

М 87702

Московский ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции и
ордена Трудового Красного Знамени государственный технический
университет им. Н.Э.Баумана

На правах рукописи

ЕЩОЛОВАСТ Владимир Васильевич

СТАТИСТИКО-АНАЛИТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ
КОНТАКТНОЙ ЖЕСТКОСТИ НЕИДЕАЛЬНЫХ СОПРЯЖЕНИЙ
МАШИН И РАЗРАБОТКА ИХ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Специальность 05.02.02 - Машиноведение и детали машин

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени
доктора технических наук

Работа выполнена в Московском ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции и ордена Трудового Красного Знамени государственном техническом университете им. Н.Э.Баумана

Официальные оппоненты - Демкин Н.Б., д.т.н., профессор.
Демидович Д.М., д.т.н., профессор.
Трусов Б.Г., д.т.н., профессор.

Ведущая организация - Всероссийский научно-исследовательский институт подшивниковой промышленности.

Защита состоится
на заседании специализированного
"при Московском государственном
им. Н.Э.Баумана по специальности
д. 5.

Ваш отзыв в 2-х экземплярах
секретарю Совета по защите
диссертаций

С диссертацией
им. Н.Э.Баумана.

Автореферат разослан

Ученый секретарь
специализированного

Подписано к печати
Заказ . Типограф

М 87702



1087702

Шелофаст В.В. Статистико-**ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ**

Актуальность. Основным направлением развития машиностроения является улучшение качественных показателей машин, приборов и оборудования.

Одним из наиболее важных факторов качества машин является контактная жесткость. Ее роль велика еще и потому, что решение широкого круга проблем машиностроения основано на использовании параметров контактной жесткости.

Следует отметить, что известные решения контактной задачи теории упругости оказываются непригодными для большого числа сопряжений, встречающихся в практике проектирования машин, из-за наличия погрешностей изготовления контактирующих элементов. Задача учета точности изготовления сопряженных деталей при решении вопросов жесткости оказывается весьма актуальной и менее изученной.

Отсутствие надежных инженерных решений задачи контактной жесткости неидеальных сопряжений машин сдерживает процесс проектирования оптимальных конструкций, разработку уточненных методов расчета параметров указанных сопряжений изделий станкостроения, робототехники, авиационной техники и т.д.

Цель работы. 1. Создание статистико-аналитических и численных методов прогнозирования контактной жесткости и сопутствующих ее характеристик сопряженных элементов машин с учетом погрешностей изготовления последних.

2. Разработка математического обеспечения для практической реализации численных методов при решении отдельных, наиболее актуальных задач, на основе модульного принципа. Последнее позволяет использовать элементы пакета прикладных программ при решении новых задач контактной жесткости.

3. Определение численных и аналитических зависимостей отдельных параметров сопряженных элементов, их связи с точностью изготовления с целью их оптимизации на этапе проектирования.

Методы исследования. В основу разработки аналитических методов положены вероятностные представления случайных погрешнос-

тей изготовления сопряженных элементов в рамках закона больших чисел. Численные решения основаны на методах численного моделирования с использованием генераторов псевдослучайных чисел программного типа. При практической реализации численных методов использованы итерационные решения систем нелинейных уравнений с неявными коэффициентами, разработанные автором.

Научная новизна. Разработанные методы позволили отказаться от анализа топографии сопряженных элементов и их последующей аналитической аппроксимации. Это значительно упростило решение практических задач и позволило получать такие решения на этапе проектирования.

В работе дополнена характеристика жесткости. Она трактуется как случайная величина, распределенная внутри некоторого пространства с определенной плотностью. Плотность вероятности и границы пространств их расположения зависят от точности и определяются методами, предложенными в работе.

Решены отдельные, практически значимые, задачи, решение которых не могло быть выполнено существующими методами.

Указано на необходимость статистического подхода к определению других параметров неидеальных сопряжений рассмотренного класса задач.

Практическая ценность. Разработанные методы позволяют выбирать точность изготовления сопряженных элементов на этапе проектирования по критериям жесткости, долговечности, контактной прочности и другим. При этом можно получать оптимальные размеры сопряженных элементов и оптимальные предварительные натяги по одному или нескольким критериям оптимизации.

В работе доказана высокая точность прогноза отдельных параметров, проверенных как экспериментами автора, так и других исследователей.

Реализация результатов работы. Результаты работы, получившие свою реализацию в комплексе пакетов прикладных программ, используются в настоящее время на ряде предприятий и организаций. Акты о внедрении прилагаются.

Апробация работы. Основные положения и результаты работы доложены на: Всесоюзном научно-техническом семинаре "Контактная жесткость в машиностроении" Тбилиси, 1974 г.; Всесоюзной научной конференции "Теория трения износа и смазки" Ташкент, 1975 г.; Всесоюзной научно-технической конференции "Жесткость машиностроительных конструкций" Брянск, 1976 г.; Научно-технической конференции "Перспективные направления создания новых и совершенствование существующих конструкций тяжело нагруженных редукторов и прогрессивная технология их изготовления" Краматорск, 1987 г.; Семинаре по механике сплошной среды им. Л.А.Галкина института проблем механики АН СССР, Москва, 1987 г.; заседании кафедры "Детали машин" МВТУ им. Н.Э.Баумана, 1987 г.

Публикации. По теме диссертации опубликована 21 печатная работа.

Структура и объем работы. Работа содержит введение, пять оригинальных глав, заключение и приложение. Общий объем диссертации 687 страниц, в том числе 283 страниц – основной текст, 81 рисунок, 320 приложений.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Введение

Указано на актуальность решения задач контактной жесткости в связи с повышением требований к точности выпускаемых машин. Дан краткий обзор выполненных к настоящему времени исследований. Отмечено, что большой вклад в инженерные решения задач контактной жесткости внесли советские ученые, такие как И.В.Крагельский, Н.Б.Демкин, Э.В.Рыжов, Я.А.Рудзит, Д.Н.Решетов, Э.М.Левина, В.Ф.Журавлев, М.П.Ковалев, М.Э.Народецкий и др. Показано, что учет погрешностей изготовления неидеальных сопряжений ведется либо введением поправочных коэффициентов в уравнения идеально точных решений, либо по пути аппроксимации фактической топографии элементарными функциями. Автор предлагает использовать для этой цели статистические подходы с целью повышения точности расчетов и определения статистических характеристик.

Раздел I. Общий случай контактирования произвольных неидеальных сопряжений.

В разделе дано обоснование выбора закона распределения случайных зазоров, возникающего в момент начального контакта неидеальных сопряжений. Понимая под начальным контактом случай отсутствия внешней нагрузки, доказано условие, формулировка которого приведена ниже.

Если зависимость сближения от нагрузки для единичного изолированного контакта описана степенной функцией, то аналогичная степенная зависимость для случая неидеального контакта, который представляет собой совокупность единичных изолированных контактов, требует функции плотности случайных зазоров, которая подчиняется закону равной вероятности при условии симметрии последней.

Для общего случая плоского нагружения единичный изолированный контакт моделируется парой пружин, характеристика жесткости которой соответствует жесткости контактирующих тел. Модель неидеального контакта, соответствующая указанному случаю нагружения, приведена на рис. I. Центральное нагружение указанного сопряжения характеризуется следующим уравнением равновесия

$$F = \sum_{i=1}^{n'} \left(\frac{1}{\delta} \right)^{\frac{1}{\alpha}} (\delta - \Delta_i)^{\frac{1}{\alpha}} A^* \quad n' \in [1, n_0] \quad (I)$$

где F — центральная сила; δ — абсолютное сближение сопряженных поверхностей; Δ_i — случайный исходный зазор произвольного контакта, $\Delta_i \in [0, \Delta_0]$; δ , α — коэффициент пропорциональности и показатель степени кривой жесткости единичного изолированного контакта.

Разлагая выражение в скобках уравнения (I) в степенной ряд и переходя к пределу, получаем.

$$F^* \delta^{\frac{1}{\alpha}} \delta^{(2-1/\alpha)} = \delta^2 \int_0^{\delta} f(\Delta) d\Delta - \frac{1}{2} \delta \int_0^{\delta} \Delta f(\Delta) d\Delta + \frac{1}{2\alpha} \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right) \int_0^{\delta} \Delta^2 f(\Delta) d\Delta \quad (2)$$

где $f(\Delta)$ — функция плотности вероятности случайных зазоров; $F^* = F/\alpha$ — для точечного номинального контакта; α — полное число контактов; $F^* = F/(\alpha \Delta A)$ — для контакта по плоскости, ΔA — площадь единичной площадки, $F^* = F/(\alpha \Delta l)$ — для кон-

такта по линии, Δl — длина единичного контакта.

