

1559896

На правах рукописи

КАРАБАН Владимир Владимирович

УДК 539.3

**РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ РАСЧЕТА
СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ЛОПАТОК
И РАБОЧИХ КОЛЕС ТУРБОМАШИН**

01.02.06 – Динамика и прочность машин,
приборов и аппаратуры.

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

В. Карабан

Москва

1998

Работа выполнена в Центральном институте авиационного моторостроения имени П.И.Баранова.

Научный руководитель - доктор технических наук, профессор
ТЕМИС Ю.М.

Официальные оппоненты:

- доктор технических наук, профессор ГАВРЮШИН С.С.
- кандидат технических наук, старший научный сотрудник
ХОРИКОВ А.А.

Ведущая организация – Тушинское машиностроительное КБ
«Союз», г. Москва.

Защита состоялась «22» октября 1998 г. в 14³⁰ на заседании дис-
сертационного совета при Московском Государст-
венном авиационном институте имени Н.Э.Баумана по адресу:
д.5.

Справка хранится в библиотеках МГТУ име-
ни П.И.Баранова.

1559896

22 октября 1998 г.

диссертационного совета

В.И.Дронг



1559896

Карабан В. В. Разработка ме

Общая характеристика работы.

Актуальность темы. В современном компрессоростроении существует тенденция к сокращению числа ступеней с соответствующим ростом их нагруженности. Высокая эффективность таких конструкций достигается за счет применения в них широкохордных лопаток с небольшим относительным удлинением и существенной закрученностью периферийного сечения по отношению к корневому. Большинство отказов компрессоров связано с повышенными динамическими напряжениями, возникающими при колебаниях рабочих колес. Поэтому, обеспечение надежности как лопаток, так и рабочих колес в целом, предъявляет высокие требования к качеству методов анализа их напряженно-деформированного состояния (НДС), а также собственных частот и форм колебаний.

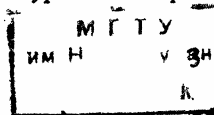
Однако, на сегодняшний день большинство известных решений получено различными авторами аналитически или численно при условии ряда ограничений на характер статического деформирования лопатки и динамического поведения колеса, что неизбежно приводит к погрешностям. К таким ограничениям следует отнести предположение о существовании форм симметрии, описываемых узловыми диаметрами или узловыми окружностями, достаточно грубую идеализацию взаимодействия обода диска с лопаткой (диск - круглая пластина, лопатка - стержень), пренебрежение влиянием углов установки лопатки на формы колебаний и геометрически нелинейным характером статического НДС лопатки. Важной задачей при расчете рабочего колеса компрессора является учет геометрически нелинейных свойств конструкции, а также дискретного воздействия лопаток на диск. Решение данной проблемы на современном уровне возможно с использованием метода конечных элементов (МКЭ), позволяющего реализовать единый подход к численному исследованию статике и динамики лопатки и рабочего колеса газотурбинного двигателя (ГТД).

Целью диссертационной работы является разработка методов расчета НДС, учитывающих геометрическую нелинейность при статическом деформировании лопаток и рабочих колес турбомашин и последующего определения собственных частот и форм колебаний относительно нового положения статического равновесия.

Научная новизна результатов, полученных автором диссертации, состоит в следующем:

- разработаны конечно-элементные модели закрученного стержня и оболочки для анализа НДС с учетом геометрической нелинейности и последующего определения собственных частот и форм колебаний относительно нового положения статического равновесия лопаток и рабочих колес компрессоров авиационных ГТД;

- показано, что учет геометрической нелинейности приводит к существенным отличиям от решения в линейной постановке: изменяется картина перемещений, уменьшаются углы разворота плоских сечений лопатки, снижается уровень напря-

96
1559896

жений;

- отмечено, что при достижении определенного уровня нагрузки возможна инверсия форм колебаний лопаток, механизм которой показан на примере постепенного одновременного преобразования второй изгибной формы в первую крутильную и наоборот;

- реализована методика расчета собственных частот и форм колебаний лопаток рабочих колес с учетом податливости диска путем наложения на точки корневого сечения лопатки упругих связей, коэффициенты которых находятся из осесимметричного расчета диска рабочего колеса;

- установлено, что у рабочего колеса спектр собственных колебаний состоит из семейств собственных форм, каждое из которых соответствует определенной форме колебаний изолированной лопатки. Внутри семейства существуют как формы колебаний с поворотной симметрией, так и формы колебаний, не обладающие симметрией, при этом величина расслоения спектра собственных частот семейства зависит от частоты вращения рабочего колеса;

- разработана методика определения геометрической жесткости на кручение поперечного сечения стержня с помощью прямой формулировки метода граничных элементов (МГЭ).

Практическая ценность работы заключается в разработке методик, алгоритмов и программ, позволяющих на стадии проектирования повысить точность прогнозирования собственных частот и форм колебаний, а также дать достаточно точную картину распределения статических напряжений в рабочих колесах ГТД с учетом их реальных конструктивных особенностей и нелинейного характера статического деформирования.

Внедрение. Создана новая версия существующей в ЦИАМ системы автоматизированного проектирования лопаток компрессоров. Основному модулю расчета НДС и препроцессору системы приданы новые возможности. К первому подключен модуль решения геометрически нелинейных задач статики с использованием математических моделей конечных элементов закрученного стержня и оболочки. К препроцессору подготовки исходных данных для расчета МКЭ подключена автоматизированная система определения геометрических характеристик (изгибных и крутильных жесткостей) стержней с произвольными многосвязными поперечными сечениями.

Достоверность научных положений, выводов и рекомендаций обеспечивается корректностью сформулированных задач, выбором обоснованных математических моделей, описывающих статику и динамику лопаток и рабочих колес компрессоров ГТД, сопоставлением результатов численного расчета с известными решениями большого числа тестовых задач и результатами экспериментальных исследований, положительным опытом применения разработанных методик и программ при решении многочисленных задач расчета реальных конструкций при их проектировании и доводке.

Основные результаты и положения диссертационной работы доклады-

вались на Международной конференции «Авиационные технологии-2000» (Жуковский, 1997), XXVI Международном научно-техническом совещании по динамике и прочности двигателей (Самара, 1996), II Международном симпозиуме «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» (Ярполец, Моск. обл., 1996), XVII Международной конференции по теории оболочек и пластин (Казань, 1995), Международной научно-технической конференции «Актуальные проблемы математического моделирования и автоматизированного проектирования в машиностроении» (Казань, 1995), отраслевой научно-технической конференции «Многорежимные ГТД» (Москва, 1997), IX Межреспубликанской студенческой конференции «Проблемы повышения несущей способности машиностроительных конструкций» (Москва, 1991), на расширенных заседаниях НТС отд. 003 и 200 ЦИАМ, а также на научном семинаре кафедры «Прикладная механика» (РК-5) по теории колебаний в МГТУ им. Н.Э.Баумана.

