1544770

Московский Государственный технический университет
имени Н.Э.Баумана

На правах рукописи

ГАВРЮШИН Сергей Сергеевич

УДК 531.2:517.9:539.4:621.01:62.27

Разработка методов расчета и проектирования упругих оболочечных конструкций приборных устройств

01.02.06 - динамика, прочность машин приборов и аппаратуры.

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
доктора технических наук

Москва - 1994

Работа выполнена в Московском Государственном техническом университете им. Н.Э.Баумана.

Официальные оппоненты: доктор технических наук, профессор В.И.Мяченков

доктор физико-математических наук, профессор И.Г.Терегулов

доктор технических наук, профессор Л.А.Шаповалов

НТБ МГТУ им.Н.Э.Баумана
1544770
Гаврюшин С.С. Разработка м

Ведущее предприятие - Научно-исследовательский институт радиокомпонентов (НИИ РК)

Защита диссертации состоится "23" июня 1994 г. в 14 30 часов на заседании специализированного совета Д 053.15.08 при Московском Государственном техническом университете им. Н.Э.Ба

107005, Москва,

С диссертацией МГТУ им. Н.Э.Баумана.

Автореферат разо

Ученый секретарь специализированного с к.т.н., доцент

1544770

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы. Детали и элементы, выполненные в форме гибких стержней, пластин, оболочек, составных тонкостенных объектов, находят все более широкое применение в конструкциях современных машин, устройств и приборов. Наряду с известными конструктивными исполнениями в последние годы появился спектр новых изделий, в которых используются гибкие тонкостенные элементы, реализующие особые свойства и качества. Процесс нелинейного деформирования таких упругих элементов зависит от целого комплекса внешних параметров, то есть является многопараметрическим. В целом ряде устройств форма элемента при деформировании изменяется хлопком, причем именно реализация этого эффекта определяет важнейшие рабочие характеристики устройства в целом. Наряду с традиционными требованиями прочности, долговечности, надежности к конструкциям предъявляется ряд дополнительных и специфических требований: реализация дискретного срабатывания при монотонно изменяющемся внешнем воздействии, тактильность, эргономичность. Важное практическое значение приобретает проблема назначения научно обоснованных допусков на этапах изготовления и сборки, при которых сохраняется работоспособность изделия, и тесно связанная с ней задача проектирования изделий, малочуствительных к технологическим погрешностям. Анализируя проблемы, возникающие при расчетах и проектировании упругих элементов современных коммутационных и исполнительных устройств, следует признать, что известные подходы и методы расчета, хорошо зарекомендовавшие себя для традиционных упругих элементов, оказываются либо совсем не пригодными для рассматриваемого класса изделий, либо не позволяют учесть все особенности сложного многопараметрического процесса нелинейного деформирования в полном объеме и с требуемой точностью. Актуальность работы определяется необходимостью теоретического обобщения и решения крупной научно-технической проблемы, имеющей важное народно-хозяйственное значение, связанной с разработкой методов расчета и проектирования гибких упругих элементов коммутационных и исполнительных устройств, которые позволят улучшать качества и потребительские свойства существующих изделий и создавать принципиально новые, опережающие современный мировой уровень конструкции.

МВТУ им. Н.Э. Баумана БИБЛИОТЕКА

15441250

Цель и задачи работы. Диссертация посвящена разработке методов расчета и проектирования для класса гибких упругих элементов, используемых в конструкциях коммутационных и исполнительных устройств, которые в процессе сборки, настройки и эксплуатации испытывают сложный многопараметрический процесс нелинейного деформирования, характеризующийся большими перемещениями, хлопками, изменением условий закрепления, опирания или контакта, а также сменой параметров внешнего возмущения.

Для достижения поставленной цели в работе потребовалось: теоретически обобщить проблему и выработать единую стратегию исследований, разработать численные модели упругих элементов и алгоритмы их реализации на ЭВМ, создать прикладное программное обеспечение. В задачи работы входило дать ответ на вопросы, которые к настоящему времени недостаточно либо совсем не освещены в литературных источниках. К таким вопросам относятся:

- численное определение требуемых нелинейных зависимостей для гибкого элемента (и устройства в целом) на всех стадиях процесса нелинейного деформирования;
- учет предварительного нелинейного деформирования конструкции на этапах сборки и (или) настройки;
- учет изменяющихся (в том числе и дискретно) в процессе деформирования условий закрепления, опирания и (или) контакта;
- численное моделирование процессов поведения системы при изменении ее физико-геометрических характеристик.

