

1544684

Московский ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции
и ордена Трудового Красного Знамени государственный
технический университет имени Н.Э.Баумана

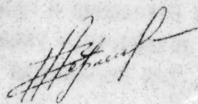
На правах рукописи

Чернецов Андрей Александрович

УДК 539.3:624.074.001

РЕШЕНИЕ КОНТАКТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПНЕВМАТИЧЕСКОЙ ШИНЫ
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГЕОМЕТРИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ
ОБОЛОЧЕК

01.02.06. - Динамика, прочность машин,
приборов и аппаратуры



А В Т О Р Е Ф Е Р А Т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Москва - 1993

Работа выполнена в Московском ордена Трудового Красного Знамени автомобильно-дорожном институте и Московском ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции и ордена Трудового Красного Знамени государственном техническом университете имени Н.Э. Баумана

Научный руководитель - доктор технических наук,
профессор БИДЕРМАН В.Л.

Научный консультант - кандидат технических наук,
доцент БЕЛКИН А.Е.

Официальные оппоненты: доктор технических наук,
профессор ПОПОВ Б.Г.,
доктор технических наук,
ведущий научный сотрудник
МОСКАЛЕНКО В.Н.

Ведущее предприятие

Защита диссертации
в _____ ч., на заседа
Московском ордена Лени
дового Красного Зна
имени Н.Э. Баумана по

Ваши отзывы в 2-х
лять по указанному а
С диссертацией м

Автореферат раз

УЧЕНЫЙ СЕКРЕТАРЬ
СПЕЦИАЛИЗИРОВАН
К.Т.Н. ДОЦЕНТ

1544684

Общая характеристика работы.

Актуальность проблемы. Пневматическая шина, являясь одной из наиболее ответственных частей автомобиля, играет важную роль в обеспечении его надежности, экономичности, безопасности и комфортности. В настоящее время для обычных условий эксплуатации наибольшее распространение получили шины радиальной конструкции. По сравнению с применявшимися ранее диагональными шинами они обладают большей долговечностью, лучшим сцеплением, имеют меньшую массу и более низкое сопротивление качению. Характеристики шины существенно зависят от деталей ее конструкции (форма профиля, углы нитей корда в слоях каркаса и брекера, толщины слоев и прослойки, распределение материалов в подбрекерной и бортовой зонах и т.п.) и от свойств используемых материалов. Отклонение от оптимальных углов раскроя кордных слоев даже на несколько градусов значительно снижает ходимость шины. От внешних характеристик шины в значительной степени зависят управляемость и устойчивость движения автомобиля.

В настоящее время при создании новых конструкций радиальных шин значительную роль играют экспериментальные исследования, требующие больших затрат средств и времени, особенно если создание новой конструкции предполагает изменение формы или размеров профиля. В этом случае требуется создание новой прессформы, стоимость которой в тысячи раз превышает стоимость шины. Поэтому при разработке перспективных автомобильных шин большое значение имеют предварительные расчетные исследования, позволяющие оптимизировать конструкцию на стадии ее проектирования.

Цель работы.

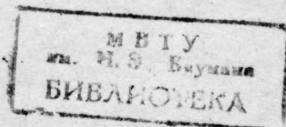
1. Разработка методов и программ расчета радиальной шины как оболочки на заданную локальную нагрузку в геометрически нелинейной постановке. Организация взаимодействия при расчете различных численных методов с целью повышения эффективности вычислений.
2. Разработка метода исследования контактного взаимодействия шины с плоскостью в геометрически нелинейной постановке.
3. Создание на базе разработанных методов методики определе-

НТБ МГТУ им. Н.Э. Баумана



1544684

Чернецов А.А. Решение конт



ния радиальной и боковой жесткости шины, а также коэффициента бокового увода, используемых при исследовании устойчивости движения и управляемости автомобиля.

Достоверность результатов исследования подтверждена численными экспериментами по оценке сходимости и точности разработанных алгоритмов, решением тестовых задач, сравнением расчетных результатов с расчетными и экспериментальными результатами, полученными другими авторами, проведением собственного экспериментального исследования.

