

ш 86218

Московский ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции
и ордена Трудового Красного Знамени государственный технический
университет им. Н.Э. Баумана

На правах рукописи

УДК 539.4

Петрин Евгений Михайлович

РАСЧЕТ СОСТАВНЫХ МНОГОСЛОЙНЫХ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ
ВАРИАЦИОННО-МАТРИЧНЫМ СПОСОБОМ
ПРИ СИЛОВОМ НАГРУЖЕНИИ И НАГРЕВЕ

01.02.06 Динамика, прочность машин,
приборов и аппаратуры

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук



Москва. 1992.

Работа выполнена - в Конструкторском бюро " Салют "

Научный руководитель - доктор технических наук,
профессор В. Г. Попов

Официальные оппоненты - доктор технических наук,
профессор В. А. Бунаков
- кандидат технических наук,
доцент С. В. Григорьев

Ведущее предприятие - НИО "Энергия",
г. Калининград Моск. обл.

Защита диссертации состоится "26" ноября 1992г.
на заседании специализированного совета Д 053.15.08
при МГТУ им. Н. Э. Баумана
107005, Москва В-5, 2-

С диссертацией можно ознакомиться
в МГТУ им. Н. Э. Баумана

Ваш отзыв на автореферат
печатью, просим выслать

Автореферат разослан

Ученый секретарь совета

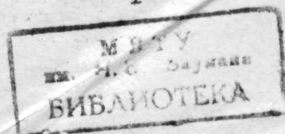
И 86718

Актуальность темы диссертации. Легкие и прочные многослойные оболочки вращения, выполненные из композиционных материалов, широко применяются в различных отраслях современной техники. Для рационального проектирования таких конструкций необходимо опираться на надежные методы расчета, позволяющие достаточно точно прогнозировать поведение оболочек при температурном и силовом воздействиях. При численном решении задач прочности и устойчивости составных оболочек вращения наиболее удобно представить дифференциальные уравнения в каноническом виде и затем воспользоваться стандартными программами численного интегрирования. Формирование разрешающих систем дифференциальных уравнений вариационно - матричным способом позволяет автоматизировать этот этап расчета с помощью формальных процедур, пригодных для различных моделей деформирования многослойной оболочки. В результате разрешающие уравнения и граничные условия строго соответствуют исходным допущениям и тем самым обеспечивают достаточную точность решения краевой задачи.

Таким образом, задача расчета на прочность и устойчивость составных многослойных оболочек вращения сводится к корректному выбору модели деформирования и определению допустимых областей применения этих моделей. Кроме того, при повышенных требованиях к расчету современных конструкций, представляется целесообразным совместное применение различных моделей в зависимости от вида нагрузок и типа оболочки. При решении задач устойчивости составных оболочек вращения такой подход особенно эффективен, а иногда и единственно возможен.

Целью работы является:

- создание универсального алгоритма расчета на прочность и устойчивость трехслойных составных оболочек вращения с "легким" заполнителем и многослойными обшивками при неравномерном силовом и температурном воздействиях;
- оценка с единых позиций допустимых областей применения различных оболочечных моделей при решении задач статики и устойчивости составных оболочек вращения.
- решение практических задач прочности и устойчивости составных оболочек вращения при неравномерном силовом и температурном воздействиях.



Научная новизна. В данной работе впервые рассмотрена устойчивость трехслойных и многослойных составных оболочек вращения при неравномерном силовом и температурном нагружениях. Разрешающие системы дифференциальных уравнений выведены вариационно-матричным способом в глобальной цилиндрической системе координат, как наиболее удобной для анализа составных оболочек вращения. Создан и реализован на ЭВМ универсальный алгоритм для расчета критических нагрузок многослойных и трехслойных составных оболочек вращения с многослойными обшивками и произвольной геометрией образующей при силовом и температурном нагружениях. С помощью разработанного алгоритма рассмотрены четыре различные оболочечные модели (в том числе - с учетом поперечного сдвига и изменения метрики по толщине). Получено аналитическое решение задачи краевого эффекта с учетом поперечного сдвига многослойной цилиндрической оболочки, подкрепленной шпангоутом, при внутреннем давлении, осевой силе и равномерном нагреве.

Перечисленные выше результаты работы выносятся на защиту.

Достоверность полученных результатов обеспечивается применением теоретически обоснованных вариационных формулировок и соответствием расчетных оценок с результатами испытаний модельных и реальных конструкций.

Практическая ценность работы состоит в том, что разработанные программы внедрены в расчетную практику и используются при проектировании многослойных оболочечных конструкций. Предусмотренная возможность расчета по четырем различным моделям деформирования позволяет проводить анализ поведения широкого класса составных многослойных оболочек вращения сложной геометрии при неравномерном силовом и температурном нагружениях. Полученные аналитические решения могут использоваться как для оценки конструктивных параметров многослойных оболочек, так и для тестирования расчетных программ.

Разработанные алгоритм и программа позволили провести расчеты реальных конструкций и дать рекомендации по их усовершенствованию.

Результаты работы докладывались на 18-й и 19-й конференциях молодых специалистов КБ "Салют".

По результатам выполненных исследований опубликовано три статьи.

Объем работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав, выводов и списка литературы, общим объемом 165 страниц, включая 20 страниц рисунков. Библиография содержит 111 наименований.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении содержится общая характеристика работы, актуальность темы диссертации и аннотация разделов.

