаний. На основе проведенного математического моделирования осуществлена оптимизация параметров высокодобротной измерительной системы.

Параграф 1.3. посвящен описанию измерительного осциллятора, находящегося под воздействием случайного процесса с ограниченным

спектром. При проведении указанного описания использован метод формирующих фильтров, который предполагает добавление к уравнению движения измерительной системы дополнительного уравнения, описывающего преобразование белого шума к случайному процессу с заданным спектральным составом.

Получено уравнение Фоккера-Планка, описывающее высокодобротный осциллятор с добавлением формирующего фильтра. В этом случае уравнение Фоккера-Планка имеет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{p}{M}\frac{\partial f}{\partial x} + \left[F(t) - M\omega_0^2 x - y\right]\frac{\partial f}{\partial p} - 2\beta\frac{\partial(fp)}{\partial p} - \gamma\frac{\partial(fy)}{\partial y} = D\gamma^2\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}, \qquad (2)$$

где $f = f(x,p,y,t)$, y - переменная, описывающая формирующий фильтр, γ - верхняя граничная частота спектра.

На основе построенного решения уравнения (2) проведено исследование влияния параметров системы и характеристик внешнего случайного процесса на уровень погрешностей измерений. Полученные решения позволили провести оптимизацию параметров осциллятора в зависимости от характеристик измерительной системы и внешних воздействий.

В параграфе 1.4. определены флуктуации периода колебаний высокодобротных крутильных весов при воздействии на них случайных возмущений. Установлено, что дисперсия тепловых флуктуаций периода крутильных колебаний уменьшается с повышением добротности весов. Это связано с тем, что с повышением добротности уменьшается ширина пика спектральной плотности тепловых флуктуаций и отличие текущего периода от периода собственных колебаний становится все более незначительной величиной. Благодаря этому и возникает возможность снизить дисперсию тепловых флуктуаций периода крутильных колебаний повышая добротность весов. В тоже время, дисперсия флуктуаций периода, вызванных внешними случайными возмущениями, от добротности весов не зависит.

В параграфе 1.5 проведено детерминированное и стохастическое описание высокодобротного осциллятора в переменных действие-фаза. Построена производящая функция, которая позволяет перейти от канонических переменных координата-импульс к переменным действие-фаза. Уравнение движения в переменных действие-фаза позволяет при подходе к высокодобротным измерительным системам, как к адиабатически инвариантным, определить функцию распределения в этих новых переменных. Установлено, что флуктуации фазы, а, следовательно, и периода колебаний, описываются законом распределения Гаусса.

В параграфе 1.6. построена математическая модель необратимой самостохастизации динамической измерительной системы и на ее основе проведено описание генерации случайных колебаний из первоначально детерминированного движения системы. Необходимость построения указанной модели связана с тем, что у любой измерительной системы имеются паразитные степени свободы, которые при возбуждении высокодобротных колебаний по информационной степени свободы приводят к самостохастизации движения чувствительного элемента. Данное явление проанализировано для нелинейной высокодобротной измерительной системы с тремя степенями свободы, собственные частоты которой связаны соотношением: $|\omega_2 - \omega_1| = \Omega_0$, где $\omega_{1,2}$ - частоты колебаний по паразитным степеням свободы, Ω_0 - частота колебаний по информационной степени свободы. В этом случае вследствие мультипликации частот на нелинейных членах возникает резонансное возбуждение, и при высокой добротности собственных мод колебаний наблюдается явление самостохастизации.

Проведенное математическое моделирование этого явления позволило установить условия, при которых самостохастизация приобретает существенное значение и приводит к необратимым явлениям в измерительной системе.

Параграф 1.7. посвящен термодинамическому описанию высокодобротного осциллятора. Определены термодинамические уравнения, описывающие статистический нагрев измерительной системы с динамическим возбуждением собственных колебаний по информационной

степени свободы. Установлено выражение для термодинамической энтропии, что позволяет осуществить оптимизацию измерительной системы по критерию минимума производства энтропии. Такой подход наиболее перспективен для проведения информационно-энергетического анализа динамических измерительных систем с высокодобротным первичным преобразователем.

Во второй главе проведено исследование динамики многолучевого интерферометра Фабри-Перо с использованием его математической модели.

В параграфе 2.1. построена математическая модель большебазного свободномассового интерферометра Фабри-Перо, который может быть использован в качестве основного элемента интерференционной гравитационной антенны. В математической модели учтено давление света на зеркала резонатора, установленные на слабо связанных с основанием интерферометра массах.