Научная новизна. С применением метода конечных элементов (МКЭ) решена геометрически нелинейная задача о действии заданной локальной нагрузки на шину радиальной конструкции. Получены необходимые матрицы, составлена ЭВМ-программа определения напряженно-деформированного состояния (н.д.с.) основных элементов радиальной шины при действии нагрузки, приближенно моделирующей контактное взаимодействие с опорой. Разработан многоуровневый алгоритм расчета шины на основе сочетания метода расчета в тригонометрических рядах по линеаризованным уравнениям и нелинейного анализа МКЭ. Решена геометрически нелинейная задача о контакте шины с плоскостью на основе модернизации метода Удзавы применяемого в нелинейном программировании, составлена ЭВМ-программа, численно исследована сходимость метода. Впервые предложен способ вычисления боковой жесткости и коэффициента бокового увода радиальной шины на основе модели слоистой оболочки, реально отражающей основные конструктивные свойства объекта. Разработана методика расчета количественного распределения работы обжатия по конструктивным элементам шины, произведена экспериментальная проверка полученных результатов.

Практическая ценность работы состоит в том, что предлагаемые методы и программы позволяют получать н.д.с. в основных элементах радиальной шины с большей точностью, чем ранее, определять форму и размеры контактного отпечатка, распределение контактного давления, вычислять внешние характеристики шины. Использование разработанного метода позволяет более рационально подходить к конструированию новых типов шин, значительно сократить объем необходимых экспериментальных исследований. Решены некоторые практические задачи расчета легковых радиаль-

ных шин 175/70P13 модель ИН-251 и 165/70P13 модель ЕХ-85. Методика расчета и разработанные программы переданы в НИИ шинной промышленности для внедрения.

Апробация работы. Основные положения и результаты работы докладывались на конференциях аспирантов кафедры "Прикладная механика" МГТУ им.Баумана (1991, 1992 гг.), на 49-й, 50-й и 51-й научно-исследовательских конференциях МАДИ (1991, 1992, 1993 гг.), на отраслевой научно-технической конференции "Научные основы и пути создания шин и технологии их производства уровня 2000 года" (Москва 1988 г.), на третьем Всесоюзном симпозиуме "Проблемы шин и резинокордных композитов. Нелинейность и нестационарность" (октябрь 1991 г., Москва), на четвертом симпозиуме "Проблемы шин и резинокордных композитов. Экология и ресурсосбережение" (Москва 1992 г.), на пятом симпозиуме "Проблемы шин и резинокордных композитов. Качество - конструирование и технология" (Москва 1993 г.), на XV Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин (август-сентябрь 1990г. Казань).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 9 печатных работ.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из 5 глав и 2 приложений.

Краткое содержание работы.

Во введении обосновывается актуальность темы диссертации, формулируется цель работы. Кратко характеризуется объект исследования -автомобильная пневматическая шина. Вычислительные проблемы, возникающие при расчете автомобильных шин, обусловлены большими перемещениями точек в окрестности контакта, значительными деформациями поперечного сдвига, а также особенностями конструкции. Современные шины состоят из значительного количества слоев, в каждом из которых объединены материалы с жесткостными свойствами, отличающимися на несколько порядков: резина и металлокорд, текстильный корд и нити из синтетических высокомодульных материалов (СВМ). Такая конструкция приводит к сильной анизотропии упругих свойств шины в целом.

Разрабатываемые методы расчета связаны с типом шин. В

настоящее время наиболее перспективными считаются радиальные шины, характерной особенностью которых является мощный брекер, армированный металлокордом или кордом из СВМ под углом не менее 65 градусов к меридиану. Это придает брекеру большую жесткость в окружном направлении.

Рассмотрено построение диссертационной работы, основное содержание отдельных глав и кратко изложен предложенный метод расчета.

Первая глава посвящена анализу литературы по теме диссертационной работы. Наиболее распространенной моделью пневматической шины является многослойная анизотропная оболочка. В создание теории расчета таких оболочек большой вклад внесли Н.А.Алфутов, С.А.Амбарцумян, В.В.Болотин, В.В.Васильев, Э.И.Григолюк, Я.М.Григоренко, П.А.Зиновьев, В.Н.Москаленко, Ю.Н.Новичков, Б.Г.Попов, Ю.М.Тарнопольский, В.И.Усюкин, П.П.Чулков и другие.