Уравнение (2) сводится к дифференциальному

$$\left[\frac{d^3 F^*}{d\delta^3} \delta^{(\frac{1}{2}-1)} + \frac{d^2 F^*}{d\delta^2} (2-\frac{1}{2}) 3\delta^{(1-\frac{1}{2})} + 3(2-\frac{1}{2})\delta^{-\frac{1}{2}} \frac{dF^*}{d\delta} (1-\frac{1}{2}) - \right. \\ \left. - \frac{1}{2}(2-\frac{1}{2})(1-\frac{1}{2}) F^* \delta^{-(\frac{1}{2}+1)} \right] = \left[6 - \frac{3}{2} + \frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1) \right] \cdot f(\delta) \\ + \left[6 - \frac{5}{2} + \frac{2}{2}(\frac{1}{2}-1) \right] \delta \frac{df(\delta)}{d\delta} + \left[1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2\alpha}(\frac{1}{2}-1) \right] \delta^2 \frac{d^2 f(\delta)}{d\delta^2} \quad (3)$$

Принимая в качестве постулата степенную зависимость облучения неидеального контакта от нагрузки, запишем $\delta = t(F^*)^\beta$, где t, β — неизвестные коэффициент и показатель степени. С учетом последнего получаем неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка

$$a_1 \delta^2 \frac{d^2 f(\delta)}{d\delta^2} + a_2 \delta \frac{df(\delta)}{d\delta} + a_3 f(\delta) = \xi(\beta, t) \delta^{(\frac{1}{\beta}-\frac{1}{2}-1)}$$

где $a_1 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{1}{\alpha} (\frac{1}{2}-1); \quad a_2 = 6 - \frac{5}{2} + \frac{2}{2} (\frac{1}{2}-1);$
 $a_3 = 6 - \frac{3}{2} + \frac{1}{2} (\frac{1}{2}-1); \quad \xi(\beta, t) = \delta^{1/\alpha} \cdot \left(\frac{1}{t} \right)^{1/\beta}.$

$$\left[\frac{1}{\beta} \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right) \left(\frac{1}{\beta} - 2 \right) + \left(2 - \frac{1}{2} \right) 3 \frac{1}{\beta} \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right) + \frac{3}{\beta} \left(2 - \frac{1}{2} \right) \left(1 - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{2} \left(2 - \frac{1}{2} \right) \left(1 - \frac{1}{2} \right) \right] \quad (4)$$

Решение уравнения (4) записывается в виде

$$f(\delta) = c_1 \delta^{\frac{1}{\beta}-\frac{1}{2}-1} + c_2 \delta^{\frac{1}{\beta}-\frac{1}{2}-1} + \xi(t, \beta) \delta^{(\frac{1}{\beta}-\frac{1}{2}-1)} \quad (5)$$

где

$$\xi(t, \beta) = \frac{\xi(\beta, t)}{\left[a_1 \left(\frac{1}{\beta} - \frac{1}{2} - 1 \right) \left(\frac{1}{\beta} - \frac{1}{2} - 2 \right) + \left(\frac{1}{\beta} - \frac{1}{2} - 1 \right) a_2 + a_3 \right]}$$

Постоянные c_1 и c_2 определялись из условия симметрии функции плотности, а именно

$$f(\Delta_0) = f(0) \quad ; \quad \left. \frac{df(\delta)}{d\delta} \right|_{\delta=\Delta_0/2} = 0$$

Получая выражение для произвольных постоянных c_1 и c_2 описанными выше уравнениями и подставляя их значения в уравнение (5), получаем $f(\delta) = f(0)$, что соответствует закону равномерной плотности. Величины перемещений в этом случае определяются зависимостями

$$\delta = \begin{cases} \left[\frac{F^* s^{\frac{1}{a}} \Delta_0}{1 - \frac{1}{2a} + \frac{1}{\delta a} (\frac{1}{a} - 1)} \right]^{\frac{1}{1 - 1/a}} & \delta \in [0, \Delta_0] \\ F^* s^{\frac{1}{a}} + \Delta_0/2 & \delta \in [\Delta_0, \infty] \end{cases} \quad (6)$$

Получить закон распределения случайных зазоров можно иначе, определив фактическую площадь контакта при контактировании произвольных сопряжений при известном законе их распределения по высотам. Число участков в контакте, определенное таким образом, находится из выражения (рис. 2)

$$n = n_0 \int_0^{\delta} \int_0^{\delta - \Delta_1} f_1(\Delta_1) f_2(\Delta_2) d\Delta_1 d\Delta_2, \quad (7)$$

где $f_1(\Delta_1)$, $f_2(\Delta_2)$ — функции плотности зазоров по высоте каждой из сопряженных поверхностей; n_0 — номинальное число контактов.

Установлено, что вид функции распределения зазоров, в рамках описанного класса функций, практически не зависит от выбора исходной плотности. Так, например, для случая исходной плотности, описанной законом Симпсона, относительная площадь контакта определяется выражением

$$\eta = \begin{cases} \frac{2}{3} \xi^4 & \xi \in [0, \frac{1}{2}] \\ -\frac{4}{3} (\xi - \frac{1}{2})^4 - \frac{2}{3} (\xi - 1)^4 + 2 (\xi - \frac{1}{2})^2 + \frac{1}{12}, & \xi \in [\frac{1}{2}, 1], \end{cases} \quad (8)$$

где $\xi = \delta/\Delta_0$; $\eta = A_2/A_0$; A_2 , A_0 — фактическая и номинальная площади.

Аналогичная зависимость получается моделированием случайных зазоров на ЭВМ. На рис. 3 дан график кривой распределения зазоров по высоте погрешного слоя, построенный по формулам (8) и результатам численного моделирования (ж ж).

Следует заметить, что кривая распределения может быть приоб-

линейно аппроксимирована отрезками прямых. Так как число контактов начального участка мало, то множество зазоров, приходящихся на этот участок следует считать квазипустым, а начало контактирования следует считать с начала второго участка. Линейное возрастание функции распределения соответствует закону равной вероятности, что было доказано выше.

Таким образом, получаем

$$V(\Delta) \propto \{ f(\Delta) = \text{const} \cdot 1/\Delta_0 \}; \quad \Delta \in [0, \Delta_0]$$

Δ_0 — максимальный практический зазор, величина которого определяется точностью изготовления сопряженных элементов. В работе даны практические методы оценки величины Δ_0 .

Основные выводы теории неидеальных контактов позволили перейти к решению практически важных задач, для которых неучет погрешностей изготовления приводит к неверным результатам.

Раздел 2. Оценка жесткости контакта тел качения с дорожками качения неидеального роликоподшипника.

Решается задача жесткости роликоподшипников как установленных отдельно, так и в паре. При этом найдены аналитические решения по определению средней жесткости и численные, полученные моделированием отдельных зазоров на ЭВМ с помощью датчиков квазислучайных чисел программного типа.

Примером реализации численного решения может служить расчет жесткости радиального роликоподшипника с короткими цилиндрическими роликами. Разбивая подшипник параллельными сечениями для учета погрешностей по длине ролика, приходим к системе уравнений равновесия (рис. 4)

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{m_i} \left[r_m \left| \frac{\sin(i\varphi_0 - \varepsilon\delta + \arcsin \sin(i\varphi_0 - \varepsilon\delta))}{\sin(i\varphi_0 - \varepsilon\delta)} - 1 \right| \cos(i\varphi_0 - \Delta_{ij}) \right]^{1,11}$$

$$\cos(i\varphi_0) = F_r m / \varepsilon \kappa^{10/9} \quad (9)$$

$$\frac{1}{\varepsilon} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{m_i} \left[\frac{\sin(i\varphi_0 - \varepsilon\delta + \arcsin \sin(i\varphi_0 - \varepsilon\delta))}{\sin(i\varphi_0 - \varepsilon\delta)} - 1 \right] \cos(i\varphi_0 - \Delta_{ij}) \quad (1,11)$$

где

$$\varepsilon_{\delta} = \delta_h / \delta_{\tau} ; \varepsilon_{\varepsilon} = \sqrt{\delta_h^2 + \delta_{\tau}^2} / r_m^2 ; r_m = (D_n + D_{\text{вн}}) / 4$$

$$k = 7,55 \cdot 10^{-5} Z^{0,1} [\text{мм}^{1,9} / \text{Н}^{0,9}] ; Z [\text{мм}]$$

δ_{τ} — смещение оси подшипника в направлении приложения силы;

δ_h — смещение оси подшипника в направлении, перпендикулярном к направлению силы; z — число тел качения в контакте; m_i — число участков i -го ролика в контакте; φ_0 — угол между телами качения; F_r — радиальная сила, приложенная к подшипнику; m — полное число участков ролика; $D_n, D_{\text{вн}}$ — диаметры дорожек качения наружного и внутреннего колец; Δ_{ij} — текущий исходный зазор; z — номинальное число тел качения.

Полученная система представляет собой систему уравнений с неявными коэффициентами, значения которых определяются реальной выборкой

$$\Delta_{ij} \in \Delta_k, \text{ где } \forall (\Delta_{ij}) \exists f(\Delta) = 1/\Delta_0$$

$$\Delta_k = \{ \Delta_{k1}, \Delta_{k2}, \dots, \Delta_{km} \}$$

Следует отметить, что система уравнений (9) решается лишь численными методами, причем $((\delta_{\tau} \wedge \varepsilon_{\delta}) \text{ const})$ и $((\delta_h \wedge \varepsilon_h) \text{ const})$ из-за малости z . Рассматривая подмножество Δ_k , как элемент объединенного множества $\Delta' = \bigcup_{k=1}^{100} \Delta_k$ и получая для каждого подмножества решение системы (9), в работе определяются массивы смещений

$$\delta_{\tau} = \{ \delta_{\tau 1}, \delta_{\tau 2}, \dots, \delta_{\tau k}, \dots, \delta_{\tau 100} \}$$

$$\delta_h = \{ \delta_{h 1}, \delta_{h 2}, \dots, \delta_{h k}, \dots, \delta_{h 100} \}$$

Решение системы выполнялось разработанными автором итерационными методами, где в качестве начального приближения использованы аналитические зависимости, полученные ранее.