Математическая модель состоит из уравнений, описывающих электромагнитную волну в резонаторе, и уравнений осцилляторного типа описывающих колебания масс, на которых установлены зеркала. Мощности электромагнитных волн, падающих на зеркала резонатора Фабри-Перо, определяются выражениями

$$W_0(t) = \frac{1}{2}\varepsilon_0 S c E_{00}^2(t),$$

$$W_2(t) = \frac{1}{2}\varepsilon_0 S c \eta_1^2 \left\{ \left[\sum_{n=1}^{N} E_{00}(t-(2n-1)t_0)(R_1R_2)^{n-1}\cos\Phi_n \right]^2 + \right.$$

$$\left. + \left[\sum_{n=1}^{N} E_{00}(t-(2n-1)t_0)(R_1R_2)^{n-1}\sin\Phi_n \right]^2 \right\}, \qquad (3)$$

$$W_2'(t) = R_2^2 W_2(t), \quad W_A(t) = \eta_2^2 W_2(t), \quad W_1'(t) = R_2^2 W_2(t-t_0),$$

$$W_1(t) = W_2(t+t_0), \quad W_R(t) = W_0(t) - W_A(t),$$

где

$$\Phi_n = \varphi_0(t-(2n-1)t_0)-(n-1)\varkappa-2k\sum_{\ell=1}^{n-1}\left[x_2(t-2\ell t_0)-x_1(t-(2\ell-1)t_0)\right], \quad (4)$$

$E_{00}(t)$ и $\varphi_0(t)$ - амплитуда и фаза электромагнитной волны, падающей на резонатор, R_i и η_i - коэффициенты отражения и пропускания зеркал, S - площадь зеркал, t_0 - время однократного прохождения резонатора светом, $\varkappa$ - параметр настройки резонатора. Колебания зеркал описываются формулами

$$\ddot{x}_i + 2\beta_i\dot{x}_i + \omega_i^2 x_i = (F_i + F_{i\theta}(t))/M_i, \quad i=1,2 \quad (5)$$

где

$$F_1 = \frac{1}{c}(W_0 + W_R - W_1 - W_1'), \quad F_2 = \frac{1}{c}(W_2 + W_2' - W_A), \quad (6)$$

$F_{i\theta}(t)$ - внешние детерминированные и случайные воздействия.

Уравнения (3)-(6) образуют замкнутую систему, решение которой для заданных случайных воздействий, характеристик гравитационной волны и параметров лазерного излучения накачки, позволяет определить отклик резонатора Фабри-Перо в виде мощности прошедшего резонатор W_A и отраженного от него света W_R. Построенная математическая модель свободномассового резонатора Фабри-Перо дает возможность исследовать его динамику и необратимые процессы в нем. Для этого была разработана прикладная программа, которая позволяет проводить вычислительные эксперименты с целью оптимизации параметров интерферометра Фабри-Перо при его использовании в качестве прибора для регистрации гравитационных волн.

В параграфе 2.2. на основе проведенного математического моделирования установлено новое физическое явление необратимой трансформации низкочастотных колебаний зеркал резонатора в высокочастотные флуктуации, которое связано с давлением света на зеркала. Показано, что давление света на зеркала резонатора приводит к изменению коэффициента затухания слабо связанных с осно-

ванием масс, на которых установлены зеркала. Это может, в частности, привести к необратимому возрастанию амплитуды колебаний масс резонатора Фабри-Перо.

С помощью уравнения Фоккера-Планка определена функция распределения флуктуаций координат зеркал резонатора. Установлено, что стационарное распределение колебаний зеркал резонатора, а, следовательно, и флуктуаций мощности вышедшего из резонатора света отличается от распределения Гаусса. За счет мультипликации частот колебаний слабо связанных с основанием масс на нелинейных членах, вызванных давлением света, наблюдается необратимая трансформация низкочастотных колебаний в высокочастотные флуктуациии зеркал резонатора. Это явление, установленное при математическом моделировании, может иметь существенное значение для строящихся большебазных лазерных интерферометров Фабри-Перо. Сравнение рассчитанных зависимостей с полученными экспериментально на макетах большебазных интерферометров дает хорошее совпадение.

В параграфе 2.3. предложен и обоснован гетеродинный метод регистрации гравитационных волн. Вычислен отклик интерферометра Фабри-Перо на гравиволновое воздействие типа импульса Берлаги с учетом давления света и модуляции фазовой настройки резонатора. Обоснована перспективность использования гетеродинного метода.

В параграфе 2.4. проведено аналитическое описание и математическое моделирование низкочастотного оптического ревонанса в интерферометре Фабри-Перо. Показано, что низкочастотный оптический ревонанс возникает в резонаторе Фабри-Перо вследствие возбуждения колебаний амплитуды стоячей электромагнитной волны в многолучевом интерферометре. При этом, многолучевой интерферометр Фабри-Перо обладает низкочастотным оптическим резонансом по отношению к гармоническим колебания базы резонатора, амплитуды и фазы оптической накачки. Причем, частота, на которой наблюдается этот резонанс, меньше частоты, определяемой временем однократного перестражения светового луча в резонаторе, и существенно ниже диапазона оптических частот.