Научная новизна. Диссертация является самостоятельной оригинальной научно-исследовательской работой, представляющей собой теоретическое обобщение и решение крупной научной проблемы. На защиту выносятся основные, содержащие элемент научной новизны положения диссертации, сформулированные в в нижеперечисленных пунктах.

1. Многопараметрический подход к исследованию сложных процессов нелинейного деформирования гибких упругих элементов.

2. Прием "смены подпространства управляющих параметров", основанный на использовании методов продолжения и позволяющий выявить картины перестроек при переходе параметров через критические значения и обойти трудности, возникающие при реализации численного счета в окрестностях бифуркационных точек.

3. Модифицированный вариант метода дискретного продолжения по параметру, сочетающий ясный с физических позиций смысл параметра продолжения решения и эффективные стороны подходов, использующих искусственные параметры продолжения.

4. Новые результаты для канонических и тестовых задач, полученные с помощью предложенного подхода, связанные с построением поверхностей равновесных состояний, определением бифуркационных точек, построением картин перестроек и устойчивым получением изолированных решений.

5. Новый метод проектирования гибких упругих элементов с заданной нелинейной характеристикой, основанный на использовании многопараметрического подхода к исследованию и приема "смены подпространства управляющих параметров".

6. Расчетные модели для ряда типов гибких упругих элементов, отличающиеся экономичностью и пригодные для эффективного численного моделирования многопараметрических процессов нелинейного деформирования упругих элементов существующих и перспективных конструкций.

7. Алгоритмы численного исследования и прикладное программное обеспечение (пакет "ПУРГА"), предназначенные для проведения широкого спектра прикладных расчетов на ПЭВМ средней производительности.

8. Новые и уточненные решения ряда прикладных задач расчета гибких упругих элементов коммутационных и исполнительных устройств.

9. Новые перспективные конструкции упругих элементов, использование которых позволит значительно повысить надежность и качество коммутационных и исполнительных устройств и снизить трудоемкость их производства.

Достоверность результатов. Достоверность научных положений, выводов и рекомендаций работы обоснована:

- строгим использованием классических механических концепций и адекватного математического аппарата;
- проверкой разработанных алгоритмов и программ расчета на большом числе модельных и тестовых задач;
- соответствием полученных численных результатов с данными экспериментов, с аналитическими, численными и экспериментальными данными, полученными другими авторами

и на предприятиях-изготовителях упругих элементов;

- положительным опытом внедрения разработанных методик и программного обеспечения в промышленности.

Практическая ценность работы определяется:

- разработкой методов, алгоритмов и прикладного программного обеспечения, получивших внедрение при расчетах и проектирования упругих элементов на ряде предприятий;

- проведением расчетов для большого количества прикладных задач и выдачей рекомендаций по рациональному проектированию широкого спектра упругих элементов коммутационных и исполнительных устройств;

- разработкой принципиально новых и патентно чистых конструкций упругих элементов.

Разработанные методы и программное обеспечение в той или иной степени внедрено на заводах и в научно-исследовательских организациях: НИИ РК и НИИ СЧЕТМАШ г.Москва, ПО "ПРОМПРИБОР" г.Орел, ПО "СЧЕТМАШ" г.Курск, РПЗ "ОРИЗОН" г.Смела и др.

Аппробация работы. Основные положения диссертационной работы были доложены на XII Всесоюзной конференции по теории пластин и оболочек (Ереван, 1980), Всесоюзной конференции "Научно-технический прогресс в машиностроении" (Москва, МВТУ, 1980), Симпозиуме по нелинейной теории оболочек и пластин (Казань,1980), Международной конференции NUMETA-85 (Суонси, Великобритания,1985), Всесоюзном семинаре "Технологические задачи ползучести и сверхпластичности (Новосибирск, 1986), XIY Всесоюзной конференции по теории пластин и оболочек (Кутаиси,1987), Региональном семинаре "Современные проблемы механики и управления в машиностроении" (Иркутск,1988), Семинаре по механике мягких оболочек под руководством профессоров С.А.Алексеева, В.Л.Бидермана,А.С.Григорьева, В.И.Усюкина (февраль 1988), II Всесоюзной конференции "Использование достижений нелинейной механики грунтов в проектировании оснований и фундаментов" (Йошкар-Ола, 1989),Всесоюзной научно-технической конференции "Автоматизация исследований,проектирования и испытаний сложных технических систем" (Калуга,1989), II Всесоюзном семинаре "Технологические задачи ползучести и сверхпластичности" (Фрунзе;1990), Региональной конференции