Первые работы, посвященные расчету диагональных шин, принадлежат В.Л.Бидерману. В качестве расчетной модели использовалась сетчатая оболочка. В дальнейшем применением теории сетчатых оболочек к расчету диагональных шин занимался Б.Л.Бухин. Им была решена неосесимметричная задача о действии произвольной нагрузки, рассматривались нерастяжимые и растяжимые (в том числе и нелинейно) нити. Применялся метод численного интегрирования дифференциальных уравнений, разложенных в одинарные тригонометрические ряды. Контактную задачу для диагональной шины методом конечных разностей решал И.К.Николаев.

Наиболее распространенной моделью для расчета радиальных шин стали слоистые анизотропные оболочки. В работах Э.И.Григолюка с соавторами рассматривалась в нелинейной постановке осесимметричная задача надувки шины, использовалась гипотеза С.П.Тимошенко как для всего пакета слоев, так и послойно. Произвольную нагрузку в нелинейной постановке для крупногабаритных шин рассматривал Э.Н.Кваша.

Известны и другие модели радиальных шин. В работах О.Н.Мушина подробно с учетом многих факторов разрабатывалась модель кольца на упругом основании.

Для малослойных радиальных пневматических шин В.Л.Бидер-

маном и Э.Я.Левковской предложена модель составной трехслойной оболочки. По этой модели шина считалась состоящей из двух оболочек: боковая стенка моделировалась монотропной безмоментной оболочкой, а беговая часть - трехслойной ортотропной оболочкой, образованной двумя ортотропными мембранными слоями, разделенными податливой резиновой прослойкой. Такая модель наряду с относительно небольшим количеством кинематических переменных позволяет получить осредненные по слоям деформации основных конструктивных элементов шины (каркаса и брекера) и осредненные по толщине деформации поперечного сдвига в прослойке.

Эта модель использовалась многими авторами, но наиболее широкое применение она нашла в работах А.Е.Велкина. Им был решен ряд практически важных задач. Задача о действии заданной локальной нагрузки на шину решалась в два этапа. На первом в геометрически нелинейной постановке решалась осесимметричная задача нагружения шины внутренним давлением. Второй этап связан с определением дополнительных деформаций, вызванных действием неосесимметричной нагрузки, они считаются малыми и решение проводится по линеаризованным уравнениям. Нагрузка раскладывается в тригонометрические ряды по окружной координате, проводится численное интегрирование для отдельных гармоник с применением ортогонализации по С.К.Годунову. Для решения контактной задачи по линеаризованным уравнениям применялся метод коллокаций в сочетании с методом матриц влияния.

В литературном обзоре особо выделены работы, базирующиеся на вариационной постановке контактных задач. Вариационная постановка приводит к экстремальным задачам с ограничениями в виде неравенств, задачам математического программирования. Некоторые простые контактные задачи можно решить прямым использованием стандартных алгоритмов математического программирования (работы Панагисотопулоса). Для решения практических задач применяются другие численные методы. Так в трудах Зенкевича, Риджерса, Бате, Тейлора используется МКЭ в сочетании с методами штрафа, а также метод множителей Лагранжа. Резко усложняет задачу учет нелинейности, как правило в такой постановке решаются лишь контактные задачи для тел простейшей формы и однородной внутренней структуры. Наиболее эффективны для не-

линейных задач методы вложенных итераций, сочетающих итеративное выполнение контактных условий и решение собственно нелинейной задачи.

На основе изучения литературы проведен анализ рассмотренных в них проблем механики шин, применяемых методов решения поставленных задач. В качестве расчетной модели радиальной шины выбрана модель трехслойной оболочки. Поставлены задачи для диссертационной работы. Сделан вывод о необходимости учета геометрической нелинейности, в том числе и при решении контактной задачи, необходимости комбинирования различных методов в одном алгоритме с целью повышения его эффективности.

Во второй главе на основе вариационного принципа Лагранжа выведены нелинейные уравнения для решения задачи о нагружении шины заданной локальной нагрузкой. Получены необходимые соотношения и матрицы для решения задачи МКЭ с помощью итерационной процедуры Ньютона.