В первой главе дан обзор работ, посвященных прочности и устойчивости многослойных оболочек вращения. Основное внимание уделено анализу исходных допущений и принципов построения различных теорий оболочек по трем известным направлениям: метод разложения по толщине; асимптотический метод и метод гипотез. Последнее направление представлено более подробно. В конце главы рассмотрены также наиболее известные работы в области прикладных исследований прочности и устойчивости слоистых оболочек. При этом отмечается, что подавляющая часть из них посвящена анализу отдельных классических оболочек вращения с граничными условиями лишь частично отражающими реальное закрепление конструкции. В этом случае оценка применимости конкретной модели поведения и соответствующие рекомендации носят условный характер и требуют дальнейших уточнений.

Вторая глава содержит вариационные формулировки, основанные на принципе возможных перемещений, применение которого оказывается весьма удобным при расчете оболочечных конструкций по различным моделям.

Задача статики формулируется в двух возможных постановках - в соответствии с принципом Лагранжа и смешанным принципом Рейсснера. Вариационная формулировка задачи устойчивости консервативной механической системы определяет условие существования смежного равновесного состояния и соответствует энергетическому критерию устойчивости в форме Брайана.

В третьей главе представлены основные геометрические и физические соотношения, а также кинематические модели деформирования теории оболочек.

Четвертая глава является основной в теоретической части диссертации и содержит вывод разрешающих дифференциальных уравнений вариационно - матричным способом для четырех моделей: 1) согласно гипотезам Кирхгофа-Лява; 2) с учетом поперечного межслоевого сдвига; 3) по осредненным жесткостям с учетом поперечного сдвига и изменения метрики по толщине; 4) по гипотезе "ломаной нормали"

для трехслойных оболочек с "легким" заполнителем и многослойными обшивками. Предварительное описание общего случая позволяет наметить основные этапы получения разрешающих уравнений и в дальнейшем акцентировать внимание на особенностях матричных выражений для конкретных моделей деформирования.

Для упругой оболочки, закрепленной по торцу и нагруженной поверхностными силами, математическая формулировка принципа возможных перемещений имеет вид

$$\int_{\alpha_1^1}^{\alpha_1^2} \int_0^{2\pi} (\tilde{E}^T F - \tilde{X}^T N) A_1 A_2 d\alpha_1 d\alpha_2 - \sum_{i=1}^2 \int_0^{2\pi} \tilde{X}_i^T t_i d\alpha_2 = 0, \quad (1)$$

где E - вектор-столбец обобщенных деформаций; F - вектор-столбец внутренних обобщенных силовых факторов, сопряженных с E ; X - вектор-столбец обобщенных перемещений, компоненты которого определяют граничные условия оболочечной модели; N - вектор-столбец обобщенных внешних нагрузок; $X_i(\alpha_1^i)$ и $t_i(\alpha_1^i)$ ($i = 1, 2$) - вектор-столбцы обобщенных перемещений и реакций на i -ом торце оболочки; $dS = A_1 A_2 d\alpha_1 d\alpha_2$ (A_1, A_2 - параметры Ламе вдоль координатных линий α_1, α_2 соответственно); тильдой отмечены кинематически возможные вариации параметров. Для получения разрешающей системы уравнений выразим в исходной формулировке (1) деформации

E и силовые факторы F через обобщенные перемещения X с помощью физических и геометрических соотношений: $F = DE - F_T$;

$E = L_1 X + L_2 Y$, где D - матрица обобщенных жесткостей оболочки; F_T - вектор-столбец температурных составляющих сил и моментов; L_1, L_2 - матрицы дифференциальных операторов по α_2, z ; Y - вектор-столбец производных компонент вектора X по α_1 . Для обеспечения независимости векторов X и Y в формулировке (1) также учтем с помощью множителей Лагранжа λ дифференциальную связь

$dX/A_1 d\alpha_1 - C_1 X - C_2 Y = 0$, где C_1, C_2 - матрицы констант. В результате, после разложения всех искомых параметров в ряды Фурье и интегрирования по окружной координате α_2 , из вариационной формулировки (1) получим граничные условия и два уравнения Эйлера (индекс " n " обозначает n -ую гармонику разложения): $S_{11} X_n + S_{12} Y_n - C_1^T \lambda_n - d\lambda_n/A_1 d\alpha_1 - N - R_1 = 0$, $S_{21} X_n + S_{22} Y_n - C_2^T \lambda_n - R_2 = 0$,

где $S_{ij} = A_2 L_{in}^T D L_{jn}$ ($i, j = 1, 2$), $R_i = A_2 L_{in}^T F_{rn}$ ($i = 1, 2$); $\lambda_n = A_2 \mu_n$. Совместное их решение позволяет получить искомую систему разрешающих уравнений задачи статики в каноническом виде

$$\frac{d}{A_1 d\alpha_1} \begin{bmatrix} \lambda_n \\ \lambda_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_n \\ \lambda_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где

$$A_{11} = C_1 - \beta S_{21}^T; A_{12} = \beta C_2^T; A_{21} = S_{11} - \alpha S_{21}^T; A_{22} = -A_{11}^T; \\ B = C_2 S_{22}^{-1}; d = S_{21}^T S_{22}^{-1}; H_1 = \beta R_2; H_2 = \alpha R_2 - R_1 - N.$$

Вместе с граничными условиями система (2) определяет краевую задачу оболочки вращения при силовом и температурном нагружениях. Для получения окончательного решения с помощью матрицы фундаментальных решений определяется матрица жесткости элемента и затем используются стандартные процедуры МКЭ.