В качестве примера на рис. 5 дан график зависимости радиальных смещений центра подшипника 32106 от нагрузки при разных классах точности изготовления подшипника (0, 4). Наглядно показано, что смещение в радиальном направлении не постоянно по углу поворота, а лежит внутри области, верхняя граница которой обозначена В, а нижняя Н. Буквой С обозначено математическое ожидание среднего значения. В качестве индекса используется

обозначение класса точности подшипника. На рис. 6 дано поле возможных положений центра подшипника, лежащее в плоскости перпендикулярной к его оси и построенное ЭВМ для ста случайных положений колец подшипника 32108 и разной точности его изготовления. На рисунке дана абсолютная плотность выпадений и наглядно видны границы.

Последнее позволяет трактовать радиальную жесткость подшипника как некоторое плоское поле вероятностей, плотность каждой точки которой и её граница определяется разработанным в диссертации программным обеспечением.

Математическое обеспечение, разработанное для этого и последующих случаев, имеет достаточно удобный сервис, включающий наглядное представление полученных полей.

В этой главе дано решение задач радиальной и осевой жесткости радиально-упорного роликоподшипника, радиальной жесткости двухрядного сферического и осевой жесткости упорного роликоподшипников.

Для случая радиально-упорного и двухрядного сферического роликоподшипников величины смещений оси подшипника зависят от угла поворота подшипника и лежат внутри некоторого объема. Границы объемов и величины плотностей каждой из его точек определяются в работе в зависимости от точности изготовления и нагрузки. Математическое ожидание среднего смещения определяется и аналитически.

Особый интерес представляет задача жесткости пары радиально-упорных подшипников при произвольном нагружении как установленной с натягом, так и без него.

В работе даны методы аналитического решения, связанные с решением аппроксимационных уравнений системы

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{F_{r1}}{\cos \alpha \psi (1+\theta)^{1,84}} &= \frac{1}{Z} \sum_{i=1}^Z (1 + \varepsilon_1 \cos(i\varphi_0))^{1,84} \cos(i\varphi_0) \\ \frac{F_{r2}}{\cos \alpha \psi (1-\theta)^{1,84}} &= \frac{1}{Z} \sum_{i=1}^Z (1 + \varepsilon_2 \cos(i\varphi_0))^{1,84} \cos(i\varphi_0) \end{aligned} \right. \quad (10)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{F_{a1}}{\sin \alpha \Psi (1+\theta)^{1,84}} &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 (1 + \varepsilon_1 \cos(i\varphi_0))^{1,84} \\ \frac{F_{a2}}{\sin \alpha \Psi (1-\theta)^{1,84}} &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 (1 + \varepsilon_2 \cos(i\varphi_0))^{1,84} \end{aligned} \right. \quad (10)$$

где

$$F_{a1} = F_a + F_{a2}$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\delta_{r1}}{\delta_{a0} (1+\theta) \operatorname{tg} \alpha}; \quad \varepsilon_2 = \frac{\delta_{r2}}{\delta_{a0} (1-\theta) \operatorname{tg} \alpha}; \quad \theta = \frac{\Delta \delta_a}{\delta_{a0}};$$

$$h = \frac{k^{1,11} \Delta_0^{0,23}}{0,413 \rho (\sin \alpha)^{1,84} z}; \quad \delta_{a0} = \left(\frac{F_{a0} h}{\sin \alpha} \right)^{1,84}; \quad \Psi = \frac{\delta_{a0}}{h}$$

Приближенное решение системы (10) оказалось возможным. При этом в работе даны конечные формулы, определяющие величины радиальных перемещений нагруженной δ_{r1} и разгруженной δ_{r2} опор, осевое смещение вала δ_a , осевые силы каждой из опор F_{a1} , F_{a2} в зависимости от характера контакта и найдены области их применения. Аналитические зависимости послужили основой решения задач контактной жесткости пары роликоподшипников в точной постановке с учетом реальной картины распределения зазоров. Последнее связано с численным решением системы уравнений равновесия

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{m_i} [(\delta_{n1} - \Delta_{ij1})/K]^{1,11} \frac{\rho}{m} \cos(i\varphi_0) \cos \alpha &= F_{r1} \\ \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{m_i} [(\delta_{n1} - \Delta_{ij1})/K]^{1,11} \frac{\rho}{m} \sin(i\varphi_0) \cos \alpha &= 0 \\ \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{m_i} [(\delta_{n2} - \Delta_{ij2})/K]^{1,11} \frac{\rho}{m} \cos(i\varphi_0) \cos \alpha &= F_{r2} \\ \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{m_i} [(\delta_{n2} - \Delta_{ij2})/K]^{1,11} \frac{\rho}{m} \cos \alpha \sin(i\varphi_0) &= 0 \end{aligned} \right. \quad (11)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{i=1}^{j'} \sum_{j=1}^{m'} [(\delta_{n1} - \Delta_{ij1})/K]^{1,1} \frac{e}{m} \sin d &= Fa_1 \\ \sum_{i=1}^{j''} \sum_{j=1}^{m''} [(\delta_{n2} - \Delta_{ij2})/K]^{1,1} \frac{e}{m} \sin d &= Fa_2 \\ Fa_1 &= Fa + Fa_2 \end{aligned} \right. \quad (II)$$

где

$$\delta_{n1} = z_m \left[\frac{\sin(i\varphi_0 - \varepsilon\delta_1 + \arcsin(\varepsilon e_1 \sin(i\varphi_0 - \varepsilon\delta_1)))}{\sin(i\varphi_0 - \varepsilon\delta_1)} - 1 \right];$$

$$\delta_{n2} = z_m \left[\frac{\sin(i\varphi_0 - \varepsilon\delta_2 + \arcsin(\varepsilon e_2 \sin(i\varphi_0 - \varepsilon\delta_2)))}{\sin(i\varphi_0 - \varepsilon\delta_2)} - 1 \right];$$

$$\varepsilon\delta_1 = \frac{\delta_{h1}}{\delta_{r1}}; \quad \varepsilon\delta_2 = \frac{\delta_{h2}}{\delta_{r2}}; \quad z_m = \frac{D_H + D_{CH}}{4};$$

$$\varepsilon e_1 = \frac{\sqrt{\delta_{h1}^2 - \delta_{r1}^2}}{z_m}; \quad \varepsilon e_2 = \frac{\sqrt{\delta_{h2}^2 - \delta_{r2}^2}}{z_m};$$

$$\Delta_{ij1} \in \Delta_{K1}; \quad \Delta_{ij2} \in \Delta_{K2}; \quad \forall (\Delta_{ij1}) \exists (f_1(\Delta) = \frac{1}{\Delta_0});$$

$$\forall \Delta_{ij2} \exists (f_2(\Delta) = \frac{1}{\Delta_0}); \quad (\Delta_{ij1} \wedge \Delta_{ij2}) \in [0, \Delta_0]$$

$$j' \in [1, j]; \quad j'' \in [1, j]; \quad m' \in [1, m]; \quad m'' \in [1, m]$$

j' , j'' - фактическое число роликов в контакте; m' , m'' - фактическое число участков роликов в контакте; Δ_{ij1} , Δ_{ij2} - фактический зазор j -го участка i -го ролика в контакте нагруженного и разгруженного подшипников.

Разработаны специальные методы решения систем пяти нелинейных уравнений с неявными коэффициентами, каковой является система (II). В качестве начального приближения итерационного процесса использовано аналитическое решение системы (IO). При этом найдены δ_{h1} , δ_{h2} , δ_{a1} , δ_{h11} , δ_{h21} для квазислучайной выборки зазоров $\Delta_{K1} \wedge \Delta_{K2}$.

Повторяя варьирование выборкой Δ_k , получаем массивы

$$\delta_{r1} = \{ \delta_{r11}, \delta_{r12}, \dots, \delta_{r1100} \}$$

$$\delta_{h1} = \{ \delta_{h11}, \delta_{h12}, \dots, \delta_{h1100} \}$$

$$\delta_{r2} = \{ \delta_{r21}, \delta_{r22}, \dots, \delta_{r2100} \}$$

$$\delta_{h2} = \{ \delta_{h21}, \delta_{h22}, \dots, \delta_{h2100} \}$$

$$\delta_a = \{ \delta_{a1}, \delta_{a2}, \dots, \delta_{a100} \}$$

Найденные значения смещений и их варьирование позволяет трактовать контактную жесткость каждой из опор, как поле возможных её значений в пространстве с известной плотностью вероятности и известной границей. Аналогично решена задача жесткости пары роликподшипников, установленных без осевого предварительного натяга.

Полученные решения позволяют проанализировать влияние отдельных параметров на жесткость и долговечность подшипниковых узлов.

Раздел 3. Оценка жесткости контакта тел качения с дорожками качения неидеального шарикоподшипника.