Публикации. По теме диссертации опубликовано восемь работ.

Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, выводов, списка литературы и приложения. Общий объем диссертации составляет 186 страниц, 73 рисунка, 27 таблиц. Список литературы включает 164 наименования. Приложение содержит 22 иллюстрации собственных форм колебаний рабочего колеса компрессора.

Основное содержание работы.

Во введении дана общая характеристика работы и приведена краткая аннотация всех ее разделов.

В первой главе приводится обзор современного состояния исследований по рассматриваемой проблеме. Среди большого количества трудов отечественных и зарубежных авторов, посвященных анализу НДС и собственных частот и форм колебаний изолированных лопаток компрессоров турбомашин особо стоит выделить работы И.А.Биргера, О.Ф.Борискина, Ф.С.Бэдчер, Ю.С.Воробьева, Л.Ю.Гинесина и М.М.Назаровой, С.М.Гринберга, Н.Н.Малинина, И.И.Меерович, В.А.Рудавца, А.И.Ушакова, Б.Ф.Шоппа, J.Argyris, O.A.Bauchau, W.Chiang, W.Carnegie, M.A.Dokainish, S.Rawtani, T. Kim, A.W.Leissa, J.S.Rao, F.Sisto и A.T.Chang, S.Sreenivasamurthy, V. Ramamurti и др. Для решения поставленной задачи использовались различные стержневые и оболочечные модели. Исследование публикаций показало, что, в них для анализа НДС лопатки и ее собственных частот и форм колебаний используются, как правило, данные линейного статического расчета, которые для высоконагруженных лопаток могут существенно отличаться от соответствующих данных статического расчета, полученных с учетом геометрической нелинейности. В результате, из-за погрешностей при анализе НДС лопатки, определении радиального зазора, угла прикрытия и при отстройке лопатки от возможных резонансов на заданных режимах, резко снижается качество проекта. В то же вре-

мя, среди большого числа работ, посвященных геометрически нелинейному анализу конструкций с большими перемещениями, отсутствуют работы, посвященные особенностям расчета лопаток турбомашин. Следует также отметить, что вопросам реализации теорий геометрически нелинейных закрученных стержней в МКЭ уделялось недостаточное внимание и также отсутствуют работы в этой области.

Исследованию проблемы анализа собственных частот и форм колебаний рабочих колес турбомашин посвящены работы В.О.Бауэр, И.А.Биргера, С.И.Богомолова, А.М.Журавлевой, Ю.С.Воробьева, В.К.Дондошанского, В.П.Иванова, М.Л.Кемпнера, А.В.Левина, Г.С.Назаренко, С.П.Тимошенко, Д.В.Хронина, Б.Ф.Шорпа, Н.Н.Ступиной, D.J.Ewins, L.E.El-Bayoumy и A.V.Srinivasan, J.H.Griffin, A.Sinha, V.Karadag, J.Kirkhope, G.J.Wilson, C.A.Mota Soares, M.Petyt, C.Pierre, D.Murthy, N.A.Valero, O.O.Bendiksen, J.L.Thomas, H.T.Belek, S.Umemure, M.Mase, Y. Kadoyo, J.T.Wagner и др. Большинство авторов предполагают поворотную симметрию форм колебаний. Авторы, учитывающие влияние дискретности расположения лопаток, в виду сложности задачи, изучают колебания рабочих колес расчетным путем на упрощенных моделях, что позволяет, как правило, выявить лишь качественные особенности таких систем. Для получения достоверной информации о спектрах собственных колебаний рабочих колес необходима расчетная модель, более полно отражающая их реальные конструктивные особенности. Из проведенного обзора следует вывод о необходимости создания конечно-элементного комплекса для расчета лопаток и рабочих колес турбомашин, моделируемых либо тонкостенными элементами оболочек произвольной формы, либо их комбинациями с закрученными стержнями.

Вторая глава посвящена выводу уравнений МКЭ для решения задач анализа НДС и собственных частот и форм колебаний вращающегося тела при использовании конечных элементов закрученного стержня и оболочки. Решение задачи геометрически нелинейного деформирования сводится к следующему итерационному алгоритму:

- на первом этапе решается линейная задача

$$[K_o]\{U\}_i = \{F_p\} + \{F_f\}, \quad (1)$$

где $[K_o]$ - матрица линейной жесткости, $\{F_p\}$ и $\{F_f\}$ - соответственно векторы узловых сил, обусловленные поверхностными (газовые силы) и объемными (центробежные силы) нагрузками. Из выражения (1) определяется вектор узловых перемещений $\{U\}_i$, который используется в качестве начального приближения;

- для последующих итераций ($i > 1$) определяется матрица тангенциальной жесткости $[K_T]_i$

$$[K_T]_i = [K_o] + [K_L]_i + [K_\sigma]_i + [K_R], \quad (2)$$

а также вектор невязки $\{\psi\}_i$, который представляет собой сумму внешних и

внутренних сил, здесь $[K_L]_i$, $[K_\sigma]_i$ и $[K_R]_i$ - соответственно матрицы геометрической жесткости, больших перемещений и падения жесткости при вращении;

- из уравнения

$$[K_T]_i \{\Delta U\}_{i+1} = \beta_i \{\psi\}_i, \quad (3)$$

определяется поправка $\{\Delta U\}_{i+1}$, здесь β_i - специальным образом подобранный параметр, обеспечивающий сходимость численного алгоритма;

- находится новый вектор перемещений

$$\{U\}_{i+1} = \{U\}_i + \{\Delta U\}_{i+1}. \quad (4)$$

Вычислительный процесс повторяется до тех пор, пока величина поправки $\{\Delta U\}_{i+1}$ не станет достаточно малой и для любой j -й компоненты векторов $\{U\}_{i+1}$ и $\{\Delta U\}_{i+1}$, будет справедливо условие

$$|\Delta U_j| \leq \delta |U_j|, \quad (5)$$

где δ - заданная погрешность расчета.

Затем решается задача нахождения собственных частот колебаний тела

$$\det([K_T] - [M][\Omega^2]) = 0, \quad (6)$$

где $[K_T]$ - касательная матрица жесткости, найденная на последней итерации статического расчета, $[M]$ - матрица масс, $[\Omega^2]$ - искомая диагональная матрица квадратов собственных частот колебаний.