Для трехслойной пневматической оболочки с мембранными несущими слоями вариационное уравнение Лагранжа имеет вид

$$\int_{\Omega} \left(\sum_{k=1}^2 \delta\{\epsilon\}_{(k)}^T \{T\}_{(k)} + \delta\{\gamma\}^T \{Q\} - \delta\{u\}^T \{g\} \right) d\Omega - p \delta V = 0, \quad (1)$$

здесь $\{\epsilon\}_{(k)}$, $\{T\}_{(k)}$ - векторы мембранных деформаций и усилий во внешних слоях трехслойной оболочки, (k) - номер слоя, $\{\gamma\}$, $\{Q\}$ - векторы деформаций поперечного сдвига и поперечных сил в прослойке, $\{u\}$ - вектор перемещений точки, содержащий по два тангенциальных перемещения каждого внешнего слоя и общее нормальное перемещение, $\{g\}$ - вектор внешней нагрузки, p - внутреннее давление воздуха в шине, V - изменение объема внутренней полости оболочки.

Связь мембранных деформаций с перемещениями определена соотношениями квадратичной теории

$$\begin{aligned} \epsilon_1(k) &= e_1(k) + 0.5(\omega_1^2(k) + \vartheta_1^2(k)) \\ \epsilon_2(k) &= e_2(k) + 0.5(\omega_2^2(k) + \vartheta_2^2(k)) \\ \gamma_{12}(k) &= \omega_1(k) + \omega_2(k) + \vartheta_1(k)\vartheta_2(k) \end{aligned} \quad (k) = 1, 2 \quad (2)$$

При переходе от деформаций к перемещениям вариационное уравне-

ние (1) приобретает вид

$$\int_{\Omega} \left\{ \sum_{k=1}^2 [([B] + [B^*]_{(k)}) \delta\{u\}_{(k)}\}^T \{T\}_{(k)} + ([B_g] \delta\{u\})^T \{Q\} - \delta\{u\}^T \{g\} - 0.5p \delta\{u\}^T \{1\} [M] \{u\}_{(1)} - 0.5p ([M] \delta\{u\}_{(1)})^T \{u\}_{(1)} \right\} d\Omega = 0, \quad (3)$$

где $[B]$ - матрица связи линейной части вектора деформаций с перемещениями, $[B^*]$ - аналогичная матрица для нелинейной части вектора деформаций, $[B_g]$ - матрица связи деформаций сдвига прослойки с перемещениями, $[M]$ - матрица, связанная с изменением потенциала сил внутреннего давления.

В результате аппроксимации перемещений с помощью функций формы получена система нелинейных уравнений МКЭ

$$\sum_e \left\{ \sum_{k=1}^2 [I]_{(k)}^T \int_{\Omega_e} ([\bar{B}] + [\bar{B}^*]_{(k)})^T \{T\}_{(k)} d\Omega + [K_g] \{q\} - \{F\} \right\} = 0, \quad (4)$$

где $[I]_{(k)}$ - матрица связи перемещений слоя и узловых перемещений конечного элемента оболочки, $[K_g]$ - матрица жесткости прослойки, $\{F\}$ - вектор узловых сил, вычисленный с учетом следящего характера внутреннего давления.

Уравнение (4) представляет собой систему нелинейных уравнений вида $\{\Phi(\{q\})\} = 0$. Для ее решения использован метод Ньютона. В результате вариирования получена система уравнений итерационного процесса для нахождения поправки $\Delta\{q\}$ к вектору узловых перемещений $\{q\}$

$$([K_T]_i - [K_P]) \Delta\{q\}_i - \{F\} - \{R_i\}, \quad (5)$$

здесь $[K_P]$ - матрица, связанная со следящим характером внутреннего давления, $\{R_i\}$ - вектор приведенных к узлам внутренних сил, $[K_T]_i$ - матрица тангенциальных жесткостей, пересчитываемая на каждом итерационном шаге i

$$[K_T] = \sum_{k=1}^2 [K_O]_{(k)} + [K_g] + \sum_{k=1}^2 [K_L]_{(k)}$$

$[K_O]_{(k)}$ - матрицы жесткости внешних слоев согласно линейной теории оболочек, $[K_L]_{(k)}$ - матрицы жесткости внешних слоев, обус-

ловленные квадратичными слагаемыми в соотношениях (2).

Сходимость итерационного процесса определялась по уменьшению средневзвешенного значения нормы вектора правой части уравнения (5) до малого положительного числа, определяемого опытным путем.

В главе 3. изложен алгоритм решения задачи о контакте радиальной шины с плоскостью.

При реальных нагрузках прогибы шины в области контакта весьма значительны, сильно меняется кривизна ее профиля, поэтому контактная задача рассматривается в геометрически нелинейной постановке. В предлагаемом решении считается, что трение в площадке контакта отсутствует. Такое допущение возможно, поскольку влияние сил трения на размеры пятна контакта и распределение контактного давления невелико.