Рассмотрен комплекс задач контактной жесткости шарикоподшипников как изолированных, так и в паре, как установленных с натягом, так и без него. Для всех видов шарикоподшипников получены аналитические решения задач контактной жесткости и численные решения, оформленные в виде комплекса программ, пригодных для практического использования. По результатам решений установлено влияние точности изготовления, преднатяга, нагрузки и геометрии подшипников на величины радиальных, осевых и боковых смещений оси подшипника. Для шарикоподшипника наглядно показано распределение нагрузки по телам качения в произвольном положении наружного и внутреннего колец. Не останавливаясь подробно на методах решения задач жесткости следует отметить, что эти задачи выполнены по аналогии с задачами жесткости роликподшипников.

Раздел 4. Определение жесткости и других параметров передачи винт-гайка качения.

Решена задача жесткости, контактной прочности, долговечности и другие шариковых винтовых передач, установленных с осевым

предварительным натягом и без него. Задача контактной жесткости шариковой винтовой передачи решена как в аналитической постановке, так и численно. Решения даны с учетом реальной точности изготовления сопряженных элементов (рис. 7).

Показано, что величину осевого смещения гайки ШВП без преднатяга, следует определять из уравнения равновесия вида

$$\frac{F_a K^{3/2}}{\gamma_m^{3/2} \cos \delta} = \sum_{i=1}^{n'} \left[\left(\sqrt{\cos^2 \alpha_0 + (\sin \alpha_0 + \xi \delta)^2} - 1 \right) - \xi \Delta_i \right]^{3/2} \cdot \frac{\xi \delta + \sin \alpha_0}{(\xi \delta + \sin \alpha_0)^2 + \cos^2 \alpha_0}$$

где F_a — сила, приложенная к оси винта (гайки),

$$K = R(1,41 - 1,17 A/B)^2 \cdot \sqrt{\frac{(\gamma_2 - \gamma_1)^2}{E^2 \gamma_2 \gamma_1}}; \quad \gamma_m = 2(\gamma_2 - \gamma_1)$$

$$A/B = (1 - \gamma_1/\gamma_2)(1 - \gamma_1 \cos \alpha / \gamma_0)$$

γ_d — радиус дорожки качения;

γ_0 — радиус винта;

α_0 — номинальный угол контакта; $\alpha_0 = 45^\circ$

δ — угол подъема винтовой линии;

E — модуль упругости материалов в контакте;

n' — число тел качения в контакте; $n' \in [0, 12]$

l — число рабочих рядов;

z — число тел качения одного ряда;

$$\xi \delta = \delta a / \gamma_m; \quad \xi \Delta_i = \Delta l / \gamma_m;$$

δa — относительное осевое смещение винта и гайки;

Δ_i — текущий начальный зазор i -го тела качения с дорожкой $\Delta_i \in [0, \Delta_0]$;

Δ_0 — величина максимально возможного зазора, зависящего от точности изготовления сопряженных поверхностей.

В качестве параметров, определяющих Δ_0 , выступают радиальные биения дорожек качения винта и гайки и ошибки шага винта и гайки. Практически определение величины Δ_0 реализуется с помощью номограммы, полученной численными методами описанными в работе.

Строго доказано, что $\forall (\Delta) \exists f(\Delta) = const$ при условии выполнения постулатов первой главы.

Состояние равновесия, приведенное выше неявно, так как в работе получены численные решения, а при пе-

переходе к пределу, и их аналитические реализации

$$\delta_a = \begin{cases} 2,46 K^{3/5} \left(\frac{F_a \Delta_0}{\cos \delta \cdot 2i} \right)^{2/5} & \delta_a \in [0, \Delta_0 / \sin \delta_0] \\ 0,707 \Delta_0 + 1,78 K (F_a / (2i) / \cos \delta) & \delta_a \in [\Delta_0 / \sin \delta_0, \infty] \end{cases}$$

Приведенные выражения позволяют оценить жесткость ШВП без натяга и определять величины смещений при преднатяге.

Численное решение, для указанного случая установки ШВП, выполнено с учетом радиальных смещений, вызванных конечностью тел качения. Они реализуются решением системы

$$\sum_{j=1}^I \sum_{i=1}^{n'} ((\delta_{ny} - \Delta_{ij}) / K)^{3/2} \cos(i \varphi_0) \cos \delta_0 \cos \delta = 0 \quad n' \in [0, 2]$$

$$\sum_{j=1}^I \sum_{i=1}^{n'} ((\delta_{ny} - \Delta_{ij}) / K)^{3/2} \sin(i \varphi_0) \sin \delta_0 \cos \delta = 0$$

$$\sum_{j=1}^I \sum_{i=1}^{n'} ((\delta_{ny} - \Delta_{ij}) / K)^{3/2} \sin \delta_0 \cos \delta = F_a$$

где: $\delta_{ny} = (\delta_{yh} + \delta_{yv}) \cos \delta_0 + \delta_a \sin \delta_0$

$$\delta_v = \arcsin(2\delta_n \sin(\psi_v) / D_0); \quad \delta_n = \arccos(2\delta_h \sin(\psi_n) / D_0)$$

$$\delta_{yv} = \sqrt{\delta_v^2 + (D_0/2)^2 - D_0 \delta_v \cos(\pi - \psi_v - \delta_v)} - D_0/2$$

$$\delta_{yh} = \sqrt{\delta_h^2 + (D_0/2)^2 - D_0 \delta_h \cos(\pi - \psi_n - \delta_h)} - D_0/2$$

$$\psi_v = \begin{cases} i \varphi_0 & i \varphi_0 \in [0, \pi/2] \\ \pi - i \varphi_0 & i \varphi_0 \in [\pi/2, \pi] \\ i \varphi_0 - \pi & i \varphi_0 \in [\pi, 3/2 \pi] \\ 2\pi - i \varphi_0 & i \varphi_0 \in [3/2 \pi, 2\pi] \end{cases}$$

$$\psi_n = \begin{cases} \pi/2 - i\varphi_0 & i\varphi_0 \in [0, \pi/2] \\ i\varphi_0 - \pi/2 & i\varphi_0 \in [\pi/2, \pi] \\ i\varphi_0 - \pi/2 & i\varphi_0 \in [\pi, 3/2\pi] \\ 2,5\pi - i\varphi_0 & i\varphi_0 \in [3/4\pi, 2\pi] \end{cases}$$

D_0 — диаметр винта; δ_n, δ_v — радиальные смещения во взаимно перпендикулярных направлениях.

Решения, полученные для различных случайных выборок, позволяют построить поле жесткости и определить его границы.

Выполненные экспериментальные исследования показали достаточно высокую точность как численных, так и аналитических решений.

Для ШВП с натягом справедливо следующее уравнение равнове-

$$\begin{aligned} \frac{F_a K^{3/2}}{z_m^{3/2} \cos \theta} &= \sum_{i=1}^n \left[\left(\sqrt{\cos^2 \alpha_0 + (\sin \alpha_0 + \xi_{s_0} + \xi_s)^2 - 1} - \xi_{\Delta i 1} \right)^{3/2} \right. \\ &\quad \cdot \frac{\sin \alpha_0 + \xi_{s_0} + \xi_s}{\sqrt{(\sin \alpha_0 + \xi_{s_0} + \xi_s)^2 + \cos^2 \alpha_0}} \\ &\quad \left. - \sum_{i=1}^m \left[\left(\sqrt{\cos^2 \alpha_0 + (\sin \alpha_0 + \xi_{s_0} - \xi_s)^2 - 1} - \xi_{\Delta i 2} \right)^{3/2} \right. \right. \\ &\quad \left. \cdot \frac{\sin \alpha_0 + \xi_{s_0} - \xi_s}{\sqrt{(\sin \alpha_0 + \xi_{s_0} - \xi_s)^2 + \cos^2 \alpha_0}} \right] \end{aligned}$$

где $\xi_{s_0} = \delta_0/z_m$; δ_0 — смещение при преднатяге; $\xi_{\Delta i 1} = \frac{\Delta_{i1}}{z_m}$, $\xi_{\Delta i 2} = \frac{\Delta_{i2}}{z_m}$; Δ_{i1}, Δ_{i2} — текущие начальные зазоры нагруженной и разгруженной полушарок в контакте;

$$\Delta_{11} \in [0, \Delta_0];$$

$$\Delta_{12} \in [0, \Delta_0]$$

$$n \in [0, 12]$$

$$m \in [0, 12]$$

Приближенное аналитическое решение последнего уравнения, выполненное для $\phi_0 = 45^\circ$, приводит, в зависимости от характера контакта, к совокупности уравнений

$$G = (\varepsilon \varepsilon_0 + \varepsilon \varepsilon - 0,707)^{3/2} - (\varepsilon \varepsilon_0 - \varepsilon \varepsilon - 0,707)^{3/2}$$

Если $(\varepsilon \varepsilon_0 + \varepsilon \varepsilon) \in [1,41, \infty] \quad \wedge \quad (\varepsilon \varepsilon_0 - \varepsilon \varepsilon) \in [1,41, \infty]$

$$G = 0,707 \varepsilon \varepsilon [\varepsilon \varepsilon_0 + 0,5 \varepsilon \varepsilon]^{3/2} - (\varepsilon \varepsilon_0 - 1,5 \varepsilon \varepsilon)^{3/2}$$

