

М87712

Московский ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции и
ордена Трудового Красного Знамени
Государственный технический университет имени Н.Э.Баумана

На правах рукописи

УДК 532.516

Скибин Александр Петрович

ВАРИАНТ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОГО МЕТОДА КОНТРОЛЬНОГО ОБЪЕМА
ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ТЕПЛОМАССООБМЕНА

05.14.05 - Теоретические основы теплотехники

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Москва 1993

Работа выполнена в Московском ордена Ленина, ордена
Октябрьской Революции и ордена Трудового Красного Знамени
Государственном техническом университете имени Н.Э.Баумана

Научный руководитель: кандидат технических наук,
доцент В.П. Югов

Официальные оппоненты: доктор технических наук,
доцент Р.З. Кавторадзе

кандидат физико-математических наук,
доцент А.М. Головин

Ведущая организация: Институт проблем механики РАН

Защита диссертации состоится "18" X 1993 г. в 14²⁰ час.
на заседании специализированного Совета К.053.15.05 при Московском
Государственном техническом университете
по адресу: 107005, г.

О диссертацией м

Ваш отзыв на автореферат
просим выслать по адресу:
МГТУ им. Н.Э.Баумана,
К.053.15.05

Автореферат раз

Ученый секретарь
специализированного
С.Т.Н., доцент

Подп. к печ. 9.08.93

Зак 462 Типогр

M87712

Актуальность. Многие задачи теплообмена и массообмена, гидродинамики и газовой динамики, аэрогидродинамики окружающей среды, магнитодинамики, с которыми в настоящее время приходится сталкиваться исследователям и инженерам, не поддаются аналитическому решению, поэтому единственной возможностью их теоретического анализа становится математическое моделирование на ЭВМ. Прогресс в разработке численных методов позволил существенно расширить круг задач, доступных анализу. В настоящее время признано, что математическое моделирование с помощью ЭВМ часто оказывается более дешевым и точным, чем экспериментальные исследования, также можно указать многие другие достоинства математического моделирования как метода научного исследования.

Метод конечных элементов (МКЭ) на сегодняшний день является одним из основных методов математического моделирования во многих областях науки и техники. Созданные на его основе программные комплексы (ПК) широко используются в аэрокосмической и автомобильной промышленности, кораблестроении, строительной механике, акустике и т.д. МКЭ является эффективным численным методом, так как позволяет достаточно точно описать сложные криволинейные границы расчетной области и краевые условия. Следовательно, создание новых высокоэффективных вариантов МКЭ для решения широкого класса задач тепломассообмена в геометрически сложных расчетных областях является актуальной проблемой.

Цель работы. Разработка вариантов метода конечных элементов, основанного на интегрировании по контрольному объему (МКЭ-КО), для решения двумерных задач тепломассообмена в геометрически сложных областях. Проверка эффективности программных комплексов, созданных на основе разработанного метода, оценка достоверности и точности получаемых результатов.

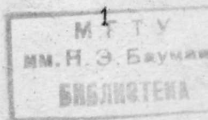
Научная новизна. Разработаны варианты МКЭ-КО, воплощенные в ПК, позволяющие более эффективно исследовать задачи тепломассообмена, чем это позволяют существующие ПК, основанные на конечно-разностной и обычной конечно-элементной формулировках. Предложен

НИО МГТУ им. Н.Э. Баумана



1087712

Скибин А.П. Вариант конеч



новый способ расчета плотности теплового потока и напряжения трения на границе расчетной области с граничными условиями 1-го рода. Предлагаемый способ точнее традиционных. Предложена новая расчетная сетка для решения задач тепломассообмена и гидродинамики несжимаемой жидкости пригодная как для конечно-разностной, так и для конечно-элементной формулировки численного метода. Предложенная сетка легко обобщается на трехмерный случай.

Практическая ценность работы заключается в том, что разработанные ПК позволяют получать достаточно точные решения на довольно грубых сетках и тем самым экономить компьютерное время и память ЭВМ.

Апробация работы. Основные результаты и положения работы обсуждались на конференции, проведенной Днепропетровским Государственным Университетом 26-28 мая 1993 г. и на научно-технических семинарах кафедр "Теоретические основы теплотехники" и "Прикладная математика" МГТУ им. Н.Э.Баумана.