Для решения задачи устойчивости формулируется условие смежного равновесного состояния на дополнительных перемещениях ΔX . При этом в геометрических соотношениях к линейным составляющим ΔE добавляются нелинейные $\Delta \mathcal{V}$, учитывающие изменение исходных геометрических параметров в процессе нагружения и выраженные через углы поворота нормали. Тогда вариационную формулировку задачи устойчивости можно записать в следующем виде

$$\int_0^{2\pi} \int_0^1 (\Delta \tilde{E}^T D \Delta E + \rho \Delta \mathcal{V}^T T_0 \Delta \mathcal{V}) A_1 A_2 d\alpha_2 d\alpha_1 = 0, \quad (3)$$

где ρ - параметр нагружения; T_0 - диагональная матрица начальных усилий в оболочке. Воспользуемся допущением о несжимаемости оболочки в докритическом состоянии равновесия. В этом случае деформации ΔE и $\Delta \mathcal{V}$ выражаются через ΔX аналогично задаче статики: $\Delta E = L_1 \Delta X + L_2 \Delta Y$; $\Delta \mathcal{V} = Z_1 \Delta X + Z_2 \Delta Y$. Дифференциальная связь векторов ΔX и ΔY также не изменится. Учет предварительного нагрева оболочки будет выражаться в изменении жесткостных характеристик и дополнительных температурных составляющих в матрице начальных усилий T_0 . В результате аналогичных преобразований формулировки (3) получим для n -ой гармоники разложения в ряды Фурье однородные граничные условия и два уравнения Эйлера $S_{11}^* \Delta X_n + S_{12}^* \Delta Y_n - \alpha \Delta \lambda_n / A_1 d\alpha_1 - C_1^T \Delta \lambda_n = 0$, $S_{21}^* \Delta X + S_{22}^* \Delta Y_n - C_2^T \Delta \lambda_n = 0$, где $\Delta \lambda = A_2 \Delta \mu_n$; $S_{ij}^* = S_{ij} + \rho K_{ij}$; $S_{ij} = A_2 L_{in}^T \phi_{jn} \cdot K_{ij} = A_2 Z_{in}^T T_0 Z_{jn}$ ($i, j = 1, 2$). Совместное решение уравнений Эйлера позволяет получить искомую однородную систему дифференциальных уравнений задачи устойчивости

$$\frac{d}{A_1 d\alpha_1} \begin{bmatrix} \Delta X_n \\ \Delta \lambda_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}^* & A_{12}^* \\ A_{21}^* & A_{22}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_n \\ \Delta \lambda_n \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где матрицы A_{ij}^* ($i, j = 1, 2$) вычисляются по зависимостям задачи статики при подстановке S_{ij}^* вместо S_{ij} . Система уравнений (4) с однородными граничными условиями определяет задачу на собственные значения. Наименьшее по модулю собственное значение соответствует критическому параметру нагружения $\rho_{\min} = \rho_{kp}$.

В соответствии с гипотезами Кирхгофа-Лява для модели 1 компонентами вектора X будут три проекции вектора перемещений координатной поверхности оболочки и меридианальный угол поворота нормали $X = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4]$. Касательные деформации и изменения параметров кривизн координатной поверхности определяют компоненты вектора обобщенных деформаций $E = [\epsilon^T, \kappa^T]^T$, а соответствующие им погонные усилия и моменты - вектор обобщенных силовых факторов $F = [T^T, M^T]^T$. Поскольку в выражениях для компонент E и F присутствуют также производные по α_1 от α_1, α_2 и α_3 , вектор производных представим в виде $Y = \partial[\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3]/\partial\alpha_1$. Соответствующим образом определяются матрицы C_1, C_2 связи векторов X и Y , матрицы L_1, L_2 для деформаций первого порядка малости ΔE и Z_1, Z_2 для деформаций второго порядка малости ΔY задачи устойчивости. Приведенные обобщенные жесткости D представим в блочном виде

$$D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{12}^T & D_{22} \end{bmatrix}, \quad (D_{11}, D_{12}, D_{22}) = \int_0^h C(1, z, z^2) dz \quad (5)$$

-блочные матрицы мембранных, смешанных и изгибных жесткостей многослойной оболочки. Для определения вектора температурных составляющих сил и моментов $F_T = [T^T, M^T]^T$ примем распределение температуры по толщине оболочки согласно гипотезе Фурье $T(z) = T_0 - q(z - z_0)/\lambda_T$, где T_0 - температура начальной поверхности оболочки с координатой z_0 ; q - плотность теплового потока, определяемая перепадом температур по толщине; λ_T - коэффициент теплопроводности. Соответствующие температурные напряжения σ_T после интегрирования по толщине определяют распределение температурных составляющих погонных сил и моментов.

Полученные таким образом матричные соотношения позволяют сформировать разрешающие системы уравнений задачи статики и устойчивости для модели 1.

В тех случаях, когда относительная толщина слоистой оболочки значительна и (или) материал слоев обладает пониженной жесткостью

на поперечный сдвиг модель 1 приводит к существенным погрешностям. В модели 2 предполагается линейное распределение касательных перемещений по толщине при независимой аппроксимации напряжений поперечного сдвига. Возникающая при таком подходе неоднозначность напряжений поперечного сдвига устраняется с помощью смешанной вариационной формулировки.