Если $(\varepsilon \varepsilon_0 + \varepsilon \varepsilon) \in [1,41, \infty] \quad \wedge \quad (\varepsilon \varepsilon_0 - \varepsilon \varepsilon) \in [0, 1,41]$

$$G = (\varepsilon \varepsilon_0 + \varepsilon \varepsilon - 0,707)^{3/2} - 0,707 \varepsilon \varepsilon (\varepsilon \varepsilon_0 - 1,5 \varepsilon \varepsilon)^{3/2}$$

Если $(\varepsilon \varepsilon_0 + \varepsilon \varepsilon) \in [1,41, -\infty] \quad \wedge \quad (\varepsilon \varepsilon_0 - \varepsilon \varepsilon) \in [0, 1,41]$

$$G = 0,707 \varepsilon \varepsilon (\varepsilon \varepsilon_0 + 0,5 \varepsilon \varepsilon)^{3/2}$$

Если $(\varepsilon \varepsilon_0 + \varepsilon \varepsilon) \in [1,41, -\infty] \quad \wedge \quad (\varepsilon \varepsilon_0 - \varepsilon \varepsilon) \in [0, -\infty]$

$$G = (\varepsilon \varepsilon_0 + \varepsilon \varepsilon - 0,707)^{3/2}$$

Если $\varepsilon \varepsilon_0 + \varepsilon \varepsilon \in [1,41, \infty] \quad \wedge \quad (\varepsilon \varepsilon_0 - \varepsilon \varepsilon) \in [0, -\infty],$

где
$$G = \frac{2,38 \text{ Fa } \kappa^{3/2}}{\Gamma^2 \cos \gamma \Delta_0^{3/2}}$$

Для практической реализации решений с целью определения оставлены номограммы, приведенные в работе.

Аналитические методы дополнены численными, в которых получение жесткости связано с решением системы, справедливой при свободной гайке

$$\left\{ \begin{aligned} & \sum_{j=1}^I \sum_{i=1}^{n'} (|\delta'_{nj} - \Delta_{ij}| / \kappa)^{3/2} \cos(i\varphi_0) \cos \gamma \cos \alpha_0 + \quad n' \in [0, 2] \\ & \sum_{j=1}^I \sum_{i=1}^{m'} (|\delta''_{nj} - \Delta_{ij}| / \kappa)^{3/2} \cos(i\varphi_0) \cos \gamma \cos \alpha_0 = 0 \quad m' \in [0, 2] \\ & \sum_{j=1}^I \sum_{i=1}^{m'} (|\delta'_{nj} - \Delta_{ij}| / \kappa)^{3/2} \sin(i\varphi_0) \cos \gamma \sin \alpha_0 + \end{aligned} \right.$$

$$\sum_{j=1}^I \sum_{i=1}^{m_i} ((\delta_{ny}'' - \Delta_{ij2})/K)^{3/2} \sin(i\varphi_0) \cos \theta \sin \alpha_0 = 0$$

$$\sum_{j=1}^I \sum_{i=1}^{n_i} ((\delta_{ny}' - \Delta_{ij1})/K)^{3/2} \sin \alpha_0 \cos \theta = \Delta_{ij1} \in [0, \Delta_0]$$

$$\sum_{j=1}^I \sum_{i=1}^{n_i} ((\delta_{ny}'' - \Delta_{ij2})/K)^{3/2} \sin \alpha_0 \cos \theta = F_a, \quad \Delta_{ij2} \in [0, \Delta_0]$$

где

$$\delta_{ny}' = (\delta_{\varphi n} + \delta_{\varphi v}) \cos \alpha_0 + \delta_a' \sin \alpha_0; \quad \delta_a' = \delta_{a0} + \delta_a$$

$$\delta_{ny}'' = (\delta_{\varphi n} + \delta_{\varphi v}) \cos \alpha_0 + \delta_a'' \sin \alpha_0; \quad \delta_a'' = \delta_{a0} - \delta_a$$

Разработанные автором численные методы, позволяют решить систему, приведенную выше, и получить радиальные и осевые смещения и их разбросы для различных вариантов начальной выборки.

Пакет программ для данного случая, разработанный по заказам различных организаций, и внедренный в практику проектирования, включает весь комплекс вопросов, связанных с эксплуатацией ШВП, включая вопросы долговечности, контактной прочности и оптимизации и т.д.

Установлено влияние различных факторов на выходные характеристики изделий и даны рекомендации по их проектированию.

В качестве иллюстрации реализации численных методов на практике, приведены графики абсолютных осевых смещений ШВП как в случае ее установки без осевого предварительного натяга рис. 8 так и при приложении преднатяга рис. 9. Графики построены по средним значениям и дополнены результатами эксперимента. Наглядно показано влияние погрешностей изготовления на величину осевого смещения (рис. 8), где, для сравнения, приведена расчетная кривая, построенная для случая идеальной изготовленной пары.

Очевидно и то, что учет погрешностей изготовления приводит к неверным результатам даже для высокоточных пар.

Раздел 5. Оценка контактной жесткости и прочности направляющих качения.

Рассмотрена задача жесткости и контактной прочности направляющих качения. Задача центральной жесткости решена для случая шариковых и роликовых направляющих, как аналитически, так и чис-

Аналитические решения для случая центрального нагружения роликовых направляющих привели к уравнениям для смещения центра (рис. 10, II)

$$\delta_n = \begin{cases} [2C\Delta_0 F_n / (2\ell_p)]^{0.5} & \delta_n \in [0, \Delta_0] \\ C F_n / (2\ell_p) + \Delta_0/2 & \delta_n \in [\Delta_0, \infty] \end{cases}$$

где $F_n = F/\sin\alpha$ — нормальная проекция внешней нагрузки; C — коэффициент пропорциональности; ℓ — длина тела качения; 2 — общее число тел качения; Δ_0 — величина максимального нормального зазора; δ_n — абсолютная величина нормального смещения.

Аналогичные зависимости для шариковых направляющих имеют вид (рис. 12)

$$\delta_n = \begin{cases} (8/3 C^{3/2} \Delta_0 F_n / 2)^{2/5} & \delta_n \in [0, \Delta_0] \\ C (F_n / 2)^{2/5} + \Delta_0/2 & \delta_n \in [\Delta_0, \infty] \end{cases}$$

Эти уравнения послужили базой для получения численных решений¹², основанных на численном моделировании процесса контактирования на ЭЕМ.

Здесь, как и ранее¹¹, результат численного решения зависит от исходной выборки начальных зазоров, полученных с помощью генератора псевдослучайных чисел программного типа. Это дает возможность определить не только среднее значение жесткости¹³, но и получить полную картину ее рассеяния.

Не останавливаясь подробно на результатах центрального нагружения¹⁴, переходя к рассмотрению пространственного нецентрального¹⁵, следует отметить, что как аналитическое так и численные решения описанного случая достаточно сложны. Это послужило поводом их отдельного рассмотрения. Для каждого из случаев найдены приближенные аналитические зависимости, точность которых существенно зависит от уровня упрощений.

Численные решения¹⁶, позволяющие определить линейную и угловые жесткости и величины рассеяния, основаны на решениях

$$\begin{aligned}
 F = & \left\{ \sum_{i=1}^{2/4} \sum_{j=1}^{m^I} (\delta_0 + \mathcal{P}_x y_{i1} + \mathcal{P}_y x_{j1} - \Delta_1 i_j) + \right. \\
 & + \sum_{i=1}^{2/4} \sum_{j=1}^{m^{II}} (\delta_0 - \mathcal{P}_x y_{i2} - \mathcal{P}_y x_{j2} - \Delta_2 i_j) + \\
 & + \sum_{i=1}^{2/4} \sum_{j=1}^{m^{III}} (\delta_0 - \mathcal{P}_x y_{i3} - \mathcal{P}_y x_{j3} - \Delta_3 i_j) + \\
 & \left. + \sum_{i=1}^{2/4} \sum_{j=1}^{m^{IV}} (\delta_0 + \mathcal{P}_x y_{i4} - \mathcal{P}_y x_{j4} - \Delta_4 i_j) \right\} \frac{e_0}{m_0}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T_x = & \left\{ \sum_{i=1}^{2/4} \sum_{j=1}^{m^I} (\delta_0 + \mathcal{P}_x y_{i1} + \mathcal{P}_y x_{j1} - \Delta_1 i_j) y_{i1} - \right. \\
 & - \sum_{i=1}^{2/4} \sum_{j=1}^{m^{II}} (\delta_0 - \mathcal{P}_x y_{i2} + \mathcal{P}_y x_{j2} - \Delta_2 i_j) y_{i2} - \\
 & - \sum_{i=1}^{2/4} \sum_{j=1}^{m^{III}} (\delta_0 - \mathcal{P}_x y_{i3} - \mathcal{P}_y x_{j3} - \Delta_3 i_j) y_{i3} + \\
 & \left. + \sum_{i=1}^{2/4} \sum_{j=1}^{m^{IV}} (\delta_0 + \mathcal{P}_x y_{i4} - \mathcal{P}_y x_{j4} - \Delta_4 i_j) y_{i4} \right\} \frac{e_p}{m_0}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T_y = & \left\{ \sum_{i=1}^{2/4} \sum_{j=1}^{m^I} (\delta_0 + \mathcal{P}_x y_{i1} + \mathcal{P}_y x_{j1} - \Delta_1 i_j) x_{j1} + \right. \\
 & + \sum_{i=1}^{2/4} \sum_{j=1}^{m^{II}} (\delta_0 - \mathcal{P}_x y_{i2} + \mathcal{P}_y x_{j2} - \Delta_2 i_j) x_{j2} - \\
 & - \sum_{i=1}^{2/4} \sum_{j=1}^{m^{III}} (\delta_0 - \mathcal{P}_x y_{i3} - \mathcal{P}_y x_{j3} - \Delta_3 i_j) x_{j3} - \\
 & \left. + \sum_{i=1}^{2/4} \sum_{j=1}^{m^{IV}} (\delta_0 + \mathcal{P}_x y_{i4} - \mathcal{P}_y x_{j4} - \Delta_4 i_j) x_{j4} \right\}
 \end{aligned}$$