Публикации. По материалам диссертации опубликовано две печатных работы, материалы диссертации использовались в 6 научно-технических отчетах.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав, списка литературы и приложения. Работа содержит 148 страниц текста, 57 страниц рисунков и список литературы из 84 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы и определена цель исследования.

В первой главе дан обзор численных методов, применяющихся для математического моделирования гидродинамики и теплообмена в областях сложной формы.

В задачах тепломассообмена и гидродинамики расчетные области, как правило, имеют нерегулярную форму; часто именно эта нерегулярность является наиболее интересной и важной особенностью рассматриваемых задач. Некруглые и непрямоугольные участки встречаются в теплообменниках и трубопроводах. Крылья самолетов, лопатки турбин и улитки центробежных насосов являются примерами

геометрии произвольной формы. Ни в окружающей среде, ни в инженерной практике, как правило, не существуют области, границы которых "параллельны" координатным плоскостям обычно используемых осей координат. Поэтому решение практически важных задач тепло-массообмена и гидродинамики требует применения методов, допускающих нерегулярные расчетные области.

Численные методы для решения сложных задач, связанных с течениями жидкости и тепломассообменом, могут быть разделены на две главные группы: методы конечных разностей (МКР) и методы конечных элементов. Традиционно численные методы для задач, связанных с течениями жидкости, принадлежали к классу МКР. МКЭ впервые стали применяться в механике твердого тела. Однако в 80-е годы была проделана колоссальная исследовательская работа, направленная на приспособление МКЭ для решения задач, связанных с течениями жидкости.

Каждый из двух классов методов: МКР и МКЭ может быть, в свою очередь, разделен на две группы: методы, использующие в качестве зависимых переменных функцию тока и вихрь, и методы, в которых зависимыми переменными являются давление и компоненты скорости или обычные переменные. В последнее время гораздо чаще применяются обычные переменные, как в МКР так и в МКЭ.

Класс МКЭ идеально приспособлен для решения задач, имеющих расчетную область нерегулярной формы. С другой стороны, МКР традиционно рассматриваются как методы, ограниченные расчетными областями регулярной формы или областями, ограниченными координатными поверхностями. Однако существуют многочисленные примеры использования МКР для областей нерегулярной формы.

Патанкар предложил универсальный метод, который позволяет модифицировать МКР и применять их для расчетных областей произвольной геометрии. Модификация заключается в выключении или блокировании некоторых контрольных объемов (КО) регулярной сетки таким образом, чтобы оставшиеся КО составляли рассматриваемую нерегулярную область. Однако этот метод имеет ряд недостатков. Он неэффективно использует ресурсы ЭВМ: требуются большие объемы памяти и выполняются бессмысленные расчеты в заблокированных КО. Кроме того, область произвольной формы может быть аппроксимирована только набором КО регулярной формы.

В принципе, для всех просто связанных областей произвольной формы можно применять численный метод, который использует криволинейную ортогональную систему координат. Однако можно перечислить следующие трудности, с которыми можно встретиться, применяя этот метод: уравнения могут стать слишком сложными и это может отразиться на точности полученного решения; для каждой конкретной задачи должна быть сгенерирована своя координатная система, и это влечет за собой дополнительные трудности; многосвязные области представляют дополнительные трудности.

В гидродинамике и теплопередаче МКЭ впервые применялся для расчета стационарных потенциальных течений, течений через пористые среды и для задач теплопроводности. Для уравнений Навье-Стокса Оден и Велфорд показали, что конечно-элементные модели для задач динамики сжимаемой и несжимаемой жидкости могут быть получены методами энергетического баланса или методом взвешенных невязок (методом Галеркина). После этого усилия исследователей были сконцентрированы на применении МКЭ для задач динамики жидкости и тепломассообмена. Однако, прежде чем МКЭ стал применяться для решения широкого круга важных задач конвективного тепломассообмена, пришлось преодолеть ряд трудностей.