Конечный элемент закрученного стержня, изображенный на рис.1, имеет в каж-

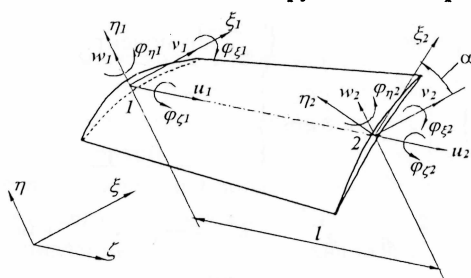


Рис.1. Конечный элемент закрученного стержня.

дом узле шесть компонент перемещений - три линейных (u , v и w) в направлении локальных осей ξ , η и ζ и три угловых (ϕ_ξ , ϕ_η и ϕ_ζ), определяющих поворот сечения относительно этих осей. Аппроксимация внутри элемента перемещений $v(\zeta)$ и $w(\zeta)$ задана с помощью кубических полиномов, перемещение $u(\zeta)$ и угол закрутки $\phi_\zeta(\zeta)$ изменяются по линейному

закону. С учетом удлинения оси стержня при продольном и поперечных перемещениях, а также деформации винтовых волокон при кручении, выражение для относительной деформации в продольном направлении в произвольной точке с координатами (ζ, ξ, η) можно представить в виде суммы двух компонент - линейной деформации $\varepsilon_{\zeta 0}$ и нелинейной деформации $\varepsilon_{\zeta L}$, вызванной большими перемещениями

$$\varepsilon_\zeta = \varepsilon_{\zeta 0} + \varepsilon_{\zeta L}, \quad (7)$$

где $\varepsilon_{\zeta\theta} = u_{,\zeta} - \eta w_{,\zeta\zeta} - \xi v_{,\zeta\zeta} + \alpha_0 r^2 \varphi_{\zeta,\zeta}$, $\varepsilon_{\zeta L} = \frac{1}{2} (u_{,\zeta}^2 + v_{,\zeta}^2 + w_{,\zeta}^2 + r^2 \varphi_{\zeta,\zeta}^2)$,
 $r = \sqrt{\xi^2 + \eta^2}$, $\alpha_0 = \alpha/L$.

Конечный элемент оболочки – треугольный (рис.2) (для четырехугольного

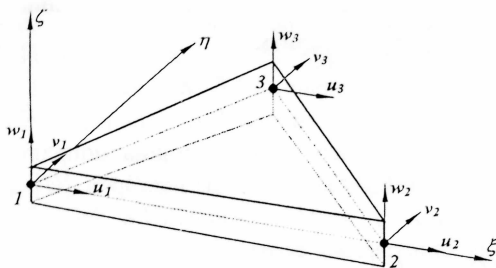


Рис.2. Треугольный оболочечный конечный элемент.

матрица жесткости получается путем разбиения на четыре треугольника с последующим суммированием специальным образом их матриц жесткости) – имеет линейную аппроксимацию по перемещениям $u(\xi, \eta)$ и $v(\xi, \eta)$ и кубическую – по $w(\xi, \eta)$. Уравнения МКЭ для данного элемента получены с использованием теории тонких оболочек Кирхгофа-Лява. При этом вектор деформаций в произвольной точке оболочечного

элемента будет иметь следующий вид

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_\xi \\ \varepsilon_\eta \\ \gamma_{\xi\eta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{\xi m} \\ \varepsilon_{\eta m} \\ \gamma_{\xi\eta m} \end{Bmatrix} - \zeta \begin{Bmatrix} w_{,\xi\xi} \\ w_{,\eta\eta} \\ 2w_{,\xi\eta} \end{Bmatrix} = \{\varepsilon_m\} - \zeta \{\chi\}, \quad (8)$$

где $\{\varepsilon_m\}$ – вектор деформаций срединной поверхности оболочки, который можно представить в виде суммы линейной $\{\varepsilon_m^0\}$ и нелинейной $\{\varepsilon_m^L\}$ компонент

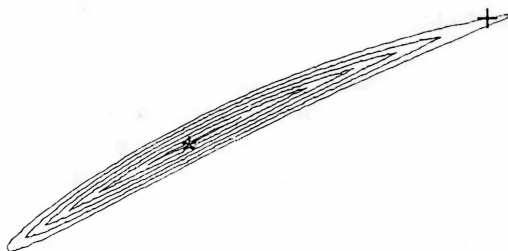
$$\{\varepsilon_m\} = \{\varepsilon_m^0\} + \{\varepsilon_m^L\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{\xi m}^0 \\ \varepsilon_{\eta m}^0 \\ \gamma_{\xi\eta m}^0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \varepsilon_{\xi m}^L \\ \varepsilon_{\eta m}^L \\ \gamma_{\xi\eta m}^L \end{Bmatrix}, \quad (9)$$

где $\varepsilon_{\xi m}^0 = u_{,\xi}$, $\varepsilon_{\eta m}^0 = v_{,\eta}$, $\gamma_{\xi\eta m}^0 = u_{,\eta} + v_{,\xi}$, $\varepsilon_{\xi m}^L = \frac{1}{2} (u_{,\xi}^2 + v_{,\xi}^2 + w_{,\xi}^2)$,

$$\varepsilon_{\eta m}^L = \frac{1}{2} (u_{,\eta}^2 + v_{,\eta}^2 + w_{,\eta}^2), \quad \gamma_{\xi\eta m}^L = u_{,\xi} u_{,\eta} + v_{,\xi} v_{,\eta} + w_{,\xi} w_{,\eta}.$$

В работе приводятся выражения для компонент матрицы тангенциальной жесткости, полученные по единой методике для конечных элементов закрученного стержня и оболочки.

В третьей главе изложена методика определения геометрических характеристик произвольных поперечных сечений стержней. Приводится краткий обзор существующих методов определения геометрической жесткости при кручении, из которого следует вывод о перспективности использования для решения данной задачи МГЭ. Показано, как с помощью формул Грина удастся свести вычисление



$$* \Phi_{\max} = 5.313 \text{ мм}^2 + \Phi_{\min} = 0 \text{ мм}^2 \quad \Delta\Phi = 0 \text{ мм}^2$$

Рис. 3. Изолинии функции напряжений плоского сечения лопатки рабочего колеса.