$$= \sum_{i=1}^{2/4} \sum_{j=1}^{m^{IV}} \left(\delta_0 + \gamma_x y_{i4} - \gamma_y x_{j4} - \Delta_4 i_j \right) x_{j4} \left\{ \frac{c_p}{m_0} \right.$$

$$(y_{i1} \wedge y_{i2} \wedge y_{i3} \wedge y_{i4}) \in \left[(y_c - t \frac{z}{8}) (y_0 + t \frac{z}{8}) \right]$$

$$x_{j1} \wedge x_{j2} \wedge x_{j3} \wedge x_{j4} \in \left[\left(x_c - \frac{c_p}{2} \right), \left(x_c + \frac{c_p}{2} \right) \right],$$

где $(m' \wedge m'' \wedge m''' \wedge m^{IV}) \in [0, m]$

$$(\Delta_1 i_j \wedge \Delta_2 i_j \wedge \Delta_3 i_j \wedge \Delta_4 i_j) \in [0, \Delta_0]$$

Численные решения различных исходных совокупностей зазоров $\Delta_1 i_j$, $\Delta_2 i_j$, $\Delta_3 i_j$, $\Delta_4 i_j$, полученных случайной выборкой из множества действительных чисел меньших Δ_0 , позволяют определить массивы

$$\bar{\delta}_0 = \{ \delta_{01}, \delta_{02}, \dots, \delta_{0100} \}$$

$$\bar{\gamma}_x = \{ \gamma_{x1}, \gamma_{x2}, \dots, \gamma_{x100} \}$$

$$\bar{\gamma}_y = \{ \gamma_{y1}, \gamma_{y2}, \dots, \gamma_{y100} \},$$

статистическая обработка которых позволяет определить величины жесткостей и их рассеяние.

Иллюстрацией численных решений может служить график нормальных и угловых смещений направляющей (рис. 13) для случая ее пространственного нагружения. График, изображенный на рис. 14, дает представление о рассеянии указанных величин. Здесь приняты следующие сокращения: В — верхняя граница рассеяния; Н — нижняя граница рассеяния; С — средние величины.

Из приведенного графика видно, что изменение момента в одной плоскости не оказывает влияния на результаты в другой, т.е. для облегчения расчетов можно использовать принцип суперпозиции.