Существенное влияние на результаты решения контактной задачи оказывает кривизна профиля внешней поверхности протектора, а при точном исследовании и его собственное обжатие. Поэтому расчетная модель трехслойной оболочки дополнялась четвертым винклеровским упругим слоем, моделирующим протектор. Предполагалось, что этот слой может иметь переменную толщину и различные жесткости по разным направлениям.

Условия контакта могут быть записаны таким образом

$$\begin{cases} g_n(x, \varphi)(\delta_n(x, \varphi) - u_B(x, \varphi)) = 0 \\ g_n(x, \varphi) \leq 0 \\ \delta_n(x, \varphi) - u_B(x, \varphi) \geq 0, \end{cases} \quad \text{на } \Omega_c \quad (6)$$

здесь Ω_c - предполагаемая площадка контакта, ее форма и возможные предельные размеры могут быть указаны из геометрических и физических соображений, $g_n(x, \varphi)$ - контактное давление, нормальное к опорной плоскости, $u_B(x, \varphi)$ - вертикальные перемещения точек наружной поверхности протектора, $\delta_n(x, \varphi)$ - начальные зазоры между поверхностью протектора и плоскостью.

В опорной плоскости при отсутствии трения происходит проскальзывание

$$\begin{cases} u_t(x, \varphi) \neq 0 \\ g_t(x, \varphi) = 0, \end{cases} \quad \text{на } \Omega_c$$

здесь $g_t(x, \varphi)$, $u_t(x, \varphi)$ - усилия и перемещения точек в плоскости

контакта.

При вариационной постановке контактной задачи уравнение Лагранжа принимает вид вариационного неравенства. Для линейно упругого материала его решение эквивалентно задаче минимизации функционала полной потенциальной энергии с ограничениями в виде неравенств (6) на множестве функций перемещений, удовлетворяющих кинематическим граничным условиям и условиям контакта.

Предлагаемое решение строится на основе алгоритма Удавы, являющегося вариантом градиентного метода решения экстремальных задач с ограничениями. Применению вариационных методов, в частности метода Удавы, к решению контактных задач посвящен ряд теоретических работ А.С.Кравчука. Как показали численные эксперименты, при использовании этого алгоритма для геометрически нелинейной контактной задачи требуется корректировка. С целью ускорения сходимости алгоритм модернизирован: использован переменный шаг и более рациональный выбор траектории подхода к седловой точке. В окончательном варианте итерационный метод заключается в поэлементном изменении контактного давления следующим образом

$$g_n^{i+1} = \begin{cases} 0, & \text{если } \lambda^i > \lambda_*, \\ 0, & \text{если } |g_n^i| < g_{n*} \text{ и } \lambda^i > 0, \\ g_n^i - \rho \lambda^i, & \text{в остальных случаях;} \end{cases}$$

здесь $\lambda^i = \delta_n - u_B^i$ - проникание точки наружной поверхности шины внутрь опорной плоскости, либо отставание от нее ($\lambda < 0$ соответствует прониканию точки шины внутрь плоскости, $\lambda > 0$ отставанию) λ_* , g_{n*} - малые пороговые значения отставания и контактного давления, определяемые путем вычислительного эксперимента, i - номер итерации,

$$\rho = k g_n^i / u_B^i$$

- числовой параметр, где k - коэффициент, выбираемый в зависимости от близости приближенного решения к достижению сходимости

ти при выполнении условий контакта.

Глава 4 посвящена изложению алгоритма многоуровневого расчета шины, в котором организовано взаимодействие МКЭ и метода одинарных тригонометрических рядов с целью повышения точности и эффективности решения.

В шине, как правило, область больших перемещений ограничивается сравнительно небольшой зоной, расположенной в окрестности поверхности взаимодействия с опорой. Так при обычных эксплуатационных нагрузках размер этой зоны по угловой координате составляет величину порядка $1/4-1/3$ окружности шины. В остальной, большей части шины перемещения, вызванные обжатием на плоскость, невелики, там деформированное состояние может быть определено по уравнениям линейной теории оболочек. В диссертации реализован следующий алгоритм исследования н.д.с. шины.