интегралов по площади к определению контурных интегралов, чем существенно упростить нахождение геометрических характеристик сечений. Для определения геометрической жесткости на кручение сначала решается задача чистого кручения с помощью прямой формулировки МГЭ, в результате чего в точках контура находятся значения производной по нормали функции напряжений. Предложенная методика позволяет эффективно решать задачу на-

хождения геометрических характеристик однородных поперечных сечений стержней при условии простейшего задания контура сечения в виде отрезков прямых и избежать использования элементов более высокого порядка. Приводятся результаты решения нескольких тестовых задач, с помощью которых проанализирована точность применения широко известных приближенных формул, используемых для определения геометрической жесткости на кручение, точность решений, полученных с помощью МКЭ, также приведены примеры расчета этой геометрической характеристики для нескольких реальных авиационных лопаточных профилей. Как показывают результаты расчета, использование известных из литературы приближенных формул может приводить к заметным погрешностям при определении геометрической жесткости на кручение. Например, для профиля лопатки рабочего колеса компрессора, изображенной на рис.3, применение формулы Власова дает превышение над расчетной величиной на 21.8%, использование формулы Лейбензона дает результат, заниженный на 8.3%.

В четвертой главе приводится краткое описание системы автоматизированного проектирования лопаток компрессоров, которая была создана в отделе математического моделирования ЦИАМ и ее отдельных модулей, а также используемых численных методов при анализе НДС и собственных частот и форм колебаний. Автор диссертационной работы модернизировал блок создания конечно-элементной модели и расчета МКЭ. Приводятся результаты решения известных из литературы геометрически нелинейных задач расчета стержней и оболочек, подтверждающие эффективность выбранной методики. В частности, рассматриваются задачи о влиянии продольной нагрузки на низшую собственную частоту колебаний балок и пластин и о больших прогибах пластин и пологих оболочек под действием равномерно распределенного нормального давления. На примере расчета собственных частот колебаний закрученных пластин дан анализ области применимости стержневых и оболочечных моделей. Для выбора оптимальных параметров сетки конечных элементов в рассматриваемом классе задач, проведен анализ влияния количества узлов на результаты расчета.

Пятая глава посвящена вопросам реализации разработанной методики анализа НДС и собственных частот и форм колебаний для расчета изолированных лопаток и рабочих колес компрессоров.

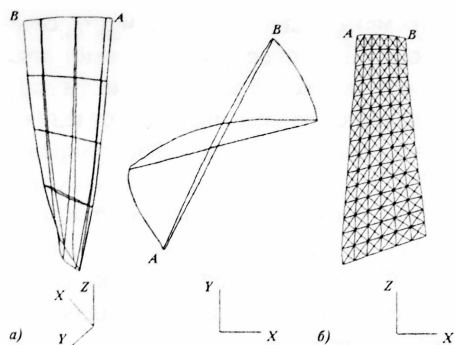


Рис.4. Математическая модель (а) и сетка конечных элементов (б) лопатки 1.

Особенности анализа статического НДС в линейной и нелинейной постановках исследуются на примерах расчета изолированных лопаток компрессоров. Наиболее ярко разница между результатами анализа НДС в линейной и нелинейной постановках просматривается на примере высоконагруженной лопатки 1, математическая модель и сетка оболочечных конечных элементов которой изображены на рис.4.

На рис.5,а приводится периферийное сечение лопатки 1 в исходном и деформированном состоянии на рабочем режиме $\bar{n} = 1$ ($\bar{n} = n/n_{max}$, где n - текущая, а n_{max} - максимальная частота вращения рабочего колеса). На рис.5,б показана зависимость угла раскрутки периферийного сечения, а на рис.6 - окружного и осевого перемещений входной и выходной кромок периферийного сечения лопатки 1 от величины параметра $\bar{n}$ по результатам линейного и нелинейного статического расчета.

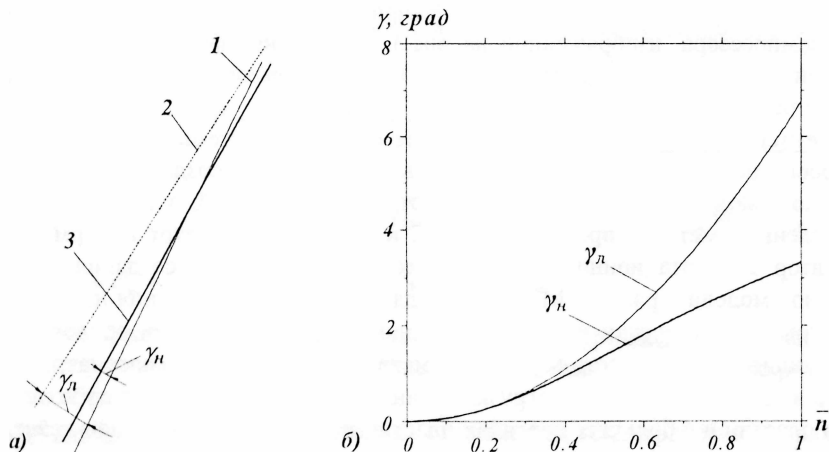
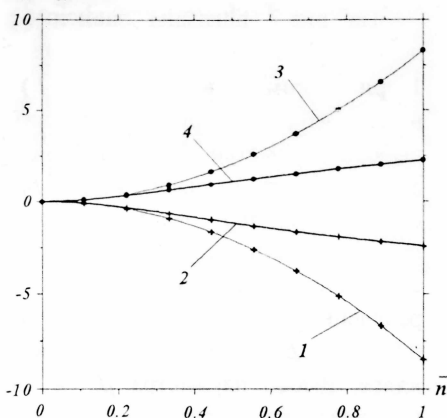


Рис.5. а) положение периферийного сечения лопатки на рабочем режиме: 1 – исходное состояние, 2 – линейный расчет, 3 – нелинейный расчет; б) изменение угла разворота периферийного сечения лопатки при выходе на рабочий режим $\bar{n} = 1$ (γ_n – линейный расчет, γ_n – нелинейный расчет).

$u_A, v_A, \text{ мм}$



$u_B, v_B, \text{ мм}$

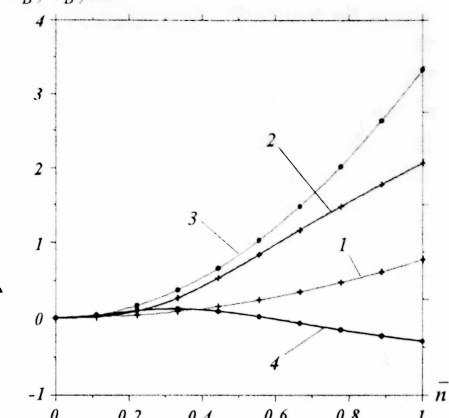


Рис.6. Перемещения входной (А) и выходной (В) кромок лопатки 1 при выходе на рабочий режим $\bar{n} = 1$: 1 - u_A, u_B (линейный расчет), 2 - u_A, u_B (нелинейный расчет), 3 - v_A, v_B (линейный расчет), 4 - v_A, v_B (нелинейный расчет).