"Моделирование и автоматизация проектирования сложных технических систем (Калуга, 1990), Всесоюзной конференции "Расчет и управление надежностью больших механических систем" (Свердловск,1990),Региональной научно-технической конференции "Автоматизация исследований, проектирования и испытаний сложных технических систем и проблемы математического моделирования" (Калуга,1991), Международной конференции "Актуальные проблемы фундаментальных наук" (Москва,1991), Научно-техническом семинаре стран содружества "Технологические проблемы измельчения и активации" (Могилев,1992), Российской научно-технической конференции "Автоматизация исследования, проектирования и испытаний сложных технических систем" (Калуга, 1993), XXV Международной конференции по теории оболочек и пластин (Нижний Новгород, 1993), Российской научно-технической конференции "Новые технологии проектной отработки несущих конструкций механических систем" (Челябинск, 1993), Российской школе "Современные проблемы механики и математической физики" (Воронеж, 1994), II Международной научно-технической конференции "Актуальные проблемы фундаментальных наук" (Москва, 1994), научно-техническом совете НИИРК (1994), научно-технических семинарах кафедр РК-5 и СМ-1 МГТУ им. Н.Э.Баумана (1992,1993,1994).

Публикации. Основное содержание диссертации представлено в одной книге и 46 (из них 26 - в соавторстве) статьях, трудах и тезисах докладов конференций.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, семи глав, раздела с основными выводами по работе, списка литературы из 448 наименований и приложения. Общий объем работы 307 страниц, включая 10 таблиц и 66 рисунков. В приложении приведены документы о внедрении и практическом использовании результатов работы в промышленности.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении дается общая характеристика работы, обосновывается ее актуальность,научная новизна и практическая ценность.

Формулируются цели и задачи исследования. Определяется та ниша, на которую претендует работа среди многочисленных исследований, посвященных анализу процессов деформирования существенно нелинейных тонкостенных механических конструкций, и подчеркиваются ее отличительные особенности. Центральной идеей диссертационной работы является применение нового обобщенного подхода к исследованию сложных нелинейных процессов деформирования гибких упругих элементов, названного соискателем "многопараметрическим" подходом. Стратегия исследований в необходимой степени использует аппарат теории катастроф и идею "погружения" конкретной задачи в многопараметрическое семейство в той или иной мере сходных задач. Отличительной особенностью работы является использование для дискретной смены направления движения и обхода окрестностей бифуркационных точек специально разработанного приема численного счета - "приема смены подпространства внешних параметров". С его помощью трудоемкая задача исследования поведения системы в окрестностях особых точек методами теории ветвления заменяется численным исследованием картины перестроек при переходе внешних или управляющих параметров через критические значения. Для реализации процесса численного счета используется оригинальная модификация метода дискретного продолжения по параметру. Введение завершается кратким изложением содержания всех разделов диссертации.

Первая глава посвящена обзору методов расчета и проектирования гибких упругих элементов. В историческом контексте обсуждаются известные методы нелинейного анализа гибких тонкостенных конструкций. Подчеркивается тесная связь обсуждаемой проблемы с разработкой фундаментальных вопросов построения геометрически нелинейной теории тонких упругих оболочек.

Проблема расчета гибких деталей постоянно привлекала внимание крупных специалистов, начиная с первого классического исследования Л.Эйлером (1744) задачи о плоском изгибе тонкого нерастяжимого стержня. Необходимость учета нелинейности при расчете и проектировании пластин и панелей отмечалась в работах И.Г.Бубнова и Т.Кармана. Инженерная проработка вопросов исследования устойчивости тонкостенных конструкций принадлежит С.П.Тимошенко, А.Н.Крылову, П.Ф.Папковичу. До настоящего времени не потеряла актуальности задача расчета гибких деталей в форме

витых пружин. Наиболее полно эта проблема была рассмотрена в трудах С.Д.Пономарева. Методы расчета гибких стержневых систем при плоском изгибе были впервые предложены Е.П.Поповым. Проблема статического и динамического анализа гибких стержневых конструкций получила освещение в работах В.А.Светлицкого.