Аналитически низкочастотный оптический резонанс может быть в первом приближении описан уравнением

$$\ddot{Z} + 2\beta\dot{Z} + \omega_0^2 Z = \dot{E}_{00}(t) + \beta E_{00}(t) \,, \qquad (7)$$

где

$$\beta = -\ell_n(R_1 R_2)/2t_0 \,, \quad \omega_0 = \mathcal{H}/2t_0 \,, \qquad (8)$$

Z - переменная связанная с откликом резонатора W_A с помощью дифференциального уравнения первого порядка.

На основе разработанной математической модели было проведено детальное исследование резонансных свойств интерферометра Фабри-Перо с использованием численного решения самосогласованной системы уравнений, описывающих движение зеркал резонатора и возбуждение стоячей электромагнитной волны в нем. В расчетах, проведенных с помощью разработанной прикладной программы, использовались параметры, характерные для лазерных интерференционных гравитационных антенн третьего поколения, основным элементом которых является большебазный многолучевой свободномассовый резонатор Фабри-Перо. Выполненное математическое моделирование позволило оптимизировать параметры системы лазер-резонатор по отношению к гравиволновым воздействиям и описать необратимые процессы в исследуемом измерительном устройстве.

В параграфе 2.5. показана возможность использования низкочастотного оптического резонанса для увеличения чувствительности лазерных интерференционных гравитационных антенн. Установлено, что при модуляциии электромагнитной волны накачки на частоте, близкой к частоте резонанса, наблюдается существенное возрастание чувствительности резонатора Фабри-Перо по отношению к гравитационным волнам. Это возрастание достигает значений, порядка величины добротности колебаний в резонаторе. Так как для небольших резонаторов добротность низкочастотного оптического резонанса может достигать величины порядка 100...1000, то предлагаемый метод регистрации гравитационных волн представляется достаточно перспективным, а использование разработанной математической мо-

дели - обеспечивающим оптимизацию измерительного процесса при гравиволновых исследованиях.

В третьей главе описаны необратимые процессы в высокодобротных электромагнитных системах.

В параграфе 3.1. предложена математическая модель петли гистерезиса, допускающая асимптотическое решение при описании высокодобротных электромагнитных систем. Аналитическое выражение для предложенной модели петли имеет вид

$$B(H)=\mu\mu_0\left(H-\gamma H^3-3\gamma\varkappa\hat{H}^3\right), \qquad (9)$$

где функция $\hat{H}$ опережает по фазе напряженность поля H на $\pi/2$, а величины γ и $\varkappa$ являются параметрами модели и характеризуют соответственно нелинейность и толщину петли гистерезиса. Предлагаемая математическая модель петли гистерезиса позволяет учитывать экспериментальные характеристики конкретного магнитопровода, а также проводить расчеты электромагнитных устройств с помощью асимптотических методов решения дифференциальных уравнений, описывающих динамические режимы работы таких устройств. Аналогичная математическая модель может применяться при описании необратимых процессов в механических системах с циклическим режимом нагружения.

В параграфе 3.2. с использованием асимптотического метода проведено математическое моделирование активного колебательного контура с магнитным сердечником. Получены укороченные уравнения, описывающие амплитуду $A\omega_0$ и фазу ψ тока в колебательном контуре с гистерезисом и проведено численное решение этих уравнений. Система укороченных уравнений имеет вид

$$\left(1-\frac{9}{8}\gamma\omega_0^2A^2\right)\dot{A}+\frac{9}{8}\gamma\varkappa\omega_0^2A^3\dot{\psi}+\beta A+$$

$$+\frac{3}{8}\omega_0^2\gamma\left(3\varkappa\omega_0+\eta\right)A^3=\frac{f(t)}{2\omega_0}\sin\left(\varphi(t)+\varphi_0-\psi\right),$$

$$\left(1-\frac{3}{8}\gamma\omega_0^2A^2\right)A\dot{\psi}-\frac{27}{8}\gamma\varkappa\omega_0^2A^2\dot{A}- \qquad (10)$$

$$-\frac{3}{8}\omega_0^2\gamma(\omega_0-3\eta\varkappa)A^3=-\frac{f_0(t)}{2\omega_0}\cos(\varphi(t)+\varphi_0-\psi),$$

где $f_0(t)$ и $\varphi(t)$ - амплитуда и фаза внешнего воздействия, ω_0, β и η - параметры колебательного контура.

Разработанная методика описаний необратимых процессов в электромагнитных системах осцилляторного типа с гистерезисом позволила определить влияние основных физических параметров таких систем на характер протекания электромагнитных процессов в них.

Выполненное математическое моделирование позволило предложить новый исполнительный орган системы стабилизации искусственного спутника Земли, основанный на использовании резонансных свойств высокодобротного электромагнитного контура. Разработан пакет прикладных программ для исследования динамики искусственного спутника Земли с магнитной системой разгрузки маховиков. Проведенные экспериментальные исследования на физическом макете исполнительного органа дают результаты, совпадающие с полученными путем численного моделирования.