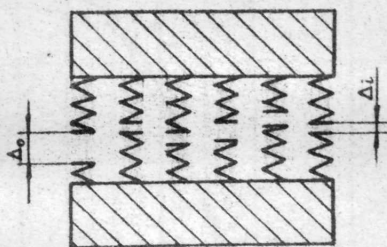


Рис. 1

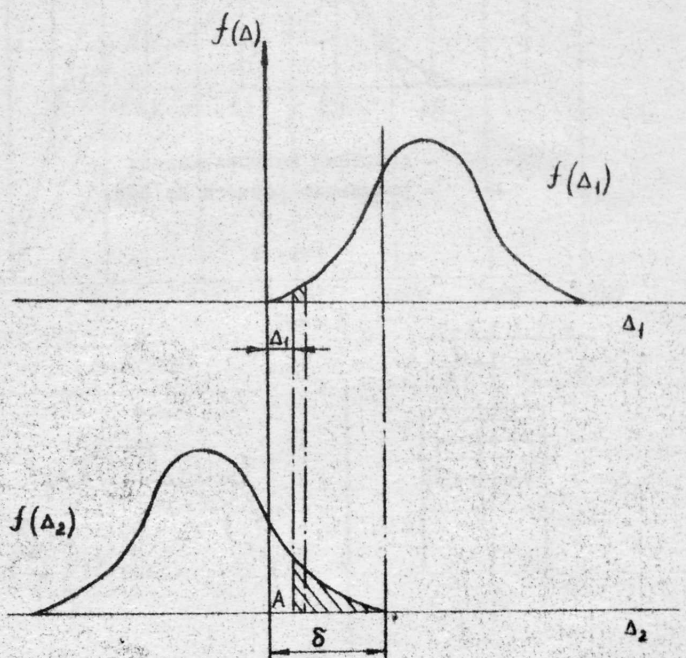


Рис. 2

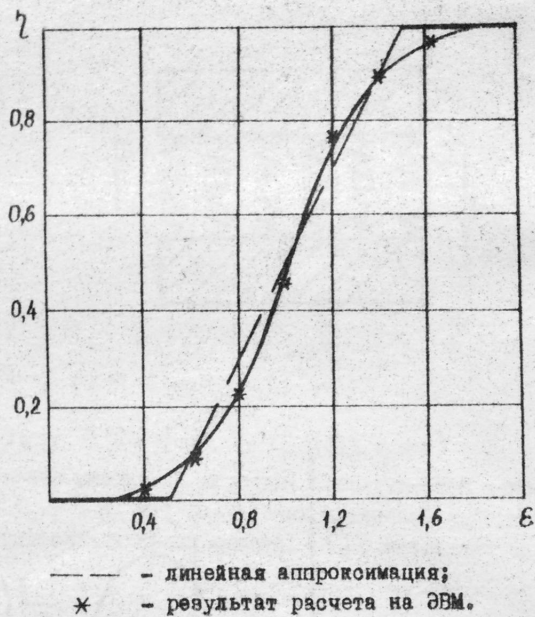


Рис. 3

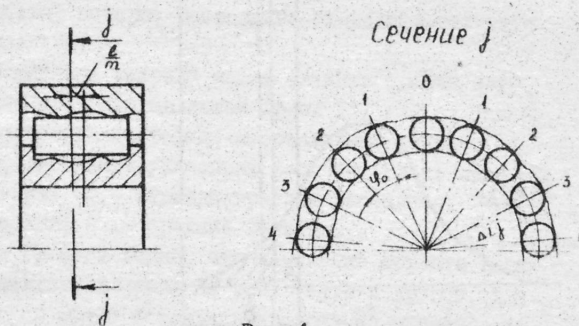


Рис. 4

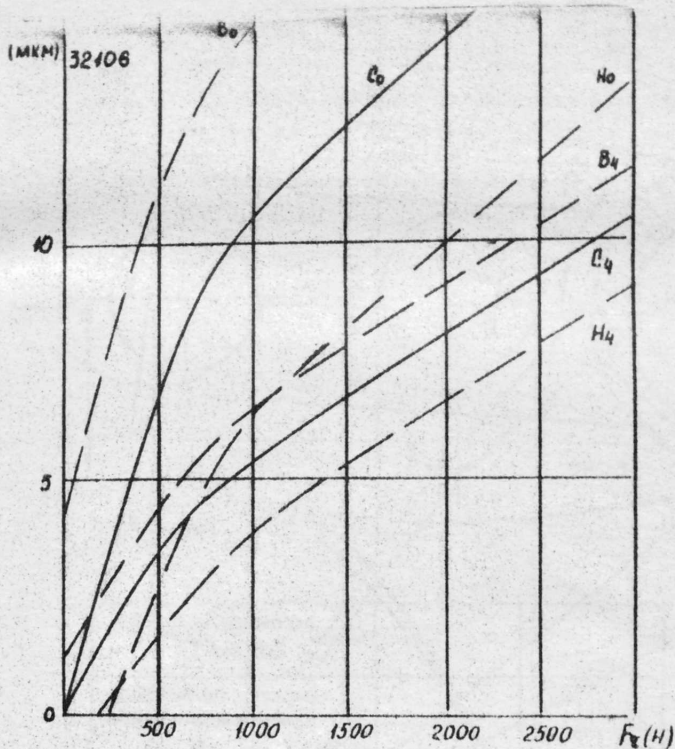


Рис. 5

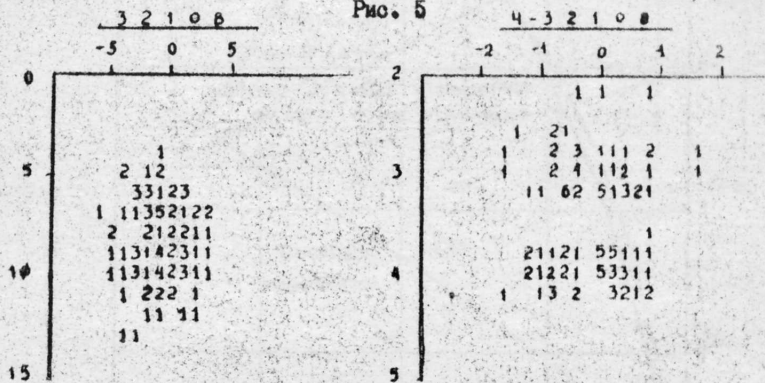


Рис. 6

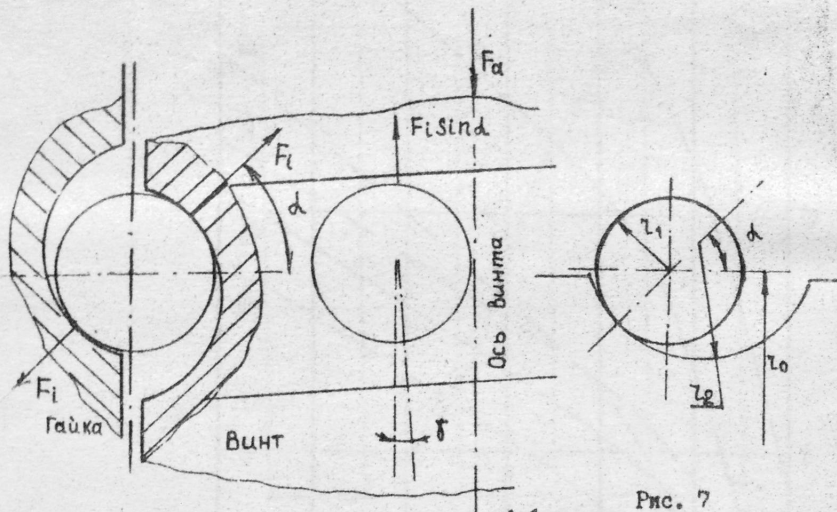


Рис. 7

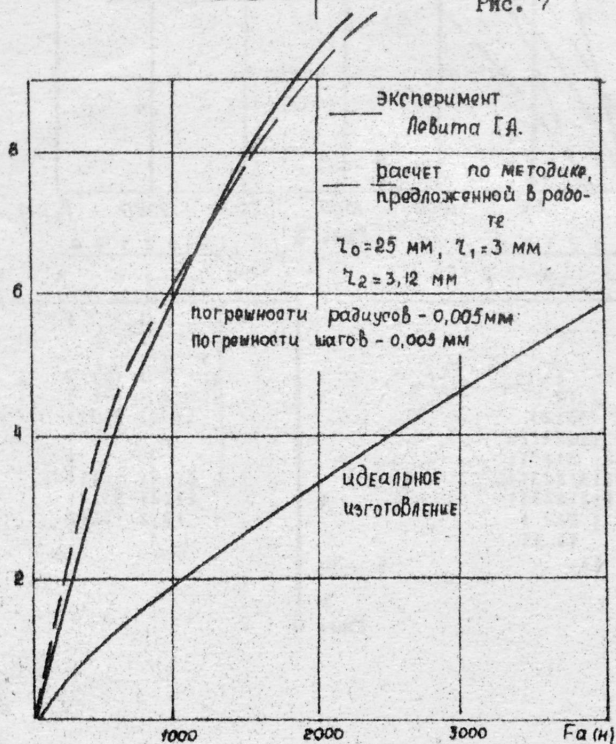


Рис. 8

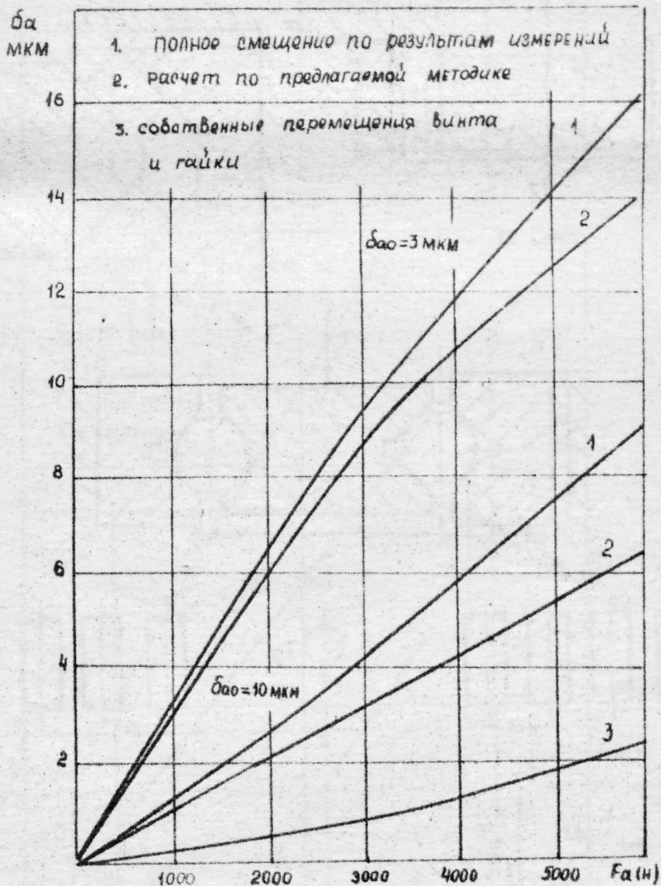


Рис. 9

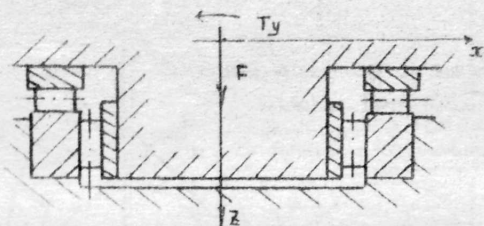


Рис. 10

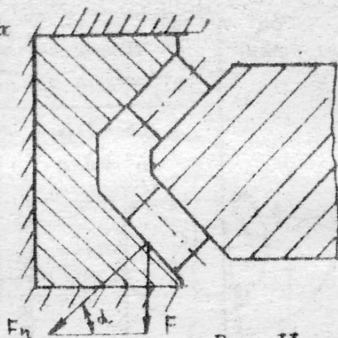


Рис. 11

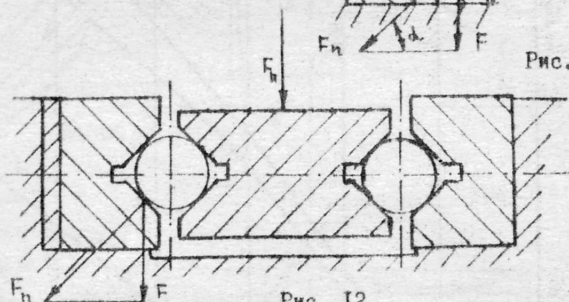


Рис. 12

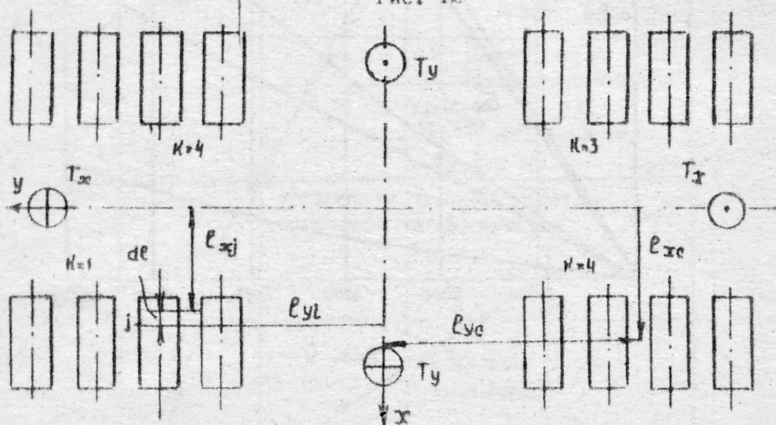
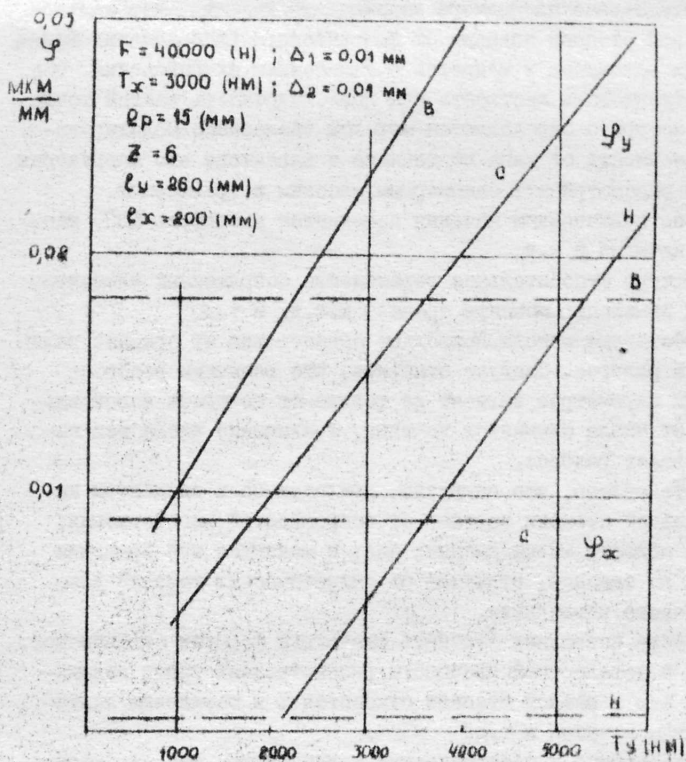
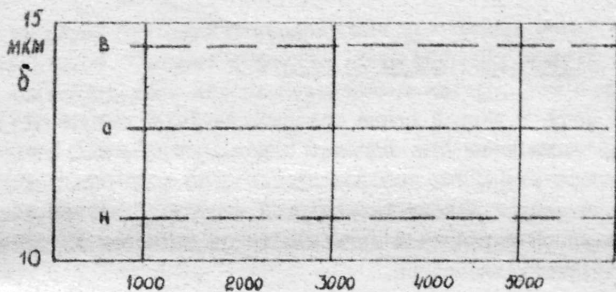