Успехи в области расчета гибких тонкостенных оболочечных конструкций тесно связаны с достижениями в области разработки нелинейной теории оболочек и пластин, современное состояние которой обогатили идеи В.З.Власова, И.Н.Векуа, А.С.Вольмира, И.И.Воровича, К.З.Галимова, А.Л.Гольденвейзера, Н.А.Кильчевского, В.Койтера, А.Л.Лурье, Х.М.Муштари, Л.Доннела, Э.Рейсснера, К.Маргерра, В.В.Новожилова, В.Флюгге, В.И.Феодосьева, Чен Вей-Цанга. Различные вопросы геометрически нелинейной теории фундаментального и прикладного характера получили развитие в работах Э.Л.Аксельрада, С.А.Алексеева, Н.А.Алумяэ, Н.А.Алфутова, Л.В.Андреева, Л.Е.Андреевой, Л.И.Балабуха, В.Л.Бидермана, Б.Будянского, Д.В.Вайнберга, Н.В.Валишвили, М.С.Ганеевой, Э.И.Григолюка, Я.М.Григоренко, А.С.Григорьева, В.И.Гуляева, В.С.Калинина, В.Я.Кантора, В.И.Климанова, Ю.Г.Коноплева, М.С.Корнишина, В.А.Крысько, А.Либаи, С.Лукасевича, В.И.Мяченкова, П.Нагди, Л.Нолте, Н.И.Ободан, П.М.Огибалова, В.Петрашкевича, А.В.Погорелова, В.В.Петрова, Г.И.Пшеничнова, Дж.Л.Сандерсам-мл, А.В.Саченкова, И.Симмондса, Л.С.Срубщика, Г.Стумпфа, И.Г.Терегулова, С.А.Тимашева, В.И.Усюкина, А.Н.Фролова, А.П.Филина, К.Ф.Черныха, Л.А.Шаповалова, Д.И.Шилькрута, Л.И.Шкутина, Р.Шмидта и др.ученых.

В ряде научных трудов нашли отражение непосредственно практические вопросы расчета и проектирования конкретных типов гибких упругих элементов, это работы Э.Л.Аксельрада, Э.И.Григолюка, посвященные биметаллических упругим элементам; Т.А.Гевондяна - пружинным аккумуляторам; Я.М.Цейтлина - упругим кинематическим устройствам; Г.Дубова и М.С.Жаворонкова - упругим опорам приборов; В.В.Осташявичуса - магнитоуправляемым контактным устройствам; В.П.Корсунова - упругим чуствительным элементам. В новом аспекте использования упругих чуствительных элементов как объектов информационной цепи вопросы теории и расчета изложены в монографии В.А.Светлицкого и О.С.Нарайкина. Наиболее полное и систематизированное отражение опыт, накопленный в области расчета упругих элементов машин и приборов, представлен в книгах Л.Е.Андреевой и С.Д.Пономарева.

В нелинейных механических системах даже при простых видах возмущения могут возникнуть сложные и трудно предсказуемые переходы. В современной математике эта проблематика изучается в рамках направления, получившего название "теория катастроф". Ее источниками являются теория устойчивости и бифуркаций динамических систем А.Пуанкаре, А.Ляпунова, А.Андронова и теория особенностей гладких отображений, ведущая отсчет от работ Х.Уитни. Современное состояния теории обязано трудам Р.Тома, Дж.Мазера, В.И.Арнольда, Т.Понстона, И.Стюарда, Р.Гилмора и других ученых. Идеи этой теории внедряются в исследования многопараметрических задач в случаях, когда свойства нелинейной конструкции и действующие на нее возмущения зависят одновременно от нескольких параметров. Такая ситуация характерна при решении обратных или проектировочных задач, а также, при исследованиях многоэтапных процессов с изменяющимися в ходе деформирования условиями нагружения и закрепления.