В параграфе 3.3. описаны необратимые процессы в магниторезонансном подвесе. Построены укороченные уравнения, описывающие электрические колебания в резонансных контурах с гистерезисом. Указанные уравнения с добавлением уравнения, описывающего динамику механической части подвеса, образуют математическую модель, анализ которой с использованием вычислительной техники позволил установить особенности протекания необратимых стохастических процессов в исследуемой высокодобротной системе.

На основе проведенного численного решения укороченных уравнений, описывающих динамику магниторезонансного подвеса, выполнено детерминированное и стохастическое моделирование его функционирования. Полученные путем численного стохастического моделирования полигоны относительных частот смещения центрируемого элемента при воздействии на него винеровского процесса позволили установить влияние нелинейности и толщины петли гистерезиса на

устойчивость магниторезонансного подвеса. Выполненные расчеты позволяют на этапе проектирования пассивных магниторезонансных подвесов осуществлять подбор и коррекцию их параметров с целью улучшения технических характеристик, а разработанная прикладная программа - . .оводить оптимизацию параметров таких подвесов. .

В параграфе 3.4. рассчитано затухание электромагнитных волн при распространении в магнитном ма риале с гистерезисом. Построены укороченные уравнения, описывающие амплитуду H_0 и фазу φ напряженности магнитного поля в магнитной среде с гистерезисом, которые имеют вид

$$\frac{dH_0}{dz} = -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon_0}}\,\lambda H_0 + \frac{3}{8}\sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon_0}}\,\gamma(\lambda - 3\varepsilon_0\varkappa\omega)H_0^3,$$

$$\frac{d\varphi}{dz} = \frac{3}{8}\sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon_0}}\,\gamma(\varepsilon_0\omega + 3\varkappa\lambda)H_0^2, \qquad (11)$$

где λ - электропроводность среды, ω - частота электромагнитной волны. Установлено, что в высокочастотной части спектра основным фактором, приводящим к затуханию электромагнитной волны в ферритах, выступает магнитный гистерезис.

В параграфе 3.5. найдено асимптотическое решение уравнения Ландау-Лифшица и на его основе проведено численное моделирование необратимых процессов при перемагничивании материала с гистерезисом. Построена математическая модель процесса необратимого перемегничивания материала с доменной структурой. Полученные укороченные уравнения, описывающие динамику перемагничивания домена, позволяют существенно уменьшить машинное время расчетов при исследовании гистерезисных процессов в магнитном материале.

Построенное описание позволяет, формируя из совокупности доменов те или иные конфигурации образцов магнитного материала и учитывая краевые условия, устанавливать влияние формы намагниченного образца на динамику его перемагничивания. Проведенное численное моделирование показывает хорошее совпадение полученного модельного приближения и реальных кривых перемагничивания.

1546383

МГТУ им. Н.Э. Баумана БИБЛИОТЕКА

Разработанная математическая модель и созданная на ее основе прикладная программа могут быть использованы при расчетах технических систем и устройств, в которых применяются магнитные материалы с гистерезисом.

В четвертой главе рассмотрено применение многомерных функций распределения при описании необратимых стохастических процессов.

В параграфе 4.1. построено модифицированное уравнение Фоккера-Планка и с его помощью описаны необратимые стохастические процессы в высокодобротном осцилляторе. При получении этого уравнения учтены флуктуации коэффициента диффузии. Проведено описание броуновского движения в трехмерной изотропной среде с учетом флуктуаций коэффициента трения. Определены поправки к уравнению Смолуховского, связанные с флуктуациями этого коэффициента.

Полученное модифицированное уравнение Фоккера-Планка применено для статистического описания динамической системы осцилляторного типа. В этом случае модифицированное уравнение принимает вид

$$\frac{\partial f}{\partial t}+\frac{p}{M}\frac{\partial f}{\partial x}+\left[F(t)-M\omega_0^2 x\right]\frac{\partial f}{\partial p}-2\beta\frac{\partial (fp)}{\partial p}= \tag{12}$$

$$=D\frac{\partial^2 f}{\partial p^2}+\frac{E}{\tau^*}\frac{\partial}{\partial p}p\int_0^t\frac{\partial}{\partial p}p\left[\ln\left(\frac{t-\tau}{\tau^*}\right)\right]^{-1}f(\tau)\,d\tau,$$

где E и τ^* - постоянные, зависящие от параметров осциллятора и диссипативной среды. Путем интегрирования уравнения (12) определена дисперсия флуктуаций координаты чувствительного элемента динамической системы и вычислены поправки, связанные с флуктуациями коэффициента трения.