Представим аппроксимацию напряжений поперечного сдвига в виде $\tau = f d$, где f - матрица форм аппроксимаций, d - искомые коэффициенты. Согласно вариационному принципу Рейсснера в этом случае должно выполняться условие ортогонализации невязки поперечных деформаций ψ к возможным напряжениям $\tilde{\tau}$

$$\int_V \tilde{\tau}^T (\psi - C_\tau^{-1} \tau) dV = 0, \quad (6)$$

где C_τ - диагональная матрица модулей поперечного сдвига. При подстановке в (6) заданного распределения τ и интегрировании по толщине получим выражение для погонных перерезывающих сил $Q = D_{33} \psi$, где $D_{33} = C_\tau^T H_\tau^{-1} C_\tau$ - матрица приведенных жесткостей поперечного сдвига (H_τ и C_τ - интегральные функции форм аппроксимаций f и матрицы упругих коэффициентов C_τ). Остальные блоки матрицы D определяются аналогично (5). Компонентами вектора X при учете деформаций поперечного сдвига будут три проекции перемещений u_1, u_2, u_3 и два угла поворота сечений θ_1, θ_2 . Принимая вектор производных в виде $Y = \partial X / \partial d_1$, получим соответствующие выражения матриц C_i, L_i, Z_i ($i = 1, 2$). Вектор температурных составляющих F_T определяет плоское напряженное состояние и записывается аналогично модели 1 с корректировкой размерности.

Учет деформаций поперечного сдвига и учет изменения метрики по толщине могут приводить к поправкам одного порядка. Поэтому поведение модели 3 рассмотрено с учетом изменения метрических свойств оболочки. В этом случае вектор X сохраняет прежний вид модели 2, а компоненты векторов обобщенных деформаций и силовых факторов раскладываются на слагаемые при метрических коэффициентах в меридианальном и окружном направлениях. Соответствующим образом преобразуются матрицы C_i, L_i, Z_i ($i = 1, 2$). Для определения приведенных жесткостей D можно предположить, что существенное влияние на основное напряженно-деформированное состояние оказывают лишь равнодействующие усилия и моменты

$$(T, M) = \int_n H_m^T \tilde{\sigma}(1, z) \frac{H_1 H_2}{A_1 A_2} dz; Q = \int_n H_m^T \tau \frac{H_1 H_2}{A_1 A_2} dz, \quad (7)$$

где H_m, H_z - матрицы метрических коэффициентов, содержащие параметры Ламе A_i, H_i ($i=1,2$) для начального и z -го слоя оболочки. Выразив напряжения $\tilde{\sigma}$ через деформации ϵ, φ с учетом изменения метрики и проинтегрировав по толщине, получим

$$(D_{11}, D_{12}, D_{22}) = \int_n H_m^T C_m I_m(1, z, z^2) \frac{H_1 H_2}{A_1 A_2} dz, \quad (8)$$

где C_m - матрица упругих коэффициентов оболочки. Приведенные жесткости на поперечный сдвиг определяются аналогично модели 2 путем ортогонализации невязки деформаций сдвига к возможным напряжениям. В результате, интегральное соотношение упругости для поперечного сдвига приобретает вид $Q = D_{33} \psi$, где

$$D_{33} = \int_n H_z^T C_z H_z \frac{H_1 H_2}{A_1 A_2} dz.$$

При окончательном формировании разрешающей системы уравнений (2) с учетом изменения метрики по толщине вектор обобщенных внешних нагрузок N будет содержать дополнительные распределенные изгибающие моменты в меридианальном и окружном направлениях.

Для трехслойных оболочек с "легким" заполнителем используется гипотеза "ломаной нормали" (модель 4), согласно которой отсутствует обжатие в поперечном направлении, а касательные перемещения в пределах каждого макрослоя изменяются линейно по Z и в общем случае формируют ломаный профиль сечения. Поведение обшивок трехслойной оболочки в соответствии с гипотезами Кирхгоффа-Лява позволяет описать НДС каждой из них аналогично модели 1, а поведение заполнителя, воспринимающего лишь поперечный сдвиг - аналогично модели 2. В результате, обобщенные перемещения $X^{(i)}$, деформации $E^{(i)}$ и силовые факторы $F^{(i)}, F_T^{(i)}$ i -го слоя ($i=1,2,3$) трехслойной оболочки будут иметь вид аналогичный моделям 1 или 2, а также дополнительно учитывать кинематические константы сопряжения этих слоев и коэффициенты дискретного изменения метрики по толщине при переходе от координатной поверхности $Z=0$ к поверхности приведения $z^{(i)}$ -го слоя $Z^{(i)}$ ($i=1,2,3$).

В качестве компонент вектора X примем три проекции перемещений срединной поверхности заполнителя u_1, u_2, u_3 , углы поворота сечений заполнителя θ_1, θ_2 и угол поворота нормали и выразим через

них $X^{(i)}, E^{(i)}, F^{(i)}$ для всех трех слоев. Полученные в результате матрицы приведенных жесткостей $D^{(i)}$, дифференциальных операторов $L_1^{(i)}, L_2^{(i)}, Z_1^{(i)}, Z_2^{(i)}$ и матрицы констант $C_1^{(i)}, C_2^{(i)}$ ($i = 1, 2, 3$) позволяют определить исходные матричные блоки $S_m^{(i)}, R_m^{(i)}, K_{mn}^{(i)}$ ($m, n = 1, 2$) для каждого i -го слоя, а в сумме — для всей оболочки и сформировать искомые системы дифференциальных уравнений задач статики и устойчивости модели 4.