Вначале используется метод расчета, предложенный А.Е.Белкиным, и реализованный в виде вычислительного комплекса "Каскад". С помощью этого комплекса расчет шины осуществляется в два этапа. На первом этапе решается осесимметричная задача надувки. Поскольку радиальная шина в ненакачанном состоянии представляет собой весьма податливую оболочку, то задача решается в геометрически нелинейной постановке. Для решения нелинейной одномерной краевой задачи используется метод последовательных приближений Ньютона-Канторовича. На втором этапе проводится расчет неосесимметричной деформации шины от локальной нагрузки, приближенно соответствующей давлению в контакте с дорогой. Расчет выполнялся на основе уравнений, полученных путем линеаризации геометрически нелинейных уравнений в окрестности осесимметричного начального состояния надутой шины. Для решения использован метод одинарных тригонометрических рядов по окружной координате в сочетании с методом ортогонализации Годунова при поиске каждой гармоник напряженного состояния.

В окрестности зоны контакта деформированное состояние шины должно быть изучено более точно с привлечением нелинейных уравнений. С этой целью применяется МКЭ. Область больших перемещений выделяется двумя меридианами, расположенными симметрично относительно пятна контакта. На граничных меридианах вы-

деленной области задаются перемещения, вычисленные методом тригонометрических рядов. Для внутренних точек выделенной области линейное решение используется в качестве начального приближения итерационного процесса. Эту же область можно рассматривать и при решении контактной задачи.

В качестве конечного элемента использовались четырехугольные восьмиузловые элементы двоякой кривизны, очерченные линиями главных кривизн. Перемещения аппроксимировались с помощью функций формы для прямоугольного сирендипова элемента второго порядка. Путем численного эксперимента исследовано влияние различных схем численного интегрирования при вычислении матриц жесткости на точность решения. Установлено, что наилучшие результаты дает схема смешанного интегрирования, где по двухточечной сокращенной схеме вычисляется матрица жесткости прослойки $[K_p]$ и по полной трехточечной схеме - матрицы жесткости мембранных слоев $[K_0]_{(k)}$ и $[K_L]_{(k)}$.

Для проверки эффективности разработанного метода был проведен ряд расчетов легковых радиальных шин 175/70P13 модели ИН-251 и 165/70P13 модели ЕХ-85. Сопоставлением с экспериментальными данными установлено, что учет нелинейных слагаемых дает более точную картину деформированного состояния. На рис.1 показаны графики изменения деформаций корда в каркасе для сечения шины, проходящего через центр пятна контакта, при обжимающей силе 4кН и внутреннем давлении 0,2 МПа. Сплошной линией даны результаты решения по МКЭ, пунктирной - по линеаризованным уравнениям.

Для этих же моделей шин был решен ряд контактных задач при разных значениях нагрузки и внутреннего давления. Результаты решения сравнивались с экспериментальными данными, полученными в НИИШП. На рис.2 показано распределение контактного давления по ширине беговой зоны в середине области контакта для шины 165/70P13 при нагрузке 3630 Н и внутреннем давлении 0,2 МПа, сплошные линии - результаты решения контактной задачи, пунктирные - эксперимент.

В главе 5 предложен метод численного определения некоторых наиболее важных внешних характеристик шины, необходимых для изучения качения эластичного колеса в задачах устойчи-