Параграф 4.2. посвящен изложению метода многомерных функций распределения. Построены кинетическое уравнение для двумерной функции распределения координаты и скорости движения броуновской частицы и уравнение диффузии для двумерной плотности частиц в среде.

При построении теории броуновского движения в терминах двумерных функций распределения использована процедура последовательных огрублений уравнения для двумерной функции распределения всех переменных движения частиц среды и броуновской частицы. Усреднение на промежутках времени порядка времени хаотизации частиц среды позволило перейти к кинетическому уравнению для двумерной функции распределения переменных движения броуновской частицы. Далее, усреднение на промежутках времени порядка времени релаксации броуновской частицы дало возможность получить гидродинамическое уравнение диффузии для двумерной плотности диффундирующих частиц.

В параграфе 4.3. описана диффузия в среде с флуктуирующими кинетическими коэффициентами. При решении уравнения диффузии для двумерной плотности был использован метод возмущений. Для этого уравнение диффузии было преобразовано к фурье-образу и определено решение в первом приближении по членам, описывающим флуктуации коэффициента диффузии. Полученные выражения могут быть использованы при описании флуктуаций количества ионов в малом объеме электролита. Преимуществом полученных выражений является также возможность нахождения фурье-образа двумерной плотности в случае переменных во времени коэффициента диффузии и времени корреляции его флуктуаций.

Построенная с помощью метода многомерных функций распределения математическая модель диффузии в среде с флуктуирующими кинетическими коэффициентами позволила рассчитать распределение примесей в твердом теле после кристаллизации. Получено решение уравнения диффузии для двумерной плотности примеси в твердом теле и показано, что характерный размер сгустков примесей зависит от скорости охлаждения. Проведенное исследование в рамках физической кинетики представляется возможным только с использованием построенных решений уравнения диффузии для двумерной плотности.

В параграфе 4.4. с использованием асимптотического метода и метода многомерных функций распределения проведено описание высокодобротной системы с флуктуирующим коэффициентом трения. Показано, что укороченные уравнения, описывающие флуктуации высо-

кодобротных систем, приводятся к виду, аналогичному уравнению Ланжевена для броуновской частицы в двухмерной среде:

$$\dot{P}_c + \beta P_c = X_c(P_c, P_s, t) + F_c(t) + \xi_c(t),$$
$$\dot{P}_s + \beta P_s = X_s(P_c, P_s, t) + F_s(t) + \xi_s(t), \qquad (13)$$

где $X_{c,s}$ - функция, которая может описывать гистерезисные потери и динамическое трение, $F_{c,s}$ и $\xi_{c,s}$ - детерминированные и случайные воздействия. При этом переход к переменной X, описывающей динамику осциллятора, осуществляется по формуле

$$X(t) = \left(P_c(t)\cos\omega_0 t + P_s(t)\sin\omega_0 t\right)/M\omega_0 \qquad (14)$$

Укороченная система уравнений (13) позволяет при анализе необратимых стохастических процессов в высокодобротной системе воспользоваться методикой, разработанной для описания броуновского движения в среде с флуктуирующими кинетическими коэффициентами.

Использование метода многомерных функций распределения позволило определить дисперсию флуктуаций координаты высокодобротной системы. Предложенный общий подход к описанию необратимых процессов в высокодобротных системах можно рассматривать как один из альтернативных способов описания кинетических процессов в рамках математического моделирования.

Параграф 4.5. посвящен разработке метода описания немарковских случайных процессов с использованием многомерных характеристических функций. Показано, что при воздействии на стохастическую дифференциальную систему внешнего случайного процесса, описываемого конечномерной характеристической функцией, ее анализ может быть проведен с помощью уравнений для многомерных характеристических функций вектора состояния немарковского процесса. Построены уравнения для двумерной характеристической функции и проведено их обобщение на случай n-мерных характеристических функций.

Разработанный метод многомерных характеристических функций применен для уточнения описания броуновского движения. Показано, что уравнение для двумерной функции распределения $f_2(R_e, P_e, t_e)$, описывающее броуновское движение в немарковском случае, имеет вид

$$\left(\frac{\partial}{\partial t_1} - \hat{T}_1\right)\left(\frac{\partial}{\partial t_2} - \hat{T}_2\right) f_2 = \Delta\hat{T} f_2 , \qquad (15)$$

где

$$\hat{T}_e = -\frac{P_e}{M}\frac{\partial}{\partial R_e} - F(t_e)\frac{\partial}{\partial P_e} + D\frac{\partial}{\partial P_e}\left(\frac{\partial}{\partial P_e} + \frac{P_e}{MkT}\right), \quad e = 1,2 , \qquad (16)$$

$$\Delta\hat{T} = 2D\delta(t_2 - t_1)\frac{\partial}{\partial P_1}\frac{\partial}{\partial P_2} + 4D^2 U(t_2 - t_1)U(t_1 - t_2)\frac{\partial^2}{\partial P_1^2}\frac{\partial^2}{\partial P_2^2} ,$$

$U(\ldots)$ - симметричная единичная функция. Уравнение (15) применимо для описания высокодобротных систем с использованием укороченных уравнений (13). Применение разработанного метода многомерных характеристических функций приводит к результатам, совпадающим с полученными методом многомерных функций распределения.