В последнем разделе главы рассмотрены условия сопряжения упругого составного кольца с различными оболочечными моделями в задачах статики и устойчивости при силовом и неравномерном температурном нагружении. Задача сводится к формальному сопряжению элементов с различным числом степеней свободы, а особенности оболочечной модели учитываются в матрице сопряжения.

Пятая, заключительная, глава посвящена сравнительному анализу рассмотренных моделей поведения оболочки и решению практических задач.

На рис. 1 представлены результаты расчетов относительных прогибов $\bar{w} = w^p/w^r$ и критического внешнего давления $\bar{p}_k = p_k^p/p_k^r$ шарнирно-опертой цилиндрической оболочки в зависимости от длины конечного элемента l_{kz} . Расчетные величины w^p и p_k^p сравнивались с теоретически точным значением прогиба w^r , а критическое давление p_k^r вычислялось с учетом обжатия заполнителя.

Из результатов статических расчетов оболочки с параметрами $L/R = 2$ и $S/R = 0,001$ следует, что для первых трех моделей l_{kz} должна быть от 0,02м до 0,25м, а для модели 4 — от 0,005м до 0,025м. Для модели 4 при $\delta < 0,003м$ результаты расчетов дают большую погрешность, что объясняется низкой изгибной жесткостью несущих слоев. Из результатов исследования $\bar{p}_k$ получено, в частности, что для трехслойной оболочки с $h = 138$ расчет устойчивости предпочтителен по моделям 2 и 3 при $0,01м \leq l_{kz} \leq 0,16м$. Необходимо отметить, что выявленные области допустимых l_{kz} получены для многослойных оболочек, жесткостные и геометрические параметры которых соответствуют рассмотренным ниже конструкциям.

Во втором примере для тестирования программы получено аналитическое решение задачи краевого эффекта с учетом поперечного сдвига многослойной цилиндрической оболочки, подкрепленной шпангоутом, при внутреннем давлении p , осевой силе N и равномерном нагреве Δt . Воспользовавшись вариационно-матричным способом, получим разрешающую систему дифференциальных уравнений в виде (2). После интегрирования для нормального прогиба, в частности, будем иметь

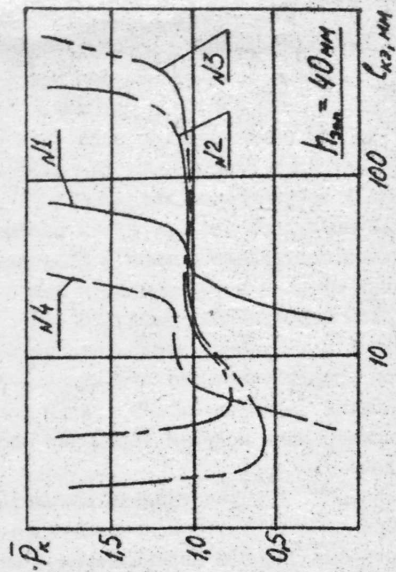
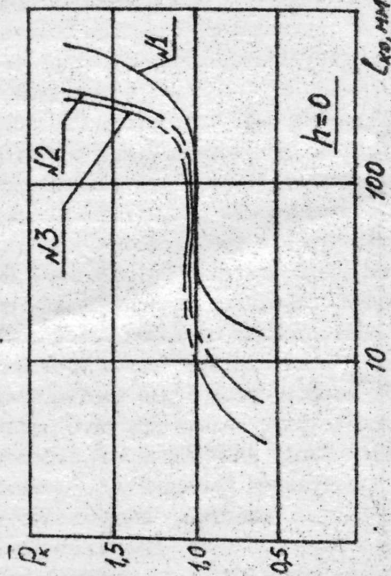
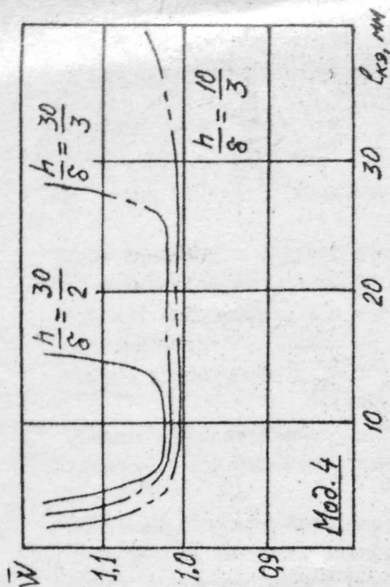
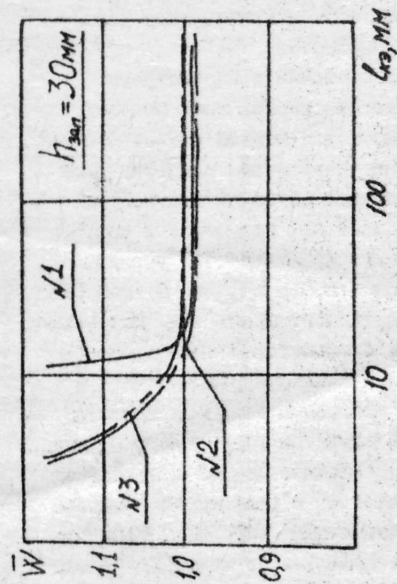