На рабочем режиме $\bar{n} = 1$ перемещения точек периферийного сечения при решении задачи в линейной постановке отличаются от перемещений, определенных с учетом геометрической нелинейности в 3.5-3.7 раза. Различия в перемещениях приводят к расхождениям при определении углов раскрутки периферийного сечения (более чем в два раза). Величины максимальных эквивалентных напряжений на спинке и корыте лопатки по результатам линейного расчета составляют соответственно 1307 и 1333 МПа; учет геометрической нелинейности дает 686 и 709 МПа, что примерно в два раза меньше. Стоит отметить, что процесс нелинейного деформирования лопатки может носить сложный характер. Из рис.6 видно, что окружное перемещение v_B в процессе нагружения сначала возрастает, а затем убывает, изменяя знак на противоположный. При этом для всех высоконагруженных лопаток итерационная схема метода Ньютона ($\beta_i = 1$) при значениях параметра нагрузки $\bar{n} = 0.7 - 0.8$ и выше оказалась расходящейся. Сходимость итерационного алгоритма можно обеспечить выбором параметра β_i в виде функции, зависящей от показателя сходимости итерационного процесса λ_i , который на i -й итерации имеет вид

$$\lambda_i = \frac{N_{cc} - N_i^{nc}}{N_{cc}}, \quad (10)$$

где N_{cc} и N_i^{nc} - соответственно число степеней свободы задачи и число степеней свободы, для которых на данной итерации не достигнута сходимость и условие (5) не выполнено. Параметр β_i можно задать следующим образом

$$\beta_i = \min(0.3, 1 + \lambda_i^2 - 2\lambda_i + \beta_{0i}), \quad (11)$$

где $\beta_{0i} = 0.05 - 0.03\lambda_i$.

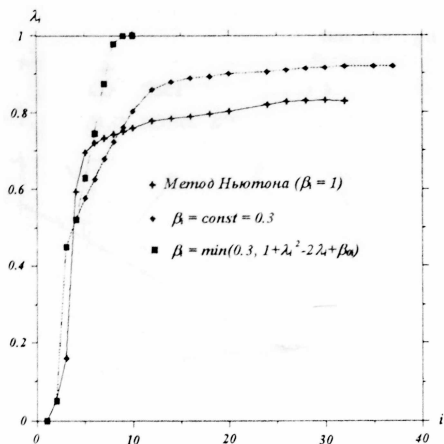


Рис. 7. Зависимость показателя сходимости численного алгоритма решения нелинейной задачи статики для лопатки 1 при $\bar{n} = 1$ от номера итерации при различных вариантах выбора параметра β_i .

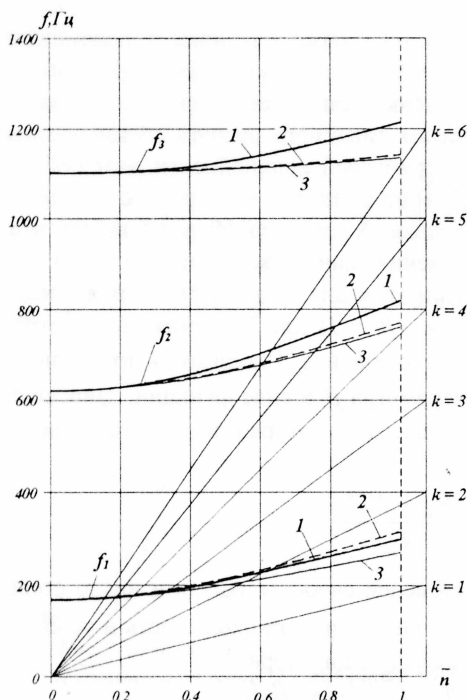


Рис. 8. Резонансная диаграмма лопатки 1 для отстройки от первых шести гармоник возбуждения на рабочем режиме $\bar{n} = 1$.

На рис. 7 показана зависимость показателя сходимости λ_i для лопатки 1 при максимуме нагрузки ($\bar{n} = 1$) от номера итерации при трех вариантах выбора параметра β_i . Итерационный алгоритм для случаев, когда $\beta_i = \text{const}$ и $1 \geq \beta_i \geq 0.3$, оказался расходящимся. В этих случаях показатель сходимости λ_i достигал какого-то определенного уровня (0.8 при $\beta_i = 1$, и 0.9 – при $\beta_i = 0.3$) и затем не изменялся. Выбор параметра β_i в виде (11) позволил обеспечить сходимость итерационного алгоритма.

На рис. 8 показаны резонансные диаграммы лопатки 1 для отстройки от первых шести гармоник возбуждения в рабочем диапазоне $0 \leq \bar{n} \leq 1$. Три нижших собственные частоты колебаний, определенные по трем методикам, обозначены цифрами: 1 – на основе статического расчета с учетом геометрической нелинейности, 2 – на основе линейного статического расчета при условии $[K_T] = [K_0] + [K_\sigma]$, 3 – на основе линейного статического расчета при условии $[K_T] = [K_0] + [K_\sigma] + [K_R]$. Как следует из представленных результатов, использование методики определения собственных частот колебаний лопатки на основе линейного статического расчета, при отсутствии в выражении для касательной матрицы жесткости $[K_T]$ матрицы $[K_R]$, для режима $\bar{n} = 1$ по сравнению с методикой, учитывающей геометрическую нелинейность при статическом расчете, дает завышенный результат по первой собственной частоте на 4.7%

и заниженный результат по второй и третьей собственным частотам на 5.9%. Однако, и методику определения собственных частот на основе линейного статического анализа, даже если она учитывает эффект переноса массы за счет вращения для высоконагруженных лопаток также нельзя считать достоверной. При $\bar{n} = 1$ расхождение по первой собственной частоте составляет 8.2%, по второй собственной частоте - 7.1%, по третьей - 6.5%. Таким образом, для достоверного определения собственных частот колебаний компрессорных лопаток необходимо при построении касательной матрицы жесткости использовать результаты нелинейного статического расчета, который должен предшествовать решению задачи определения собственных частот.