Когда конвективный перенос зависимой переменной соизмерим или превосходит диффузионный перенос, в МКР применяются противопоточные или гибридные конечно-разностные схемы. Кристи и Гриффитс были первыми, кто предложил для МКЭ идеи подобные противопоточным схемам, однако, их метод был ограничен одномерными задачами. Хейнрих и Хаякорн распространили идеи работы Кристи на двумерные задачи; их методы были названы "противопоточными" конечно-элементными методами. Центральной идеей их "противопоточных" МКЭ является несимметричная весовая функция, отличающаяся от первоначально использовавшихся симметричных функций формы. Кроме того, МКЭ применяющийся для решения задач тепломассообмена должен учитывать еще одну особенность надежных МКР. В конечно-разностных методах расположения узлов, где хранятся значения давлений и компонент скорости, является критическим, независимо от порядка интерполяционных функций для этих переменных: это привело к концепции смещенных или "шахматных" сеток, впервые примененных для МКР в работе Сполдинга, а

затем успешно использованных в работах Патанкара.

Начиная с 1983 года появился ряд работ, в которых успешно преодолеваются трудности, присущие МКЭ, изложенные выше. Предлагаемый Патанкаром, Балигой и Пракашем метод можно рассматривать как синтез лучших особенностей конечно-элементных и конечно-разностных методов (авторы называют его контрольно-объемным методом конечных элементов (МКЭ-КО)). В последние годы появились и отечественные работы (Кочубей и др.), в которых развивается МКЭ-КО для решения задач гидродинамики и теплообмена в двух- и трехмерных областях сложной формы.

Таким образом, разработка и создание программной реализации новых, эффективных вариантов МКЭ-КО для численного решения задач гидродинамики и тепломассообмена в областях сложной формы, представляющих практический интерес, является весьма актуальной задачей.

Во второй главе описывается разработанный вариант МКЭ-КО, для решения нестационарного, нелинейного уравнения теплопроводности в анизотропной среде, имеющей сложную форму. Расчетная область разбивалась на трехузловые симплекс-элементы, на форму и размеры которых не накладываются никакие ограничения. С каждым узлом расчетной области ассоциируется КО, построенный так, как показано на рис. 1. Дискретные аналоги для каждого узла получают-ся из уравнения теплового баланса для КО, связанного с этим узлом, которые затем собираются в систему линейных уравнений.

На основе описанного в главе варианта МКЭ-КО был создан ПК МКЭ-КО_Т для решения в декартовой или цилиндрической системах координат двумерного нестационарного нелинейного уравнения теплопроводности с анизотропными коэффициентами теплопроводности. Разработанный ПК использует треугольные симплекс-элементы, а для определения значений тепловых потоков в узлах элементов был применен метод согласованной аппроксимации.

Для тестирования разработанного ПК был решен ряд задач, имеющих аналитическое решение, и было получено очень хорошее соответствие численных и точных решений. Из решенных задач в главе представлены четыре тестовые задачи. Для демонстрации возможностей разработанного МКЭ-КО, использующего новый метод построения дискрет-

ного аналога уравнения теплопроводности в цилиндрической системе координат, рассматривалась задача математического моделирования теплового состояния цилиндрического образца, изготовленного из анизотропного графита МП-8 при импульсном тепловом воздействии. Образец с радиусом $R=0.009$ м и толщиной $L=0.003$ м располагался в центральной части вакуумной камеры (размеры образца много меньше размеров камеры). Единственным видом теплообмена между камерой и образцом был теплообмен излучением, так как теплообмен через систему крепления образца можно не учитывать.

В начальный момент времени образец находился в состоянии теплового равновесия со стенками камеры при температуре 100 К. В процессе эксперимента на лицевую торцевую поверхность образца действовал импульс лазерного излучения в 210 Дж длительностью 10^{-3} секунды. Пространственно-временное распределение энергии импульса известно и приведено на рис. 2. Ось симметрии образца и ось симметрии пространственного распределения энергии импульса совпадают. Изменение температуры в центре тыльной торцевой поверхности образца во времени регистрировалось пирометром.