Рис. 1

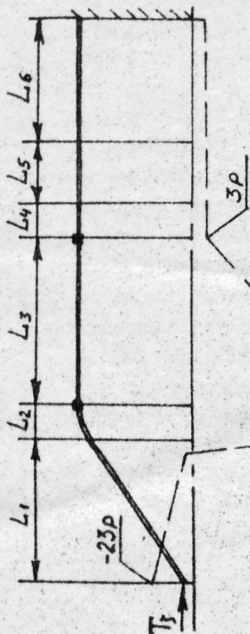
$W = (W_{0x} - W_{0K})\bar{K}(x) + W_{0K}$, где W_{0K} - частное решение; W_{0x} - температурная составляющая прогиба; $\bar{K}(x)$ - функция краевого эффекта, учитывающая геометрические и жесткостные характеристики оболочки и кольца (в том числе поперечный сдвиг). Аналогичные выражения получаются и для остальных компонент перемещений и силовых факторов.

Для общего анализа поведения оболочки выражение прогиба удобно представить в безразмерном виде. При отдельном нагружении давлением и температурой получим $K_p = W/W_{0p} = \bar{K}(x) + 1$, $K_T = W/W_T = \bar{K}(x)[1 - \alpha_K^0/\alpha_s^0] + 1$, где W_{0p} и W_{0T} - величины прогибов вдали от кольца при давлении и температуре; α_s^0 , α_K^0 - приведенные коэффициенты теплового расширения оболочки и кольца. Тогда, при комбинированном нагружении можно записать $W = K_p W_{0p} + K_T W_{0T}$.

В качестве теста для программы расчета рассмотрена оболочка с относительной толщиной $H/R = 1/40$ и толщиной заполнителя $h/\delta = 8$, нагруженная внутренним давлением p и осевым растяжением $N = pR/2$. Материал обшивок с моделью упругости $E = 10^6 p$ и модулем поперечного сдвига $G = 5 \cdot 10^3 p$. Шпангоут изготовлен из материала с $E = 5 \cdot 10^5 p$ и имеет площадь поперечного сечения, равную H^2 . Полученные результаты позволяют сделать вывод, что для модели деформирования 2 с учетом поперечного сдвига погрешность численного расчета не превышает 5%.

Третий пример иллюстрирует решение практической задачи и дает возможность наглядно сравнить результаты расчета составных оболочек вращения по различным оболочечным моделям. При разбивке конструкции на конечные элементы учитывались результаты анализа в первом примере. Трехслойная конструкция, состоящая из усеченного конуса, сегмента кругового тора и четырех цилиндров с различной толщиной обшивок и заполнителя (Рис. 2), имеет следующие геометрические параметры: R - внутренний радиус цилиндрической оболочки; $L_1 = 3,5\ell$; $L_2 = 0,2\ell$; $L_3 = 4\ell$; $L_4 = \ell$; $L_5 = 2\ell$; $L_6 = 2\ell$.

В месте сопряжения тора, обечаек и проставки конструкция подкреплена шпангоутами радиуса R , имеющими следующие геометрические характеристики соответственно: площадь поперечных сечений $F_1 = 0,0025\ell^2$, $F_2 = 0,0018\ell^2$; моменты инерции $J_{x1} = 1,2 \cdot 10^{-7}\ell^4$, $J_{x2} = 0,8 \cdot 10^{-7}\ell^4$, $J_{y1} = 2,5 \cdot 10^{-7}\ell^4$, $J_{y2} = 8 \cdot 10^{-7}\ell^4$, $J_{x3} = 10^{-7}\ell^4$, $J_{x4} = 10^{-8}\ell^4$. Толщины обшивок и заполнителя показаны в таблице на рис. 2. Об-



i	1	2	3	4	5	6
δ_i	158	158	158	28	258	38
h_i	378	378	378	368	358	348

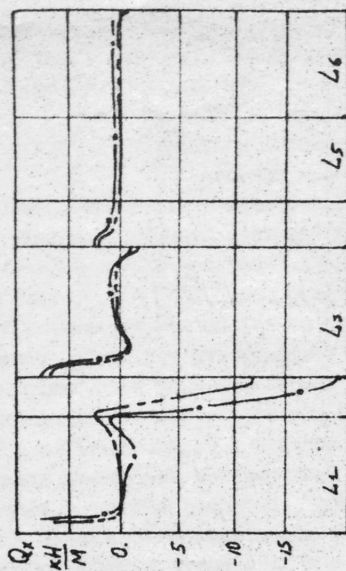
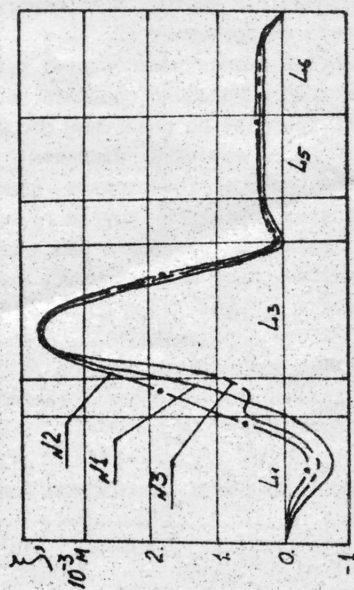
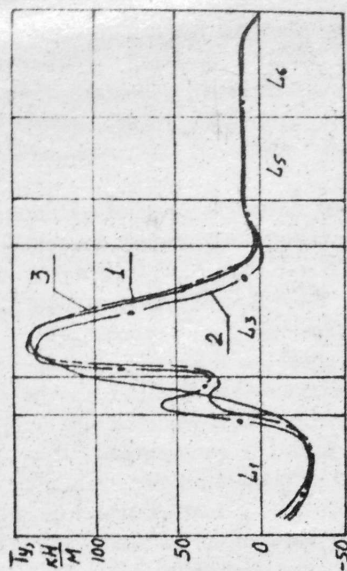