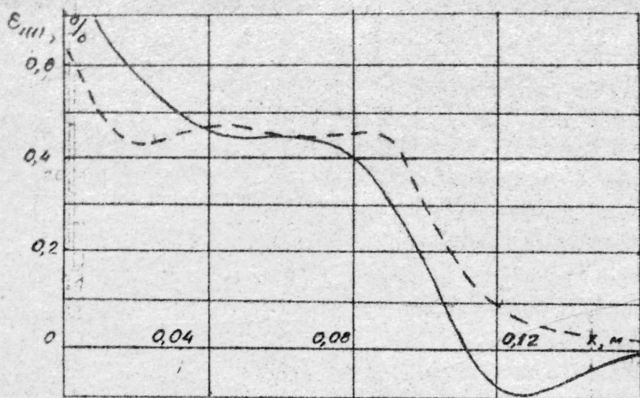


рис.1

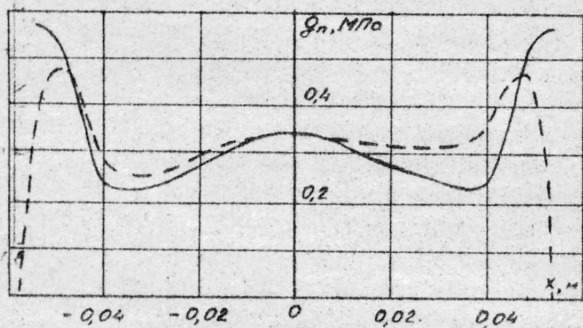


рис.2

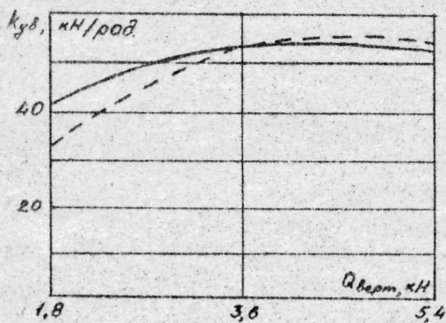


рис.3

вости, управляемости, расчета рулевого управления. При решении таких задач учитывается динамика процесса, поэтому используются самые простые модели шины: гибкая нить, балка, модель щетки на жестком диске. Для "настройки" модели на реальную шину служат внешние характеристики, которые должны определяться по модели, учитывающей структуру шины: геометрию профиля, жесткости корда и резины, углы закроя корда. В настоящее время внешние характеристики шин определяются экспериментально.

При действии боковой силы на вращающееся колесо происходит отклонение вектора поступательной скорости колеса от плоскости жесткого диска, это явление носит название бокового увода. При малых значениях боковой силы справедлива линейная зависимость

$$\delta_{ув} = k_{ув} Q_{бок}$$

$Q_{бок}$ - боковая сила, $\delta_{ув}$ - угол увода, $k_{ув}$ - коэффициент бокового увода. Для определения $\delta_{ув}$, $k_{ув}$ решалась задача о стационарном боковом уводе. Обжатая на плоскость шина дополнительно нагружалась боковой силой, распределенной по площадке контакта, найденной при решении контактной задачи. Распределение боковой нагрузки задавалось по линейному закону с учетом возможного проскальзывания в конце контакта. Были определены коэффициенты бокового увода для шины 165/70P13 модель EX-85 при различных значениях обжимающей силы и внутреннего давления, полученные значения сравнивались с экспериментальными данными НИИШП (рис.3). Здесь сплошные линии - результат расчета, пунктирные - эксперимент.

В приложении 1 проведено тестирование предложенного метода и составленных программ на примере решения геометрически нелинейной осесимметричной задачи надувки радиальной шины 175/70P13. Результаты, полученные с помощью МКЭ, сравниваются с результатами, полученными А.Е.Велкиным интегрированием дифференциальных уравнений.

Приложение 2 посвящено экспериментальному и расчетному изучению распределения энергии при обжатии шины. Это исследо-

вание выполнено с целью интегральной оценки качества разработанной математической модели. Работа, совершаемая силой обжатия, затрачивается на увеличение потенциальной энергии деформации материала шины (структурная составляющая) и на работу сжатия воздуха (пневматическая составляющая). Структурная составляющая обычно связывается с потерями энергии при качении шины, поэтому желательно, чтобы эта величина была по возможности минимальна. Был поставлен эксперимент по определению работы внешней силы и ее части, затрачиваемой на увеличение потенциала сил внутреннего давления. Эти же величины вычислялись с помощью разработанной программы решения контактной задачи. Сопоставление результатов позволяет говорить о достаточной точности численного определения составляющих энергии обжатия, что свидетельствует об адекватности математической модели шины.

Выводы по работе. В диссертации разработаны метод и программа расчета радиальных шин на основные виды эксплуатационной нагрузки с использованием модели трехслойной оболочки в геометрически нелинейной постановке. Основные результаты работы представлены ниже.

1. Вариационным методом с учетом квадратичных по перемещениям слагаемых в выражениях для деформаций выведены нелинейные уравнения МКЭ. В уравнениях учтен следящий характер внутреннего давления. Для решения нелинейных уравнений МКЭ применен итерационный метод Ньютона. Для улучшения характеристик оболочечного конечного элемента при формировании матриц жесткости применена смешанная схема численного интегрирования по Гауссу.