Рис. 13



1. Доказанное в первой главе основное свойство теории неидеального контакта позволяет сделать вывод, что функция плотности вероятности случайных зазоров произвольно контактирующих сопряжений подчиняется закону равномерной плотности внутри области, определенной в работе в зависимости от точности изготовления контактирующих элементов.

2. Установлено на примере подшипников качения, что жесткость в сильной степени зависит от фактического расположения контактирующих элементов и меняется с изменением их положения. Это позволяет трактовать жесткость как поле, плотность каждой точки и границы которого определяются методом численного моделирования. В зависимости от типа подшипника и характера его нагружения поле можно рассматривать одномерным, плоским и трехмерным.

Подобно подшипникам качения изменяется жесткость ШВП, направляющих качения и т.д.

Более того относительное перемещение сопряженных элементов приводит к изменению момента трения, к.п.д. и т.д.

Разработанные методы позволяют оценить как их средние величины, так и разброс. Следует отметить, что величины разброса статических параметров зависят не только от точности изготовления, но и от числа элементов качения. Увеличение числа тел качения уменьшает разброс.

3. Установлено, что нагрузки, приложенные к элементам качения в сильной степени зависят от погрешностей изготовления, особенно в области малых внешних сил, и меняются при вращении подшипника по законам, отличным от теоретических решений для идеальноточного подшипника.

Последнее позволяет уточнить расчетные формулы статической, контактной и усталостной прочности рассмотренных типов подшипников. Все это в равной степени относится и к шариковым винтовым передачам качения и т.д.

4. Качественно и количественно установлено, что для повышения жесткости подшипников, направляющих, ШВП следует увеличить число тел качения, уменьшая их диаметр, а для увеличения долговечности необходимо увеличивать их диаметр.

5. В работе наглядно показана высокая точность выполненных решений, так как каждая из рассмотренных задач решалась как ми-

нимум двумя методами с последующим сравнением эквивалентных результатов. Следует добавить, что выбранные модели неоднократно подтверждались как экспериментами автора, так и других исследователей.

6. Подготовленное для практической реализации методов математическое обеспечение позволяет автоматизировать процесс проектирования и выбора оптимальных решений. Математическое обеспечение оформлено в виде системы автоматизированного проектирования "АПМ".

7. Система "АПМ" внедрена на более чем 50 предприятиях России и стран СНГ.

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ДИССЕРТАЦИИ ИЗЛОЖЕНЫ В СЛЕДУЮЩИХ
РАБОТАХ

1. Шелофаст В.В. Жесткость роликовых направляющих при центральном нагружении. // Известия вузов. Машиностроение. - 1973. - № II. - С.51-54.

2. Решетов Д.Н., Шелофаст В.В. Расчет жесткости шариковых направляющих при центральном нагружении. // Известия вузов. Машиностроение. - 1973. - № 12. - С.20-23.

3. Решетов Д.Н., Шелофаст В.В. Расчет жесткости плоского стыка в зависимости от высоты микронеровностей. // Машиноведение АН СССР. - 1974. - № I. - С.82-85.

4. Решетов Д.Н., Шелофаст В.В. Определение упругих перемещений колец роликоподшипников. // Вестник машиностроения. - 1974. - № II. - С.34-37.

5. Решетов Д.Н., Шелофаст В.В. Определение контактных перемещений плоских стыков при их центральном нагружении. // Контактная жесткость: Тезисы докладов Всесоюзного научно-технического семинара. - Тбилиси, 1974. - С.132-134.

6. Решетов Д.Н., Шелофаст В.В. Влияние погрешности форм на величину жесткости плоского стыка. // Контактная жесткость: Тезисы докладов Всесоюзного научно-технического семинара. - Тбилиси, 1974. - С.131-132.

7. Решетов Д.Н., Шелофаст В.В. Определение упругих перемещений плоских шероховатых стыков при их нецентральной нагрузке. // Контактная жесткость: Тезисы докладов Всесоюзного научно-технического семинара. - Тбилиси, 1974. - С.129-130.

8. Решетов Д.Н., Шелофаст В.В. Упругий контакт тел качения с дорожками качения в роликоподшипнике. // Теория трения, износа и смазки: Тезисы докладов Всесоюзной научной конференции. - Ташкент, 1975. - С.139-140.

9. Решетов Д.Н., Шелофаст В.В. Упругий контакт тел качения с дорожками качения в шарикоподшипнике. // Теория трения, износа и смазки: Тезисы докладов Всесоюзной научной конференции. - Ташкент, 1975. - С.143-144.

10. Решетов Д.Н., Шелофаст В.В. Контактная жесткость и прочность шариковых направляющих. // Жесткость машиностроительных конструкций: Тезисы докладов Всесоюзной научной конференции. - Москва, 1976. - С.187-191.

11. Шелофаст В.В. Контактная прочность и жесткость роликовых направляющих. // Жесткость машиностроительных конструкций: Тезисы докладов Всесоюзной научной конференции. - Москва, 1976. - С.192-197.

12. Шелофаст В.В. Определение упругих перемещений контакта тел качения с дорожками качения в шарикоподшипнике. // Труды МВТУ. - 1978. - № 278. - Исследование и расчет деталей машин. - С.141-152.

13. Шелофаст В.В. Шариковые передачи. // Труды МВТУ. - 1980. - № 439. - Алгоритмизация и программирование расчетов деталей машин на ЭВМ. - С.86-101.

14. В.З.Фадеев, Шелофаст В.В. Нагруженность зубьев зубчатых муфт. // Известия вузов. Машиностроение. - 1982. - № 2. - С.3-7.

15. Шелофаст В.В. Распределение зазоров в реальной шариковой винтовой паре. // Известия вузов. Машиностроение. - 1986. - № 2. - С.61-66.

16. Шелофаст В.В., Елизаров М.Е. Определение осевой жесткости шариковой винтовой пары, установленной без преднатяга. // Известия вузов. - 1986. - № 4. - С.27-31.

17. Решетов Д.Н., Шелофаст В.В., Елизаров М.Е. Осевая жесткость шариковой винтовой пары, установленной с осевым предварительным натягом. // Известия вузов. - 1986. - № 5. - С.67-72.

18. Шелофаст В.В. Деформации шарикоподшипников и их влияние на работоспособность зубчатых редукторов. // Перспективные направления создания новых и совершенствование существующих конструкций тяжело нагруженных редукторов и прогрессивная технология их изготовления: Тезисы докладов Всесоюзной научной конференции. - Краматорск, 1987. - С.122-123.

19. Шелофаст В.В. Деформации роликоподшипников и их влияние на работоспособность зубчатых редукторов. // Перспективные направления создания новых и совершенствование существующих конструкций тяжело нагруженных редукторов и прогрессивная технология их изготовления: Тезисы докладов Всесоюзной научной конференции. - Краматорск, 1987. - С.120-121.

20. Шелофаст В.В. Радиальная жесткость неидеального контакта тела качения с дорожками качения радиального роликопод-

шипника. // Известия ВУЗов. Машиностроение. - 1987. - № 10 - С. 47-51.

21. Шелофаст В.В., Краснов И.Д. Численные методы оценки радиальной жесткости роликоподшипника и ее вариации на ЭВМ. // Известия ВУЗов. Машиностроение. - 1987. - № 12. - С. 35-39.

22. Шелофаст В.В. Определение момента трения и к.п.д. реальной шариковой винтовой пары, установленной с преднатягом. // Известия ВУЗов. Машиностроение. - 1988. - № 2. - С. 36-40.

23. Шелофаст В.В., Меньшиков С.Л. Диалого-графическая система автоматизированного расчета передач - составной элемент автоматизированного рабочего места конструктора неидеальных машин. // САПР зубчатых передач и редукторов. Тезисы докладов Всесоюзной научно-технической конференции. - Ижевск, 1989 - С. 97-98.

24. Шелофаст В.В., Меньшиков С.Л. Система АПМ - составная часть автоматизированного рабочего места конструктора механического оборудования. // Разработка и внедрение САПР и АСТПМ в машиностроении. Тезисы докладов Всесоюзной научно-технической конференции. - Ижевск, 1990. - С. 110-112.