Известен ряд публикаций, большинство из которых появилось в последние годы, в которых применялись методы и приемы, представляющиеся нам наиболее близкими и созвучными с идеей, предлагаемого в диссертации "многопараметрического" подхода. На возможность численного исследования нелинейных задач теории тонких оболочек посредством использования дополнительных параметров впервые обратил внимание Н.В.Валишвили, который в своей монографии предложил алгоритм нахождения точки ветвления решения, посредством введения "нового" (внешнего) параметра, имеющего смысл малых начальных несовершенств системы. В.И.Гуляевым, В.А.Баженовым, Е.А.Гоцуляком рассматривались "обратные" задачи устойчивости сферических сегментов для случаев, когда внешними параметрами являлись толщина оболочки и интенсивность давления. Используя линеаризованные уравнения, дополненные условием равенства нулю определителя матрицы Якоби, строился процесс продолжения решения от заранее известного критического решения по бифуркационной кривой (по "гребню холма"). В.В.Кузнецовым и В.Ю.Ольшанским метод "погружения" использовался для получения начального приближения к решению нелинейной краевой задачи теории пологих оболочек вращения. Так или иначе, идеи теории катастроф использовались в работах И.М.Бермуса, Д.Динклера, Л.С.Срубщика, В.Кроплина, Л.Нолте, А.Риекстиньша, Г.Тетерса, Г.Трогера, Р.Шейдла и других ученых.

Функциональное совершенство и надежность огромного числа изделий, используемых в вычислительной технике, разнообразном контрольно-измерительном и технологическом оборудовании, бытовых приборов, в значительной степени определяется качеством различных коммутационных и исполнительных устройств. В последние годы появились и продолжаются интенсивные работы по созданию целого поколени устройств, в которых используются гибкие тонкостенные элементы с особыми функциональными свойствами и новыми качествами. К таким изделиям относятся тонкостенные элементы в форме упругих оболочек, мембран и куполов, используемые в клавиатурах компьютеров, электронных пишущих машинок, телефонных панелей и других устройствах ввода алфавитно-цифровой информации. Принципиально новой областью использования гибких упругих манометрических элементов являются исполнительные механизмы робототехнических устройств - "белых роботов", применяемые в вакууме и сверхчистых средах для межоперационной транспортировки и позиционирования полуфабрикатов изделий электронной техники при нанесении тонких пленок. Более совершенные конструкции, использующие гибкие упругие элементы, применяются в современных коммутационных устройствах, предохранителях и переключателях. Получают распространение новые конструкции термобиметаллических реле, отличающиеся от традиционных возможностью регулировки диапазона переключения, посредством предварительного механического деформирования.

Процесс деформирования упругих элементов, используемых в упомянутых новых изделиях современной техники, является сильно нелинейным. В большинстве устройств форма элемента при деформировании изменяется "хлопком", причем именно качество определяет работоспособность изделия. Важнейшие эксплуатационные характеристики изделия зависят от чуствительности конструкции к технологическим погрешностям изготовления, сборки и настройки. Спектр рассматриваемых устройств достаточно широк и каждая из приведенных прикладных задач могла бы стать темой отдельного научного исследования, однако, новые экономические условия и быстро изменяющиеся потребности рынка диктуют необходимость разработки широкой непрерывно обновляющейся номенклатуры изделий. Поэтому, одной из главных задач диссертационной работы являлось теоретическое обобщение описанной проблемы в целом.

Анализ реальных изделий показал, что, несмотря на многообразие конструктивных решений и функциональных назначений, рассматриваемые устройства обладают существенным сходством, которое позволяет объединить их в единый класс. Сходство заключается в наличии закономерностей, характерных для процессов нелинейного деформирования всех описанных упругих элементов. Вследствие специфических условий сборки, настройки и функционирования эти процессы являются сильно нелинейными и многопараметрическими по своему существу. В диссертации предлагается выделить описанные гибкие упругие элементы в отдельный класс прикладных задач и исследовать их с помощью единой стратегии названной в работе "многопараметрическим подходом".