Рассчитано изменение температуры в центре тыльной поверхности цилиндрического образца во времени, результаты расчета сравнивались с результатами эксперимента. Следует отметить, что в случае обычного МКЭ, где особенности цилиндрической системы координат учитываются с помощью среднего радиуса по элементу, невозможно точно определить температуру на оси вращения, а в данной задаче требуется именно это. Также на примере этой задачи показано, что разработанному МКЭ-КО не требуется согласование между шагами по времени и пространственным координатам, характерное для традиционных МКЭ. Численное решение задачи проводилось на сетке 11×6 узлов в расчетной области, причем шаг по времени изменялся от 10^{-5} до 10^{-2} секунды. Сравнение рассчитанной зависимости изменения температуры в центре тыльной поверхности образца с экспериментально измеренной Шиховым Е.В. и Червяковым В.В. приведено на рис. 3. Как видно из рисунка они имеют хорошее соответствие, несмотря на применение для численного расчета грубой сетки.

Рассматриваемый вариант МКЭ-КО обладает следующей интересной особенностью, которая позволяет очень точно определять тепло-

вой поток (или плотность теплового потока) на границе расчетной области с заданными граничными условиями 1-го рода. Тепловой поток можно получить из уравнений тепловых балансов для граничных КО, подставив в них заданные значения температур в граничных узлах и рассчитанные значения температур во внутренних узлах расчетной области.

Предлагаемый способ нахождения тепловых потоков через внешнюю границу имеет следующие преимущества перед традиционными способами: во-первых, его можно применять для любой формы внешней границы и, во-вторых, в предложенном способе не применяется численное вычисление частных производных, которые зависят от геометрических параметров разбиения расчетной области на конечные элементы. Поэтому данный способ даже на очень грубых сетках дает очень хорошие результаты.

Третья глава посвящена разработке варианта МКЭ-КО для решения диф. уравнения, описывающего только конвективный перенос тепла движущейся средой, которое получается из уравнения энергии

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial \tau} + \text{div}(\vec{J}) = S_c + S_p T \quad (1)$$

где $\vec{J}$ - вектор полного теплового потока, являющейся суммой конвективного и диффузионного тепловых потоков

$$\vec{J} = \rho c \vec{U} T - \lambda \text{grad} T$$

если выполняется условие $\|\rho c \vec{U} T\| \gg \|\lambda \text{grad} T\|$ то уравнение (1) принимает вид

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial \tau} + \text{div}(\rho c \vec{U} T) = S_c + S_p T \quad (2)$$

Данное уравнение используется при математическом моделировании процесса переноса тепла в пористой среде движущейся жидкостью или газом, если применяется двухтемпературная G-S модель, которая состоит из уравнения теплопроводности для пористой среды (индекс S) и уравнения энергии для жидкости (индекс G)

$$(\rho c)_G \left[\rho \frac{\partial T_G}{\partial \tau} + (\vec{U}, \nabla) T_G \right] = \nabla (\lambda_c \nabla T_G) + \alpha_v (T_S - T_G) \quad (3)$$

$$(1-\varphi)(\rho C)_s \frac{\partial T_s}{\partial \tau} = \nabla(\lambda_s \nabla T_s) + \alpha_v(T_c - T_s) + q_v \quad (4)$$

Данная модель соответствует представлению пористой среды, заполненной жидкостью, как совокупности двух континуумов. В каждой из фаз, жидкой и твердой, процесс теплообмена описывается обычным уравнением сохранения энергии в данной фазе, но с использованием эффективных коэффициентов теплопроводности λ_s и λ_g .

Если в уравнении (4) можно пренебречь членом $\nabla(\lambda_s \nabla T_s)$, то оно принимает вид

$$(\rho C)_c \varphi \frac{\partial T_c}{\partial \tau} + (\rho C)_c (\vec{U}, \nabla) T_c = \alpha_v(T_s - T_c) \quad (5)$$

или

$$(\rho C)_c \varphi \frac{\partial T_c}{\partial \tau} + \text{div}(\rho C_c \vec{U} T_c) = \alpha_v T_s - \alpha_v T_c \quad (6)$$

что полностью соответствует уравнению (2).

Для численного моделирования теплового состояния теплообмена в пористой среде был модифицирован ПК МКЭ-КО_T, в который были добавлены подпрограммы для решения уравнения энергии для жидкости.

Для проверки достоверности разработанного варианта МКЭ-КО были решены несколько тестовых задач, в том числе задача об определении теплового состояния плоской стенки с активным охлаждением. Результаты решения представлены на рис. 4.