В заключении сформулированы основные результаты диссертационной работы.

Проведенное в диссертационной работе математическое моделирование необратимых стохастических процессов в высокодобротных системах с использованием современных математических методов и вычислительной техники позволяет сделать вывод о создании нового научного направления, обеспечивающего постановку и решение большого класса фундаментальных и прикладных задач. С единых позиций были поставлены и решены задачи моделирования высокодобротных измерительных систем, большебазных интерферометров Фабри-Перо, высокодобротных электромагнитных устройств с гистерезисом, а также разработан метод многомерных функций распределения, предназначенный для описания немарковских случайных процессов. Дальнейшее развитие разработанных общих подходов к описанию необратимых стохастических процессов в высокодобротных системах применительно для других типов подобных устройств и для решения фундаментальных проблем физической кинетики представляется важной научной задачей.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ

1. Построена математическая модель несимметричных крутильных весов и на ее основе предложен новый высокодобротный сейсмометр.

2. Осуществлены детерминированное и стохастическое описание необратимых процессов в высокодобротных измерительных системах и определены статистические характеристики флуктуаций чувствительного элемента таких систем. На основе полученных выражений проведена оптимизация высокодобротных измерительных систем.

3. Построено описание высокодобротного измерительного осциллятора в переменных действие-фаза. Определены флуктуации периода колебаний крутильных весов под воздействием случайных возмущений.

4. Описана необратимая самостохастизация динамических измерительных систем.

5. Дано термодинамическое описание необратимых процессов в высокодобротных измерительных системах.

6. Построена математическая модель большебазного свободномассового интерферометра Фабри-Перо.

7. Изучено влияние давления света на зеркала свободномассового резонатора Фабри-Перо и установлено явление необратимой трансформации низкочастотных колебаний зеркал резонатора в высокочастотные флуктуации его отклика. Установлено влияние давления света на коэффициент затухания колебаний слабо связанных с основанием масс, на которых установлены зеркала резонатора. Предложен гетеродинный метод регистрации гравитационных волн.

8. Исследован низкочастотный оптический резонанс в интерферометре Фабри-Перо и рассмотрена возможность использования этого явления для повышения чувствительности интерференционной гравитационной антенны.

9. Предложена математическая модель петли гистерезиса, допускающая применение асимптотического метода.

10. Проведено математическое моделирование высокодобротных электромагнитных систем. Описаны необратимые стохастические процессы в магниторезонансном подвесе. Выполненное математическое моделирование позволило предложить новый исполнительный орган системы стабилизации искусственного спутника Земли.

11. Описано затухание электромагнитных волн в магнитном материале с гистерезисом.

12. Осуществлено асимптотическое описание необратимых процессов при перемагничивании материала с гистерезисом.

13. Построено модифицированное уравнение Фоккера-Планка и на его основе проведено статистическое описание осциллятора.

14. Предложен метод многомерных функций распределения, позволяющий описывать необратимые стохастические процессы в средах с флуктуирующими кинетическими коэффициентами. Построены кинетическое уравнение для двумерной функции распределения переменных движения броуновской частицы и уравнение диффузии для двумерной плотности частиц в среде.

15. Проведено описание диффузии в среде с флуктуирующими коэффициентами переноса и рассчитано распределение примесей в твердом теле после кристаллизации.

16. С использованием асимптотического метода и метода многомерных функций распределения проведено описание высокодобротной системы с флуктуирующим коэффициентом трения.

17. Построено описание немарковских случайных процессов в стохастических дифференциальных системах с использованием многомерных характеристических функций.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. *Морозов А. Н.* Теория броуновского движения: Метод многомерных функций распределения. - М.: Изд-во МГТУ, 1993. - 84 с.

2. *Морозов А. Н.* Особенности реакции несимметричных крутильных весов на сейсмические возмущения // Изв. АН СССР. Физика Земли. - 1981. - N 12. - С. 95-98.

3. Постановка задачи об исследовании влияния возможных помех на показания гравитационного вариометра / В. В. Бростюк, М. И. Киселев, А. Н. Морозов и др. // Повторные гравиметрические наблюдения (результаты теоретических исследований и наблюдений на полигонах). - М.: Нефтегеофизика, 1983. - С. 66-76.

4. *Морозов А. Н., Оморов И. О.* О колебаниях крутильной системы, помещенной в вязкую жидкость // Изв. АН Кирг. ССР. - 1984. - N 4. - С. 15-20.