Вторая глава посвящена описанию многопараметрического подхода, играющего роль единой методической основы для численного исследования процессов нелинейного деформирования. Основы предлагаемого подхода восходят к трудам Пуанкаре, посвященным исследованиям форм равновесия вращающейся жидкости. На связь задач упругой устойчивости с теорией бифуркаций указывали в своих работах В.В.Болотин, А.С.Вольмир, Г.И.Джанелидзе. Однако, практически подход не получил должного применения. Основным сдерживающим фактором явилось отсутствие эффективных и устойчивых алгоритмов численного счета. Построение в рамках многопараметрического подхода надежных алгоритмов численного счета входило в число основных задач диссертационной работы. Поведение рассматриваемых в работе упругих элементов описывается с помощью различных вариантов геометрически нелинейной лагранжевой теории тонких упругих оболочек. К особенностям записи определяющих соотношений следует отнести целенаправленное введение в уравнения двух и более независимых параметров, определяющих нелинейный процесс деформирования. Фактически уже на этапе построения численных моделей предопределяется, что каждая отдельная задача будет "погружена" в определяемое целями исследования многопараметрическое семейство задач. Семейство нелинейных краевых задач для систем дифференциальных уравнений в обыкновенных или частных производных одним из известных методов сводится к системе нелинейных уравнений вида

$$F(X^{(1)}, X^{(2)}) = 0 \qquad (1)$$

Предполагается, что в общем случае, система (1), имеющая порядок m, содержит m неизвестных $X_j^{(1)}$ (j=1,2,...,m), являющихся "внутренними" параметрами, характеризующими состояние системы, и зависит от переменных $X_j^{(2)}$ (j=1,...,n), которые трактуются как внешние параметры или параметры управления. Параметры управления для частного случая (1) могут входить в описание геометрии элемента, свойств материала, условий закрепления, внешних термомеханических воздействий и т.д. Разделение параметров на две группы в определенной степени условно. В случае однопараметрического семейства вектор $\mathbf{X}^{(2)}$ определяется через одну независимую скалярную величину или один параметр - q.

$$\mathbf{X}^{(2)} = \mathbf{X}^{(2)}(q) \qquad (2)$$

Совокупность всех решений (1) для заданного числа m+n внешних и внутренних параметров интерпретируется как некоторая поверхность (гиперповерхность) равновесных состояний, построенная в эвклидовом пространстве параметров R^{m+n}, а каждый однопараметрический процесс как некоторая траектория на этой поверхности. В пространстве состояний всех систем R^{m+n} можно описать последовательные равновесные состояния системы при монотонном изменении только одного из параметров $X_j^{(2)}$ ($j \in [1,...,n]$) при фиксированных значениях остальных n-1 компонент $\mathbf{X}^{(2)}$. Такие процессы можно трактовать как некоторые сечения поверхности равновесных состояний и рассматривать их в эвклидовом пространстве меньшей размерности, а именно в R^{m+1}. При этом управляющий параметр удобно считать равноправным с остальными параметрами задачи, рассматривая его как (m+1)-ю неизвестную расширенного вектора $\mathbf{X}$, и записывать систему уравнений, описывающих однопараметрический процесс в форме:

$$\mathbf{r}(\mathbf{X}) = \mathbf{0} \qquad (3)$$

Отметим, что порядок системы (3) равен m, и ее решение проводят с использованием дополнительного соотношения, содержащего независимую величину λ, называемую параметром продолжения.

$$f(\mathbf{X},\lambda) = 0 \qquad (4)$$

Проекция поверхности равновесных состояний в подпространство управляющих параметров наряду с регулярными может иметь и особые точки, в которых малое изменение управляющих параметров может вызвать резкий переход системы в новое состояние - бифуркацию или катастрофу. Такие значения параметров управления называют критическими, а частные случаи системы (1) - особыми или вырожденными, выделяя их среди случаев систем общего положения. Системы, описывающие реальные процессы нелинейного деформирования гибких элементов, зависят от параметров, которые не могут быть заданы абсолютно точно, и, как правило, являются системами общего положения. Вырожденные системы играют роль границ, отделяющих в пространстве всех параметров подобласти равновесных состояний, образованные системами общего положения. За счет малого изменении параметров, каждую индивидуальную вырожденную систему можно превратить в систему общего положения, однако, граница раздела, как таковая, остается, перемещаясь в пространстве состояний в некоторое другое положение для близких значений параметров. В приложении к исследованию равновесных состояний упругих систем в зависимости от одного параметра (например, нагрузки) особенности имеют вид складки, а в случае двух внешних параметров (коразмерность два) - особенности типа сборки Уитни. На существование такой особенности указал Койтер в 1945 г. задолго до провозглашения теории катастроф и, естественно, без ее применения. Однако, в более общих случаях исследование многообразия состояний сильно усложняется, и проанализировать поведение конструкции становится достаточно трудно. В работах по теории катастроф обосновывается возможность сведения задач анализа бифуркаций высоких коразмерностей к одномерным или двумерным задачам. Целесообразной оказывается стратегия исследований, построенная в соответствии с иерархией вырождений по коразмерностям: сначала изучаются случаи общего положения, затем вырождения коразмерности один, затем два и т.д. При этом исследование вырожденных систем должно включать описание перестроек, происходящих, когда параметр, меняясь, проходит через критическое значение. При численной реализации этой стратегии важнейшим инструментом исследователя становятся методы продолжения по параметру. В процессе счета особые трудности возникают в окрестностях точек бифуркации в силу нарушения условия единственности решений.