2. Составлена программа, реализующая разработанный метод, ориентированная как на мощные машины серии ЕС и VAX, так и на персональные ЭВМ типа IBM PC/AT. Проведено тщательное тестирование составленной программы на решении осесимметричной задачи надувки шины в нелинейной постановке, результаты сравнивались с решением задачи с помощью численного интегрирования дифференциальных уравнений. Обнаружено хорошее совпадение результатов. Решен ряд практических задач расчета шин на заданную наг-

рузку, приближенно моделирующую контактную. Проведено сопоставление с экспериментальными данными, свидетельствующее о достаточной для практических целей точности разработанного метода.

3. В геометрически нелинейной постановке решена задача о контакте шины с недеформируемой плоскостью. Разработан итерационный алгоритм на основе метода Удзавы. Решен ряд контактных задач для шин 175/70P13 модели ИН-251 и 165/70P13 модели EX-85. Получено распределение контактных давлений, а также размеры и форма области контакта. Решением ряда контактных задач при разных значениях внутреннего давления построены серии нагрузочных характеристик шин. Проведено сопоставление полей деформаций и контактного давления с экспериментальными данными НИИШП. Установлена удовлетворительная точность расчетного определения характеристик контактного взаимодействия.

4. С целью повышения эффективности работы программы разработан многоуровневый алгоритм расчета шины на основе взаимодействия МКЭ и метода одинарных тригонометрических рядов.

5. С помощью разработанного метода решения контактной задачи численно изучено распределение работы обжатия шины на структурную и пневматическую составляющие. С целью интегральной проверки точности разработанного метода проведено экспериментальное изучение этих величин, установлено их хорошее соответствие. Предложенный способ определения доли структурной составляющей в работе обжатия дает возможность проводить сравнительную оценку работоспособности шин по этому критерию.

6. Впервые на основе модели шины как многослойной оболочки решена задача о стационарном боковом уводе; определены боковая жесткость и коэффициент бокового увода для шины 165/70P13 модели EX-85 при различных значениях обжимающей силы и внутреннего давления. Сравнением с экспериментальными данными НИИШП подтверждена возможность прогнозирования выходных характеристик шин расчетным путем. Описан способ вычисления продольной и поворотной жесткостей.

7. Вычислительные программы внедрены в расчетную практику отдела механики шин НИИШП.

Основное содержание диссертации отражено в следующих ра-

1. Белкин А.Е., Чернецов А.А. Расчет оболочек, слабо сопротивляющихся поперечным сдвигам, методом конечных элементов // Расчеты на прочность. - 1986. - Вып.27. - С.274-281.

2. Белкин А.Е., Чернецов А.А. Расчет радиальных шин по нелинейной теории трехслойных оболочек // Изв.вузов. Машиностроение. - 1988. - N 3. - С.86-91.

3. Расчетное и экспериментальное исследование деформаций резинокордных оболочек вращения (радиальных шин). / А.Е. Белкин, В.З. Гандельсман, С.Л. Соколов и др. // Труды XV Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин. - Казань, 1990. - С.480-485.

4. Белкин А.Е., Чернецов А.Е. Методика расчета напряженно-деформированного состояния легковых радиальных шин по нелинейной теории трехслойных оболочек // Проблемы шин и резинокордных композитов, нелинейность и нестационарность: Третий всесоюзный семинар. - М. -1991. - С.18-24.

5. Чернецов А.А. Решение контактной задачи для радиальной шины в геометрически нелинейной постановке // Проблемы шин и резинокордных композитов. Экология и ресурсосбережение: Четвертый симпозиум. - М. -1992. -С.10-14.

6. Белкин А.Е., Чернецов А.А. Методика расчета напряженно-деформированного состояния легковых радиальных шин по нелинейной теории трехслойных оболочек // Вестник МГТУ. Машиностроение. - 1993. -N 2. -С.113-125.

7. Чернецов А.А. Решение контактной задачи для радиальной шины в геометрически нелинейной постановке // Каучук и резина. -1993. -N 2. -С.14-17.

8. Чернецов А.А. Определение внешних характеристик пневматических шин на основе решения контактной задачи. // Проблемы шин и резинокордных композитов. Качество - конструирование и технология: Пятый симпозиум. - М. -1993. -С.211-215.

9. Calculation and experimental strain study of shells of revolution from polymer composites / A.E. Belkin , V.Z. Gandelzman, S.L. Sokolov et and. // Mechanics of polymer composites: Third International Symposium. -Prague, 1991. - P.292-298.