5. Влияние тепловых шумов на гравитационный вариометр / Д. Г. Гриднев, М. И. Киселев, А. Н. Морозов и др. // Повторные гравиметрические наблюдения (вопросы теории и результаты). - М.: Нефтегеофизика, 1984. - С. 128-131.

6. *Бростюк В. В., Киселев М. И., Морозов А. Н.* О возмущениях движения коромысла несимметричных крутильных весов сейсмическими воздействиями // Деп. рук. ВИНИТИ, 1984. - N 651-84. - 11 с.

7. *Бростюк В. В., Киселев М. И., Морозов А. Н.* К теории динамических измерений высокодобротным крутильным маятником // Измерительная техника. - 1985. - N 1. - С. 26-27.

8. *Морозов А. Н., Оморов И. О.* К вопросу о жидкостном демпфировании высокодобротных крутильных весов // Изв. АН Кирг. ССР. - 1985. - N 1. - С. 8-11.

9. *Морозов А. Н.* Исследование динамического метода измерений несимметричными крутильными весами // Актуальные проблемы геофизики. - М.: Наука, 1985. - С. 153-160.

10. *Морозов А. Н., Оморов И. О.* О случайных воздействиях жидкостного демпфера на механическую измерительную систему // Изв. АН Кирг. ССР. - 1986. - N 4. - С. 23-27.

11. *Морозов А. Н.* О броуновском движении в среде с флуктуирующими коэффициентами переноса // Изв. вузов. Физика. - 1986. - N 6. - С. 90-91.

12. *Киселев М. И., Морозов А. Н., Науменко-Бондаренко И. И.* Самостохастизация динамических измерительных систем // Прикладная геофизика. - 1986. - Вып. 114. - С. 138-144.

13. *Морозов А. Н.* Особенности статистического описания механических измерительных систем, содержащих колебательное звено // Измерительная техника. - 1986. - N 11. - С. 17-19.

14. *Морозов А. Н.* Статистическое описание измерительной системы, учитывающее реальный спектр случайных возмущений // Измерительная техника. - 1989. - N 7. - С. 15-17.

15. *Морозов А. Н., Гладышев В.* К эффекту нелинейной генерации ВЧ оптического шума в резонаторе Фабри-Перо // Письма в ЖТФ. - 1990. - Т. 16, вып. 5. - С. 57-60.

16. *Морозов А. Н., Гладышев В. О.* Особенности отклика лазерной интерференционной гравитационной антенны на низкочастотные возмущения // Измерительная техника. - 1990. - N 10. - С. 26-28.

17. *Морозов А. Н.* К теории получения кинетических уравнений для двумерной функции распределения // Математические методы и физико-механические поля (Киев), 1990. - Вып. 32. - С. 67-73.

18. *Морозов А. Н.* К теории получения уравнения диффузии для двумерной плотности броуновских частиц // Математические методы и физико-механические поля (Киев), 1991. - Вып. 34. - С. 105-110.

19. *Кудрявцев В. С., Морозов А. Н., Юрасов Н. И.* Моделирование перемагничивания магнитного материала с доменной структурой на основе уравнения Ландау-Лифшица // Вестник МГТУ. Приборостроение. - 1991. - N 1. - С. 121-125.

20. *Кудрявцев В. С., Морозов А. Н., Турчанинов С. О.* Динамика магниторезонансного подвеса с учетом магнитного гистерезиса // Изв. вузов. Электромеханика. - 1991. - N 2. - С. 5-9.

21. *Гладышев В. О., Морозов А. Н.* Гетеродинный метод регистрации затухающих сигналов с использованием резонатора Фабри-Перо // Письма в ЖТФ. - 1991. - Т. 17, вып. 19. - С. 11-15.

22. *Кудрявцев В. С., Морозов А. Н., Турчанинов С. О.* Анализ кривых распределения смещений центрируемого элемента в магниторезонансном подвесе // Изв. вузов. Электромеханика. - 1991. - N 10. - С. 97-99.

23. *Морозов А.Н.* О применении двумерных функций распределения в теории броуновского движения // Вестник МГТУ. Машиностроение. - 1991. - N 4. - С. 50-61.

24. *Кудрявцев В.С., Морозов А.Н., Юрасов Н.И.* Асимптотический расчет прецессии намагниченности магнитного материала с доменной структурой // Вестник МГТУ. Машиностроение. - 1992. - N 2. - С. 60-65.

25. *Морозов А.Н., Турчанинов С.О.* Макроскопические флуктуации коэффициента диффузии и низкочастотные шумы в электролитах // Биофизика. - 1992. - Т. XXXVII, вып. 4. - С. 667-668.

26. *Морозов А.Н., Кудрявцев В.С.* Применение уравнения диффузии для двумерной плотности при описании количественного распределения примесей после кристаллизации // Вестник МГТУ. Приборостроение. - 1992. - N 4. - С. 114-121.