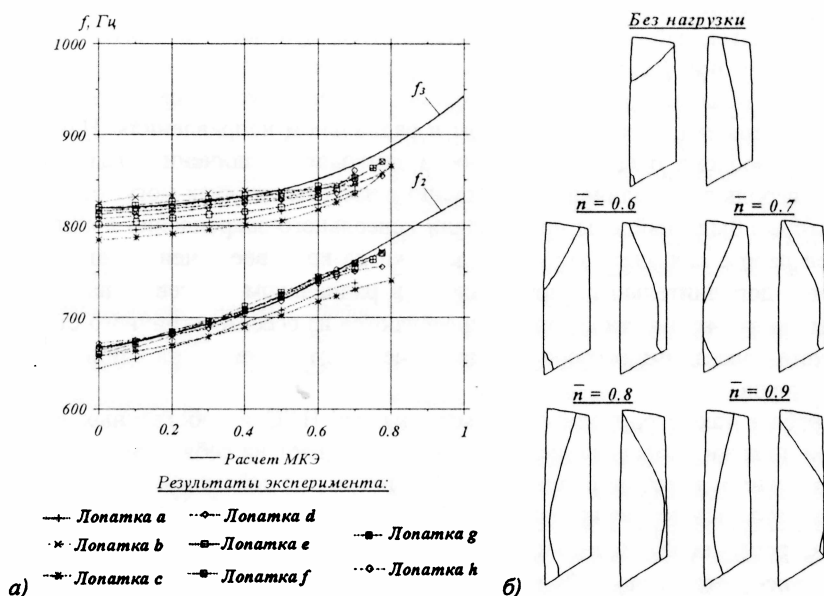


Рис. 9. а) зависимость второй и третьей собственных частот колебаний лопатки 2 от параметра $\bar{n}$, полученная в результате экспериментального исследования восьми лопаток рабочего колеса и конечно-элементного расчета изолированной лопатки; б) механизм инверсии второй и третьей форм колебаний, показанный с помощью картины их линий узлов при выходе на рабочий режим $\bar{n} = 1$.

В зависимости от частоты вращения лопатки изменяются не только собственные частоты, но и собственные формы ее колебаний. Особый интерес представляет эффект инверсии собственных форм колебаний, который продемонстрирован на примере лопатки 2. При экспериментальном исследовании этой лопатки наблюдалось возникновение изгибно-крутильного флаттера при выходе на рабочий режим $\bar{n} = 1$. Данные о второй и третьей собственных частотах, которые снимались с восьми лопаток рабочего колеса, представлены с помощью маркеров (а-н) на

рис.9,а. Результаты конечно-элементного корневого сечении показаны на этом же рисунке сплошной линией и хорошо согласуются с результатами эксперимента.

При анализе поведения второй и третьей собственных форм колебаний наблюдалась их инверсия, механизм которой иллюстрируется изменением положения узловых линий в зависимости от величины $\bar{n}$ на рис.9,б. Из рисунка видно, что с увеличением нагрузки, действующей на лопатку, происходит постепенная эволюция второй изгибной формы колебаний в первую крутильную и наоборот. При этом, пересечения соответствующих частотных характеристик не происходит, они сначала сближаются, а затем постепенно начинают расходиться.

В приведенных выше примерах анализа НДС и собственных частот и форм колебаний лопаток рабочих колес предполагалось, что лопатка жестко заделана в корневом сечении. Реальные условия закрепления лопатки таковы, что замковое соединение, обладая конечной жесткостью, позволяет корневому сечению совершать перемещения, особенно в осевом и радиальном направлениях. Наиболее актуальной проблема оценки податливости замкового соединения оказывается для лопаток небольшого удлинения, собственные частоты которых могут отличаться от тех, которые были найдены при условии консольного закрепления лопатки. В настоящей работе для учета упругости заделки на корневое сечение лопатки накладываются дополнительные упругие связи в радиальном и осевом направлениях, коэффициенты жесткости которых определяются из осесимметричного статического расчета колеса компрессора под действием соответствующих единичных силовых факторов.

В работе также приводится пример анализа НДС и собственных частот колебаний лопатки направляющего аппарата. Обращает на себя внимание рост собственных частот колебаний неподвижной лопатки под действием газовой нагрузки, особенно это касается первой частоты. Она при максимальной нагрузке на режиме $\bar{n} = 1$ возросла на 55.9%, в то время, как рост второй и третьей собственных частот составил соответственно 4.9% и 6.1%. Это обстоятельство объясняется наличием в срединной поверхности лопатки растягивающих мембранных напряжений, вызванных приложенной нагрузкой. Этот результат показывает, что газовая нагрузка, которая мало влияет на собственные частоты лопаток рабочих колес (по первой собственной частоте ее учет дает результат, отличающийся максимум на 1-1.5%), может в то же время оказывать существенное влияние на собственные частоты лопаток направляющих аппаратов, что, безусловно, необходимо учитывать при отстройке их от резонансов на рабочих режимах.

Сравнение стержневой и оболочечной моделей МКЭ проводилось при анализе собственных частот колебаний лопатки рабочего колеса с бандажной связью (рис.10). У такой лопатки отношение ее длины

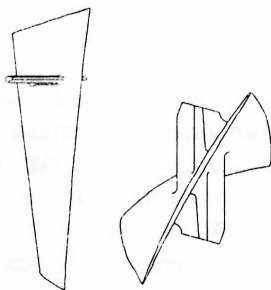


Рис.10. Лопатка рабочего колеса с бандажной связью.

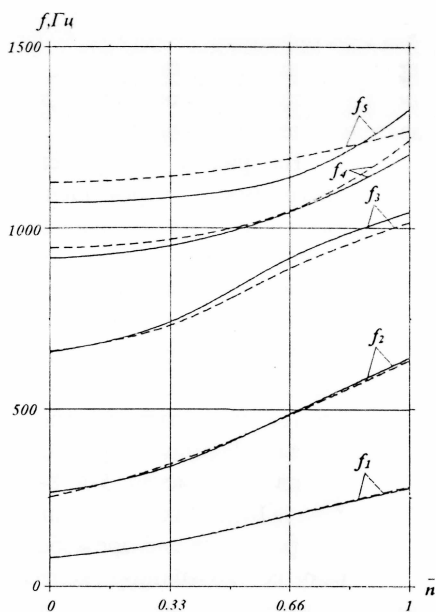


Рис.11. Зависимость первых пяти собственных частот колебаний лопатки рабочего колеса с бандажной связью от параметра $\bar{n}$.

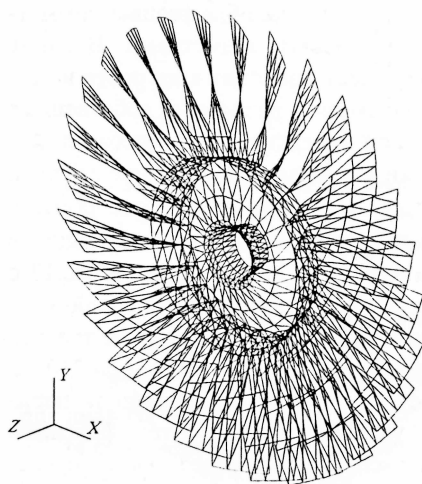


Рис.12. Конечно-элементная модель колеса компрессора.