В четвертой главе разработан вариант МКЭ-КО для решения обобщенного дифференциального конвективно-диффузионного уравнения, которое является уравнением сохранения обобщенной переменной. Ею может быть: температура, энтальпия, проекции вектора скорости на оси координат и т.д.

Предлагаемый вариант МКЭ-КО основан на предложенной Патанкаром и Балигой экспоненциальной интерполяции на треугольном элементе. Было проведено сравнение МКЭ-КО с экспоненциальной интерполяцией с вариантом МКЭ-КО, использующим линейную интерполяцию на элементе. Сравнение показало явное преимущество "экспоненциальной" интерполяции на конечном элементе.

Для проверки влияния сеточной диффузии была решена тестовая задача о "переносе" заданного профиля температуры через квадратную область равномерным полем скорости жидкости, имеющей практически нулевую теплопроводность. Численное решение данной задачи осуществ-

влялось для случая, когда коэффициент диффузии $\Gamma = 10^{-7}$ на сетке 11×11 при различных углах между направлением скорости жидкости и осью абсцисс, лежащих в интервале $[-45^\circ, 45^\circ]$. На рис. 5 показано распределение безразмерной температуры полученное при решении данной задачи МКР-КО и МКЭ-КО при значении угла между вектором скорости и осью абсцисс равным 45° .

При решении всех тестовых задач было получено полное совпадение с результатами полученными Патанкармом, Валигой и Пракашем.

В пятой главе разработан вариант МКЭ-КО для численного решения задач тепломассообмена в областях сложной формы, которые в общем случае описываются системой эллиптических дифференциальных уравнений в частных производных:

Уравнение движения по оси x

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v u) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}(\mu \frac{\partial u}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\mu \frac{\partial u}{\partial y}) + S_u \quad (7)$$

Уравнение движения по оси y

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u v) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v v) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x}(\mu \frac{\partial v}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\mu \frac{\partial v}{\partial y}) + S_v \quad (8)$$

Уравнение неразрывности

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0 \quad (9)$$

Уравнение энергии

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u T) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v T) = \frac{\partial}{\partial x}(\frac{\mu}{Pr} \frac{\partial T}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\frac{\mu}{Pr} \frac{\partial T}{\partial y}) + S \quad (10)$$

Уравнения сохранения, для обобщенной переменной

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u \Phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v \Phi) = \frac{\partial}{\partial x}(\Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial y}) + S_\Phi \quad (11)$$

В МКР для для численного решения этой системы уравнений обычно используют "смещенную" (шахматную) сетку. Для нее компоненты скорости рассчитываются в узловых точках, смещенных относительно узлов, которым соответствуют давления и все другие основные пере-

менные: T , Φ . Компоненты скорости смещены только в их "собственных" направлениях, то есть u - проекция скорости в направлении x , смещена только в направлении x , v - только в направлении y . Но шахматная сетка обладает также следующими основными недостатками:

1. Расчетная область разбивается на три разных сетки узлов (для u , для v , для Φ и P), не совпадающих друг с другом.
2. Невозможно рассчитать значения давления по границам областей, без применения экстраполяции.
3. Практически невозможно применить шахматную сетку для численного решения системы уравнений Навье-Стокса для конечно-элементной формулировки метода контрольного объема.

Для преодоления указанных недостатков предлагается новый вариант построения сетки которая состоит из двух: "грубой" - для обобщенной переменной и давления, и "мелкой" - для продольной и поперечной скорости, которая будет "вложенной" сеткой для грубой (рис. 6). Эта сетка имеет следующие преимущества по сравнению с шахматной: расчетная область разбита на две (а не три) сетки узлов вложенных одна в другую, причем "грубая" и "мелкая" сетки совершенно идентичны по построению. В случае трехмерной задачи также будут только две сетки, а не четыре для смещенной.

Еще одно преимущество предложенной сетки состоит в том, что ее можно использовать как для конечноразностной реализации метода контрольного объема, так и для конечно-элементной реализации этого метода. Для этого случая дискретизация расчетной области показана на рис 7.