27. *Гладышев В.О., Морозов А.Н., Суетина Н.В.* Оценка чувствительности лазерной интерференционной гравитационной антенны // Труды МГТУ, N 563. - М.: Изд-во МГТУ, 1993. - С. 152-171.

28. *Гладышев В.О., Морозов А.Н.* Низкочастотный оптический резонанс в многолучевом интерферометре Фабри-Перо // Письма в ЖТФ. - 1993. - Т. 19, вып. 14. - С. 39-42.

29. *Морозов А.Н., Кудрявцев В.С.* К вопросу о затухании электромагнитных волн в магнитном материале с гистерезисом // Письма в ЖТФ. - 1994. - Т. 20, вып. 6. - С. 22-25.

30. А.с. N 1112904. Длиннопериодный горизонтальный сейсмометр / В.В.Бростюк, М.И.Киселев, А.Н.Морозов. - 1984. Заявка N 3483593/18-25 от 19.08.82.

31. А.с. N 1115001. Гравитационный вариометр / М.И.Киселев, О.В.Кречетников, В.А.Кузиванов, А.Н.Морозов, В.М.Попов. // Б.И. - 1984. - N 35.

32. А.с. N 1263077. Гравитационный вариометр / М.И.Киселев, А.Н.Морозов, И.О.Оморов, В.М.Попов. - 1986. Заявка N 3798689/24-25 от 13.09.84.

33. А.с. N 1288644. Длиннопериодный горизонтальный сейсмометр / М.И.Киселев, А.Н.Морозов, С.О.Турчанинов. // Б.И. - 1987. - N 5.

34. А. с. N 1492577. Способ изготовления изделий из порошковых материалов / М. И. Киселев, А. Н. Морозов, С. Ю. Рыжков, С. В. Соболев. - 1989. Заявка N 4274407/31-02 от 02. 07. 87.

35. А. с. N 1795771. Лазерный гравитационно-волновой измеритель / В. О. Гладышев, А. Н. Морозов. - 1992. Заявка N 4847727/25 от 26. 04. 90.

36. *Гладышев В. О., Морозов А. Н., Суетина Н. В.* Лазерный интерферометр для регистрации гравитационных волн // Актуальные проблемы информатики, управления, радиоэлектроники и лазерной техники. Сборник докладов Международной конференции. - М., 1989. - С. 86-89.

37. Оптико-электронная реализация частотно-хронометрического метода диагностики циклических механизмов / В. А. Дунаев, Г. Л. Каменев, А. Н. Морозов и др. // Волновые и вибрационные процессы в машиностроении. Тезисы докладов Всесоюзной конференции. - Горький, 1989. - С. 253-254.

38. *Морозов А. Н.* Применение многомерных функций распределения в кинетической теории // Инженерно-физические проблемы новой техники. Тезисы докладов Всесоюзного совещания-семинара. - М., 1990. - С. 148-149.

39. *Гладышев В. О., Морозов А. Н.* Нелинейный эффект воздействия лазерного излучения на РФП в ЛИГА // Инженерно-физические проблемы новой техники. Тезисы докладов Всесоюзного совещания-семинара. - М., 1990. - С. 155-156.

40. *Морозов А. Н., Подмарьков Э. В.* Индуцированная тепловым шумом самостохастизация динамических измерительных систем // Актуальные проблемы фундаментальных наук. Сборник докладов Международной конференции. - М., 1991. - Том 3. - С. 37-40.

41. *Кудрявцев В. С., Морозов А. Н., Турчанинов С. О.* Влияние нелинейности электромагнитов на динамику бесконтактного подвеса // Актуальные проблемы фундаментальных наук. Сборник докладов Международной конференции. - М.:, 1991. - Том 3. - С. 127-139.

42. *Морозов А.Н.* Диффузия в среде флуктуирующими кинетическими коэффициентами // Инженерно-физические проблемы новой техники. Тезисы докладов Второго Всесоюзного совещания-семинара. - М., 1992. - С. 98-99.

43. *Гладышев В.О., Морозов А.Н.* Низкочастотный резонанс стоячей оптической волны в многолучевом интерферометре Фабри-Перо // Инженерно-физические проблемы новой техники. Тезисы докладов Второго Всесоюзного совещания-семинара. - М., 1992. - С. 104-105.

44. *Морозов А.Н.* К теории необратимых процессов в высокодобротных системах // Инженерно-физические проблемы новой техники. Тезисы докладов Третьего Международного совещания-семинара. - М., 1994. - С. 136-137.

45. *Морозов А.Н.* О времени хаотизации // Инженерно-физические проблемы новой техники. Тезисы докладов Третьего Международного совещания-семинара. - М., 1994. - С. 154-155.

АМОР

Подписано к печати 6.10.94г. 94 г. Заказ 474
Объем 2.0 п.л. Тираж 100 экз.

Типография МГТУ