к хорде профиля, как правило, превышает 3. Результаты расчета первых пяти собственных частот в зависимости от параметра $\bar{n}$ представлены на рис.11 (пунктиром отмечены результаты, полученные при использовании стержневой модели, сплошной линией – оболочечной модели). Они свидетельствуют о том, что использование разработанной стержневой модели для длинных лопаток дает хорошее согласование с результатами расчета по оболочечной модели для низших собственных частот, включая и крутильные. Это обстоятельство позволяет сделать вывод о том, что использование на этапе проектирования длинных лопаток разработанной конечно-элементной модели закрученного стержня позволяет без потери точности снизить продолжительность расчетов низших собственных частот.

В системе двигателя колебания лопатки необходимо рассматривать с учетом ее взаимодействия с диском, особенно для рабочих колес с податливым ободом. В качестве примера такое исследование было проведено для рабочего колеса компрессора, представляющего диск с ободом и равномерно распределенными по окружности двадцатью восьмью лопатками, конечно-элементная модель которого представлена на рис.12. Кинематические граничные условия предполагали жесткое защемление диска по втулке.

Результаты расчета показали, что спектр собственных колебаний рабочего колеса состоит из семейств собственных форм по 28 форм в каждом. Каждое семейство соответствует определенной форме колебаний изолированной лопатки. На рис.13 представлена зависимость некоторых характерных собственных частот от частоты вращения ротора, при этом плотность собственных частот в

группах различная: если разница между 1-й и 28-й собственными частотами колебаний ненагруженного колеса, относящихся к первой группе составляет 5.5 Гц, то разница между 29-й и 56-й частотами, входящими во вторую группу уже будет превышать 100 Гц, для третьей группы этот показатель будет еще больше.

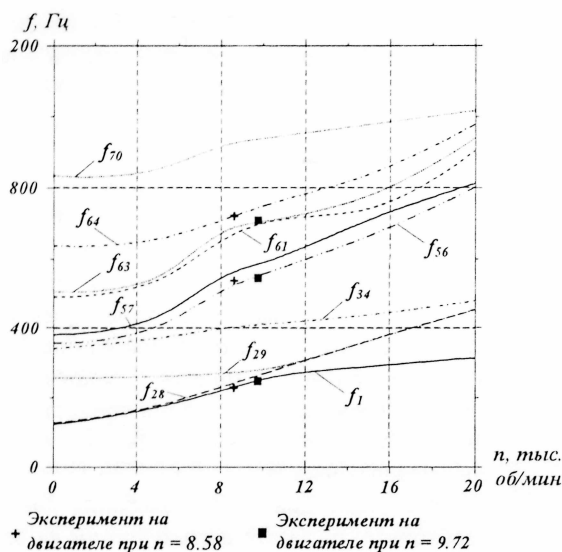


Рис.13. Зависимость собственных частот колебаний колеса компрессора от частоты вращения

рией (рис.14,б-г), узловые линии которых нельзя назвать диаметрами. Влияние центробежной нагрузки на собственные частоты колеса приводит к их росту и увеличению расслоения спектра внутри семейств. Поскольку различные собственные частоты растут неодинаково, становится возможной инверсия форм колебаний как внутри отдельной группы, так и между формами входящими в соседние группы, что видно из рис.13. На частотах вращения колеса, превышающих 10 тыс. об/мин, становятся равными по величине 28-я и 29-я собственные частоты, входящие в разные семейства. Результаты эксперимента на двигателе, показанные на рис.13 с помощью маркеров, на каждом режиме из двух режимов лежат вблизи какой-либо из частотных характеристик. Экспериментально установленное понижение третьей собственной частоты с 723 Гц при частоте вращения $n=8.58$ тыс. об/мин до 710 Гц при $n=9.72$ тыс. об/мин может быть объяснено тем, что при проведении эксперимента собственные частоты колебаний колеса устанавливаются путем фиксации моментов его резонанса. При такой постановке эксперимента невозможно определить, какая именно из соответствующих достаточно близким по величине и входящим в одну группу собственным частотам собственная форма колебаний возбуждалась. Результаты расчета позволяют предположить, что для рабочего режима

На рис.14 изображены диаграммы перемещений выходных кромок периферийных сечений всех двадцати восьми лопаток ненагруженного рабочего колеса в направлении оси двигателя (ось Z на рис.12) при колебаниях по четырем собственным формам, входящим в первое семейство: 5-й, 8-й, 15-й и 18-й. Как показывают диаграммы, в спектре собственных колебаний колеса присутствуют не только обладающие поворотной симметрией поворотной симметрией формы (на рис.14,а перемещения лопаток для 5-й формы точно распределены по синусоиде), но и формы, не обладающие симмет-

$n=8.58$ тыс. об/мин возбуждалась форма колебаний, соответствующая 64-й или 65-й кратной собственной частоте, а для рабочего режима $n=9.72$ тыс. об/мин - форма колебаний, соответствующая либо 61-й, либо 62-й, либо 63-й собственной частоте. При этом все названные собственные частоты с увеличением центробежной нагрузки росли.

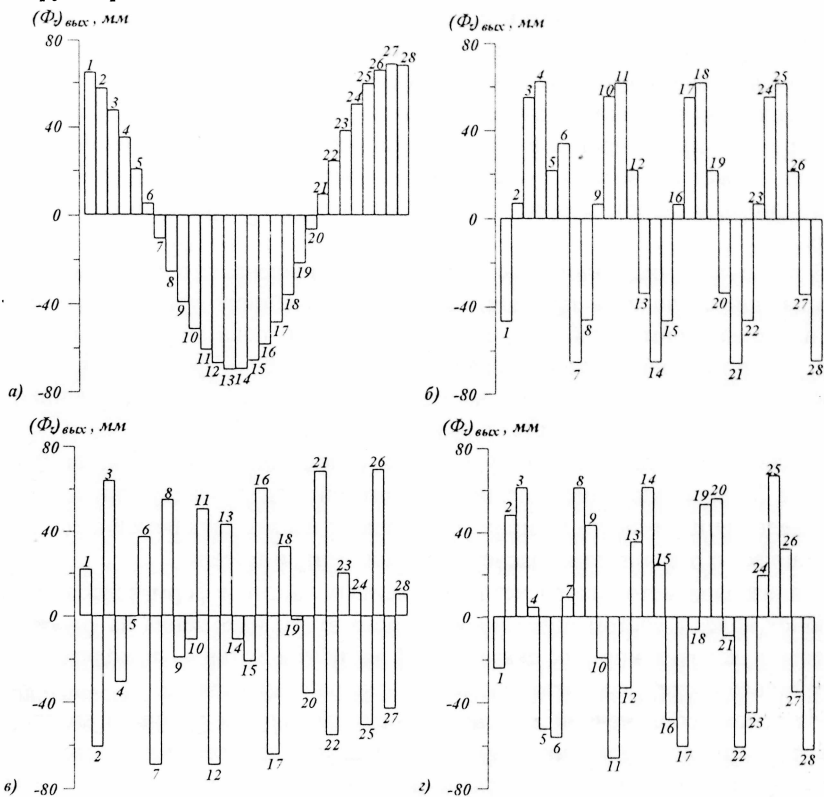


Рис.14. Диаграмма перемещений выходных кромок периферийных сечений лопаток ненагруженного рабочего колеса в направлении оси двигателя (ось Z) при колебаниях по собственным формам: а) - 5-й, б) - 8-й, в) - 15-й, г) - 18-й.