FIG. 2

шивки выполнены из однонаправленного материала со "звездчатой" структурой и результирующим модулем упругости E ($G = 0,08E$, $\nu = 0,172$). Модуль поперечного сдвига обшивки и заполнителя $G_3 = 1,66 \cdot 10^{-3} E$. Оболочка нагружена переменным по образующей давлением. Отсеченная носовая часть заменена эквивалентной осевой силой, правый торец зашкреплен.

Представленные на рис. 2 эпюры радиальных перемещений ξ , окружной T_θ и перерезывающей Q_θ сил наглядно иллюстрируют отличие решений, соответствующих различным моделям деформирования. Вдали от зон краевых эффектов результаты расчетов по различным моделям практически совпадают. Таким образом, при статическом анализе составных оболочек вращения применение уточненных моделей целесообразно лишь вблизи зон краевых эффектов.

При проектировании составных оболочечных конструкций, как правило, рассматривают устойчивость отдельных отсеков при максимальном равномерном давлении. Расчеты показали, что в этом случае критический параметр нагружения получается заниженным по сравнению с реальным неравномерным распределением давления. При учете деформаций поперечного сдвига и изменения метрики по толщине критический параметр нагружения снижается на 5...10%.

Изменение кривизны образующей составной оболочки вращения приводит к краевым эффектам. Это значительно увеличивает требуемое число разбиений на элементы в этих зонах и, как следствие, возрастает ошибка округления при численном интегрировании. В результате, оболочечная модель становится очень "чувствительной" к исходным параметрам численной реализации и требует тщательного исследования. Проведенные расчеты показали, что учет конической части оболочки приводит к снижению критической нагрузки на 5...10% для модели 1 и на 8...12% - при дополнительном учете деформаций поперечного сдвига и изменения метрики по толщине. Низкий процент уточнения в данном случае объясняется существенной жесткостью трехслойной конической части и может возрастать для более податливой оболочки.

В последнем, четвертом, примере исследуется поведение металлического резервуара для хранения криогенной жидкости, установленно-го на основание в виде трехслойной цилиндрической оболочки и переходной углепластиковой проставки (Рис. 3).

Резервуар выполнен в виде цилиндрической выфельной обечайки радиуса R с гладким сферическим днищем ($R_{cp} = 1,618 R$) из материала с модулем упругости E и коэффициентом линейного температурного