Используя предложенную разбивку расчетной области, на основе процедуры SIMPLE (связывающей скорость и давление), был разработан вариант МКЭ-КО и его программная реализация ПК МКЭ-КО для решения системы эллиптических уравнений (в том числе уравнений Навье-Стокса) в двумерной области произвольной формы в декартовой системе координат. ПК собран таким образом, что кроме уравнений движения и уравнений для поправки давления можно решать любое количество конвективно-диффузионных уравнений (уравнение энергии, уравнение диффузии, уравнение кинетической энергии турбулентности и скорости ее диссипации, и т.д.). В данной версии ПК число дополнительных уравнений равно 11. Для тестирования предложенного варианта МКЭ-КО

и разработанного ПК были решены 4 тестовых задачи, имеющих или аналитическое решение, или точное численное решение, которые также решались двумя другими ПК, основанными на МКР и использующими традиционную шахматную сетку и предлагаемый новый вариант с двумя вложенными сетками.

Сравнение результатов расчетов показало, что применение нового способа разбивки расчетной области позволяет получать такие же точные решения, как и при шахматной сетке, но на гораздо более грубых сетках. Так на рис. 8 показаны для течения в квадратной полости с движущейся стенкой при $Re=100$ распределения безразмерной продольной скорости в центральном сечении каверны. Данные получены с помощью ПК "ДЭТ" на довольно подробной шахматной сетке 21×21 узел и ПК МКР-КО и МКЭ-КО, использующих предлагаемый вариант разбивки области на грубой сетке 9×9 узлов. С данными результатами расчетов хорошо согласуются данные Бургграфа, полученные МКР на сетке 52×52 .

Используя свойство консервативности предложенного варианта МКЭ-КО, можно определять плотности тепловых потоков и напряжения трения на криволинейных внешних границах гораздо точнее, чем при применении традиционных способов, требующих численного определения частных производных. Для демонстрации возможностей разработанного варианта МКЭ-КО, использующего две вложенные друг в друга сетки, были численно исследована задача о ламинарной естественной конвекции в квадратной и трапециевидной полости при числах Рэлея равных 10^3 , 10^4 и 10^5 . Для случая, когда исследовался теплообмен в квадратной полости, применялись сетки 5×5 для Ra равных 10^3 и 10^4 и 8×8 для $Ra=10^5$. Получившиеся поля температур практически совпали с результатами расчетов Кочубея на сетке 21×21 узел. Рассчитанные на таких грубых сетках локальные Nu по горячей и холодной сторонам полости хорошо согласуются с результатами полученными Кочубеем и Полежаевым на расчетной сетке 21×21 узел (рис. 9.)

Исследование естественной конвекции в трапециевидной полости проводилось на сетке 7×7 узлов. Рассчитанные поля температур в полости (рис. 10) и интегральные числа Нуссельта (рис. 11) сопоставлялись с результатами экспериментов Ликона и расчетов Патанкара на гораздо более подробных сетках и показали хорошее совпадение с ними

ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

1. Разработан вариант конечно-элементного метода контрольного объема для численного решения в декартовой или цилиндрической системах координат двумерного нестационарного и нелинейного уравнения теплопроводности в анизотропной среде.

2. Предложен новый способ построения дискретного аналога для уравнения теплопроводности, записанного в цилиндрической системе координат, и разработана его реализация, использующая понятие "среднеинтегральной теплопроводности".

3. Сформулирован алгоритм, осуществлена программная реализация и тестирование разработанного варианта МКЭ-КО.

4. Предложен новый способ определения плотности теплового потока на границе расчетной области с граничными условиями 1-го рода, основанный на уравнении теплового баланса для контрольных объемов, расположенных на границе области. Осуществлена программная реализация нового способа и его сравнение с обычно применяемыми. Показано, что предлагаемый способ более точен.

5. Предложен вариант МКЭ-КО для численного решения уравнения, описывающего только конвективный перенос тепла в двумерной произвольной области в декартовой или цилиндрической системах координат, осуществлена его программная реализация и тестирование.

6. Сформулирован алгоритм построения варианта МКЭ-КО для решения конвективно-диффузионного эллиптического уравнения, основанный на экспоненциальной интерполяции на треугольном конечном элементе. Проведено тестирование разработанной программной реализации метода.