Основные результаты и выводы по работе.

1. Разработаны конечно-элементные модели закрученного стержня и оболочки для анализа НДС с учетом геометрической нелинейности и последующего определения собственных частот и форм колебаний лопаток и рабочих колес компрессоров авиационных ГТД относительно их нового положения статического равновесия.

2. Предложена методика определения геометрических характеристик по-

перечных сечений лопаток. Геометрическая жесткость многосвязного сечения на кручение определяется с использованием результатов решения задачи кручения методом граничных элементов, остальные геометрические характеристики находятся путем преобразования интегралов по площади поперечного сечения в контурные интегралы.

3. Показано, что учет геометрической нелинейности при анализе НДС высоконагруженных лопаток компрессоров приводит к существенным отличиям от решения в линейной постановке: изменяется картина перемещений, уменьшаются углы разворота плоских сечений лопатки, снижается уровень напряжений. Поэтому, использование при проектировании лопаток методик, не учитывающих большие перемещения, может привести к существенным ошибкам при оценке их НДС и, как следствие этого, к ошибкам при отстройке от возможных резонансов на рабочих режимах.

4. В результате численного исследования установлено, что для некоторых типов вращающихся лопаток при достижении определенного уровня нагрузки возможна инверсия форм колебаний, механизм которой показан на примере постепенного одновременного преобразования второй изгибной формы в первую крутильную и наоборот. Собственные частоты колебаний лопатки, полученные расчетным путем, хорошо согласуются с результатами эксперимента.

5. Показано, что для лопаток, у которых отношение длины к хорде профиля превышает 3, использование конечно-элементной модели закрученного стержня для определения пяти-шести низших собственных частот дает результаты, хорошо согласующиеся с результатами расчета по оболочечной модели.

6. Реализована методика расчета собственных частот и форм колебаний лопаток рабочих колес с учетом податливости диска путем наложения на точки корневого сечения лопатки упругих связей, коэффициенты которых находятся из осесимметричного расчета соответствующего диска рабочего колеса.

7. На основе оболочечной конечно-элементной модели рабочего колеса ГТД, установлено, что для уточнения картины поведения собственных частот и форм колебаний такой механической системы необходима расчетная схема, учитывающая взаимодействие всех лопаток между собой посредством их взаимной связи, осуществляющейся через диск. В результате исследования установлено, что у рабочего колеса спектр собственных колебаний состоит из семейств собственных форм, каждое из которых соответствует определенной форме колебаний изолированной лопатки.

Показано, что внутри семейства существуют как формы колебаний с поворотной симметрией, так и формы колебаний, не обладающие симметрией. Принадлежащим одному семейству различным собственным формам колебаний могут соответствовать различные собственные частоты, при этом величина расслоения спектра собственных частот семейства зависит от частоты вращения рабочего колеса.

8. На основе методик и алгоритмов, изложенных в работе, созданы новые

модули, включенные в разработанную в ЦИАМ систему «Корвет», предназначенную для анализа НДС и собственных частот и форм колебаний при проектировании лопаток компрессоров перспективных ГТД.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах:

1. Карабан В.В. Автоматизированная система определения геометрических характеристик произвольных одно- и многосвязных сечений // Актуальные проблемы математического моделирования и автоматизированного проектирования в машиностроении: тезисы докладов Международной научно-технической конференции. Секция 5. - Казань, 1995. - С. 56-58.

2. Карабан В.В. Исследование сходимости собственных частот и форм колебаний лопаток компрессоров при использовании различных типов оболочечных конечных элементов // Проблемы повышения прочности машиностроительных конструкций: тезисы докладов IX Межреспубликанской студенческой конференции. - М., 1991. - С. 3-4.

3. Темис Ю.М., Зюзина В.М., Карабан В.В. Модели МКЭ для исследования нелинейных задач статики, устойчивости и динамики деталей ГТД // Тезисы докладов XXVI Международного научно-технического совещания по динамике и прочности двигателей. - Самара, 1996. - С. 135-136.

4. Темис Ю.М., Карабан В.В. Влияние конструктивных факторов и центробежных нагрузок на формы и частоты колебаний лопаток компрессоров // Труды XVII Международной конференции по теории оболочек и пластин. - Казань, 1996. - Т. II. - С. 54-60.

5. Темис Ю.М., Карабан В.В. Влияние центробежной нагрузки и неоднородностей на частоты и формы колебаний колеса компрессора ГТД // Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред: тезисы докладов II Международного симпозиума. - М., 1996. - С. 73-74.

6. Темис Ю.М., Карабан В.В. Определение геометрической жесткости на кручение одно- и многосвязных машиностроительных и лопаточных профилей с особенностями с использованием МГЭ // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Численное моделирование физико-механических процессов: Межвузовский сборник (М.). - 1997. - Вып. 55. - С. 137-149.

7. Темис Ю.М., Карабан В.В. Анализ собственных частот и форм колебаний колеса компрессора ГТД // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Численное моделирование физико-механических процессов: Межвузовский сборник (М.). - 1998. - Вып. 58. - С. 36-46.

8. Темис Ю.М., Карабан В.В., Зюзина В.М. Статический и динамический анализ предварительно нагруженных деталей ГТД // Авиационные технологии-2000: тезисы докладов Международной конференции. - Жуковский, 1997. - С. IV-23.

КАРАБАН Владимир Владимирович

**РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ РАСЧЕТА
СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ЛОПАТОК
И РАБОЧИХ КОЛЕС ТУРБОМАШИН**

Подписано в печать 04.08.98. Формат 60×90/16.

Бумага офсетная. Компьютерный набор.

Усл. печ. л. 1,25. Уч.-изд. л. 1,25.

Тираж 100 экз. Заказ 353.

Типография ЦИАМ