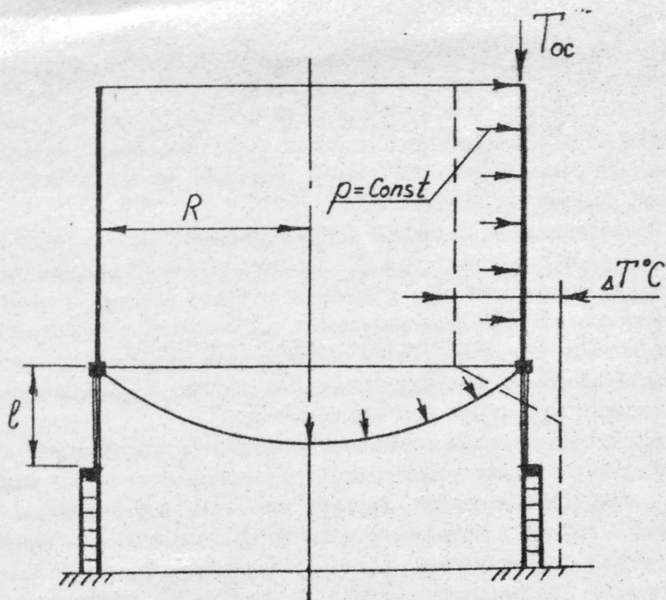


Рис. 3

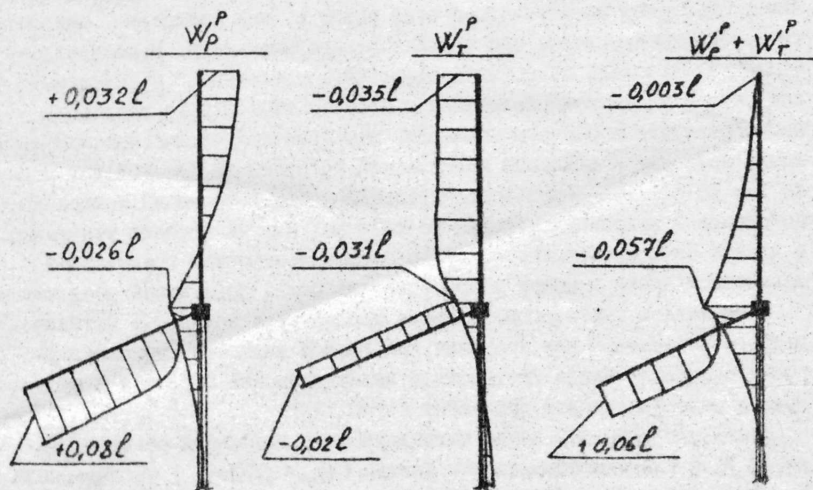


Рис. 4

расширения α . Вафельная обечайка имеет обшивку толщиной δ , подкрепленную ребрами с высотой 9δ и шириной $2,5\delta$, расположенных с шагом 60δ . Гладкая сферическая оболочка имеет толщину δ . Переходная проставка и обшивки трехслойного основания изготовлены из углепластика с "квазизотропной" структурой и имеют модуль упругости $E_K = 0,65 E$ и коэффициент линейного расширения $\alpha_K = -0,01 \alpha$. Толщина оболочки проставки - $8,3\delta$, обшивок основания - $0,83\delta$; высота "легкого" заполнителя - $26,7\delta$. Шпангоуты выполнены из того же материала, что и обечайка и имеют следующие геометрические характеристики: площадь поперечного сечения $F_1 = 0,025 \ell^2$, $F_2 = 0,0175 \ell^2$, моменты инерции - $J_{x1} = 2 \cdot 10^{-4} \ell^4$, $J_{x2} = 0,8 \cdot 10^{-4} \ell^4$, $J_{y1} = 3 \cdot 10^{-4} \ell^4$, $J_{y2} = 3 \cdot 10^{-4} \ell^4$, $J_{x1} = 1 \cdot 10^{-4} \ell^4$, $J_{x2} = 0,9 \cdot 10^{-4} \ell^4$. Расчетным нагружением конструкции является внутреннее давление p , осевая сила $T_{ос}$ и неравномерно распределенная по длине температура с перепадом 250°C на половине длины проставки ℓ .

По результатам расчета (рис. 4) получено, в частности, что при охлаждении данной конструкции обжатие шпангоута по стыку резервуара с проставкой имеет тот же порядок, что и при внутреннем давлении. Таким образом, дополнительное охлаждение резервуара при внутреннем давлении приводит к значительному увеличению (приблизительно в 2 раза) напряжений и деформаций оболочки в зоне шпангоута, понижая при этом уровень перемещений и силовых факторов вдали от стыка. Существенным моментом данной задачи является проектирование переходной проставки между трехслойным основанием и резервуаром. Исследование влияния осевой и кольцевой жесткостей проставки, а также соответствующих коэффициентов линейного температурного расширения (КЛТР) на ее НДС в частности показали: 1) Увеличение осевой жесткости более эффективно, чем кольцевой, так как в первом случае изгибающий момент в окружном направлении уменьшается, а во втором случае - происходит увеличение моментов в обоих направлениях. 2) Изменение КЛТР материала проставки в окружном и осевом направлениях в широком диапазоне отрицательных и положительных значений практически не оказывает влияния на распределение НДС в зоне шпангоута. Это объясняется существенно более низкими температурными деформациями проставки в зоне шпангоута по сравнению с краевыми эффектами металлического резервуара при внутреннем давлении.

Таким образом, можно отметить, что при проектировании проставки наиболее эффективным является увеличение осевой и уменьшение кольцевой жесткостей. Изменение КЛТР слоев проставки в данном случае на результаты практически не влияет.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

Основные теоретические и практические результаты, полученные в диссертации, сводятся к следующему.

1. На основе кинематического подхода к построению гипотез о деформировании оболочечных моделей разработан и внедрен в практику комплекс программ для расчета прочности и устойчивости многослойных составных оболочек вращения при неравномерном силовом и температурном воздействиях.

2. Разрешающие системы дифференциальных уравнений задач статики и устойчивости получены в глобальной цилиндрической системе координат, как наиболее удобной при исследовании составных оболочек вращения.

3. Получено аналитическое решение задачи краевого эффекта с учетом поперечного сдвига многослойной цилиндрической оболочки, подкрепленной шпангоутом, при внутреннем давлении, осевом растяжении и равномерном нагреве.

4. Внедрена в практику расчета на устойчивость составных многослойных оболочек вращения модель деформирования, позволяющая учитывать поперечный сдвиг и изменение метрики по толщине.

5. Сделана численная оценка допустимых длин конечных элементов для различных моделей деформирования при расчете на прочность и устойчивость многослойных оболочек вращения.

6. Выполнены расчеты на прочность и устойчивость ряда конструкций практического назначения. Даны рекомендации по их усовершенствованию.

Основное содержание диссертации отражено в следующих работах.

1. Петрин Е. М. Краевой эффект слоистой цилиндрической оболочки при силовом и температурном нагружениях // Изв. ВУЗов, Машиностроение, 1991, вып. 4. с. 75...85.

2. Попов Б. Г., Петрин Е. М. Прочность и устойчивость тонких многослойных оболочек вращения / Тр. 18 НТК КВ "Салют", 1986, с. 41...51.

3. Попов Б. Г., Петрин Е. М. Разрешающие уравнения слоистых оболочек вращения при силовом и тепловом нагружениях. М.: Вестник МГТУ, 1991, вып. 3. с. 89...95.