7. Предложена новая расчетная сетка для решения задач гидродинамики и тепломассообмена несжимаемой вязкой жидкости методом контрольного объема, которую можно построить как для конечно-разностной, так и конечно-элементной формулировки метода контрольного объема. Предложенная сетка состоит из двух вложенных одна в другую сеток и легко обобщается на трехмерный случай.

8. Сформулирован алгоритм, осуществлена его программная реализация и тестирование предложенного варианта МКЭ-КО для решения задач гидродинамики и тепломассообмена.

9. Проведено сравнение разработанного программного комплекса

МКЭ-КО с программным комплексом МКР-КО, использующим конечно-разностный вариант предложенной сетки, и с ПК "ДЭТ", в котором применяется шахматная сетка. Показано, что ПК, использующие предложенную сетку, позволяют получать более точные решения, особенно на грубых сетках.

10. Предложен новый способ определения напряжения трения на стенке, основанный на свойстве консервативности дискретных аналогов. Осуществлена его программная реализация, тестирование и сравнение с традиционным способом определения касательного напряжения. Предлагаемый способ точнее традиционных.

11. Разработанные программные комплексы позволяют получать достаточно точные решения на довольно грубых сетках и тем самым экономить компьютерное время и память ЭВМ.

Основное содержание диссертации отражено в следующих работах:

1. Математическое моделирование трехмерных температурных полей в пространственно армированных композиционных материалах / Е.В. Шишов, В.П. Югов, А.П. Скибин, В.В. Червяков // Теория приближений и задачи вычислительной математики: Тезисы докладов конференции. - Днепропетровск, 1993. - С. 31-32.

2. Югов В.П., Скибин А.П. Вариант метода контрольного объема для решения задач гидродинамики и тепломассообмена // Теория приближений и задачи вычислительной математики: Тезисы докладов конференции. - Днепропетровск, 1993. - С. 33-34.

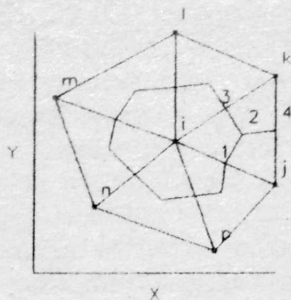


Рис. 1. Контрольный объем i -го узла

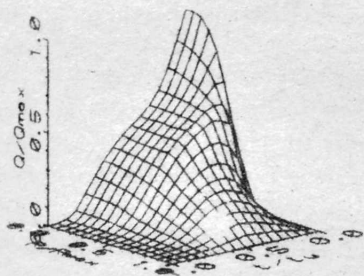


Рис. 2. Распределение энергии импульса лазерного излучения



Рис. 3. Значения температуры в центре тыльной поверхности образца

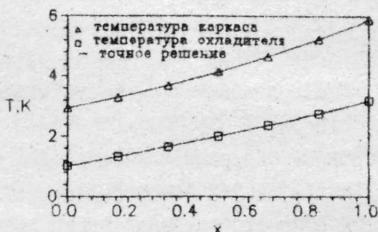
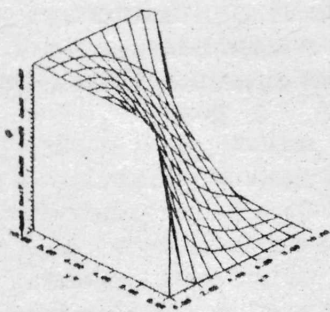
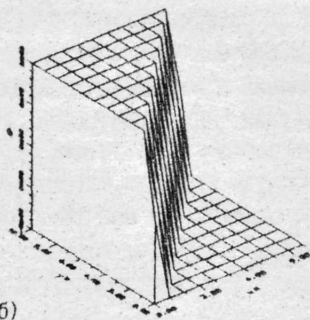


Рис. 4. Сравнение аналитического и численного решений



а)



б)

Рис. 5. Распределение безразмерной температуры в расчетной области для случая $\theta=45$ (ордината точки А y^* равна 0), рассчитанное МКР-КО (а) и МКЭ-КО (б)

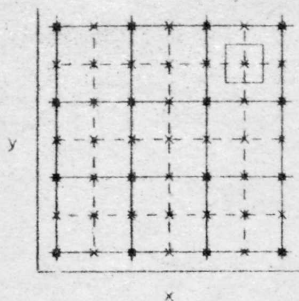


Рис. 6. Предлагаемый вариант сетки для МКР: о - узлы для Φ и P ; х - узлы для u и v

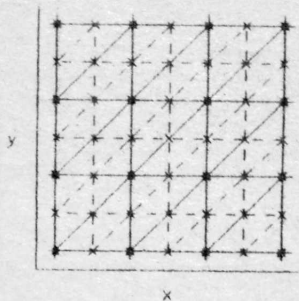


Рис. 7. Предлагаемый вариант сетки для МКЗ: о - узлы для Φ и P ; х - узлы для u и v

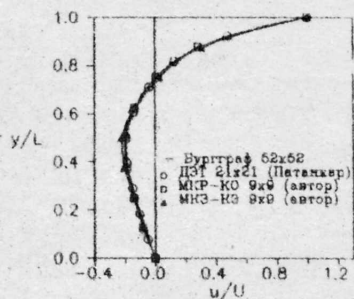
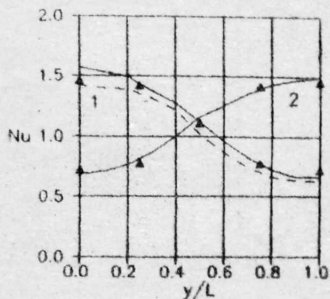
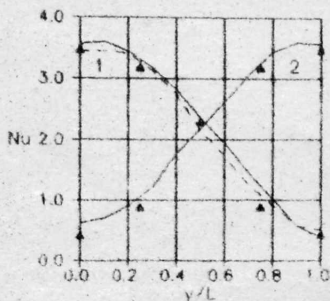


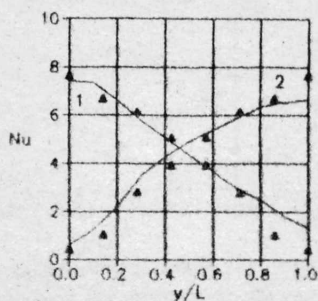
Рис. 8. Профиль безразмерной скорости в центральном сечении каверны



а)

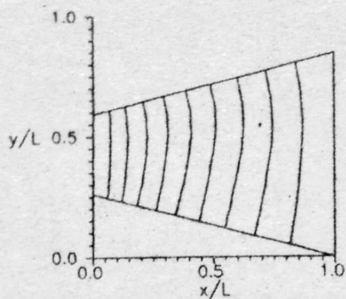


б)

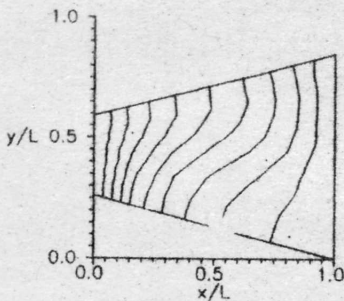


в)

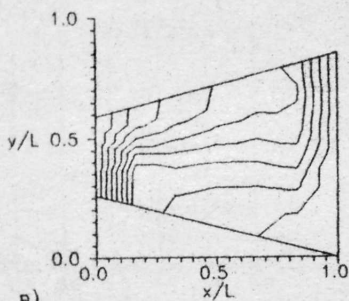
Рис. 9. Изменение локального числа Nu вдоль "горячей" (1) и "холодной" (2) стенок полости при $Ra=10^4$ (а), 10^5 (б), 10^5 (в); результаты: — - Кочубей; - - Полежаева; ▲ - результаты автора 15



а)



б)



в)

Рис. 10. Поле безразмерной температуры в расчетной области при Ra , равных 10^3 (а), 10^4 (б) и 10^5 (в)

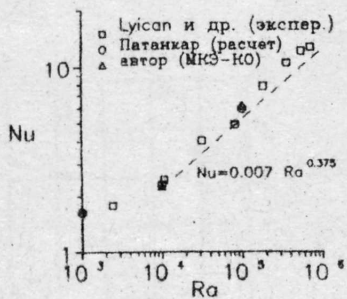


Рис. 11. Зависимость среднеинтегрального числа Nu от Ra для случая естественной конвекции в трапецевидной полости