Традиционно в основу постбифуркационного анализа полагалась проблема нахождения всех действительных решений, выходящих из точки бифуркации, так называемая задача ветвления. Методы ее решения восходят к диаграмме Ньютона. В настоящее время возможности теоретического анализа ограничиваются случаем только однопараметрических задач. Предлагаемая в работе стратегия исследования многопараметрических нелинейных задач позволяет за счет специальной организации процесса численного счета в определенной мере обойти возникающие трудности. В случае однопараметрического семейства систем общего положения (3) могут иметь место неустранимые особенности только типа складки. Процедура реализации счета при прохождении окрестности предельных точек известна и хорошо отработана, например, с помощью приема "смены параметра", предложенного Н.В.Валишвили (1968). Особенности же коразмерности два и выше, как уже отмечалось, устраняются посредством "шевеления" параметров системы, что принципиально позволяет выбрать траекторию процесса, проходящую мимо окрестностей таких особых точек. Обход производится с помощью приема численного счета, названного нами "приемом смены подпространства управляющих параметров". Суть приема заключается в следующем: при подходе к окрестности особой точки следует перейти к другой однопараметрической системе (3), для которой проекция равновесной поверхности на ось параметра управления в рассматриваемом диапазоне его изменений не имеет особенностей коразмерности выше первой. Стратегия численного исследования представляет собой кусочно-гладкий процесс продолжения решения в пространстве состояний всех систем R^{m+n}, причем на каждом отдельном участке процесса анализ сводится к решению однопараметрического семейства задач (3) в подпространстве R^{m+1}. Переход от одного участка к другому проводится с помощью приема смены подпространства управляющих параметров.

Иллюстрация возможностей многопараметрического подхода показана на примере анализа критического поведения сферической оболочки под действием внешнего давления. В качестве граничных условий рассматривалось шарнирно-неподвижное опирание по контуру. Анализ проводился в пространстве коразмерности 3. В качестве компонент вектора внешних параметров, описывающих геометрию оболочки, использовались безразмерные величины b и γ. Нагрузка характеризовалась безразмерным внешним параметром Q.

$$b^2 = \sqrt{\eta}\,\frac{c^2}{Rh}\,, \quad \gamma = \frac{c}{R}\,, \quad Q = \sqrt[4]{\eta}\,\frac{p}{4E}\left(\frac{R}{h}\right)^2 \qquad (4)$$

Здесь c - радиус опорного контура, h - толщина, R - радиус кривизны оболочки, $\eta = 12(1 - \nu^2)$, ν - коэффициент Пуассона. В силу высокой размерности вектора $\mathbf{X}^{(1)}$ полное графическое описание поверхности равновесных состояний не представляется возможным. Поэтому на графиках, приведенных ниже, поверхность равновесных состояний представлена в виде своих проекций в двух- или трехмерные пространства, причем ось состояний системы ассоциируется с той или иной характерной величиной, несущей информацию о деформированном состоянии оболочки. В качестве таких величин используются безразмерный прогиб в центре:

$$v_o = \sqrt{\eta}\,\frac{v(0)}{h} \qquad (5)$$

ΔV - отношение объема, ометаемого оболочкой при деформировании, к объему сферического сегмента в исходном состоянии; $E_{р-с}$, $E_{изг}$, Π - обезразмеренные потенциальные энергии растяжения-сжатия, изгиба и полная потенциальная энергия системы.

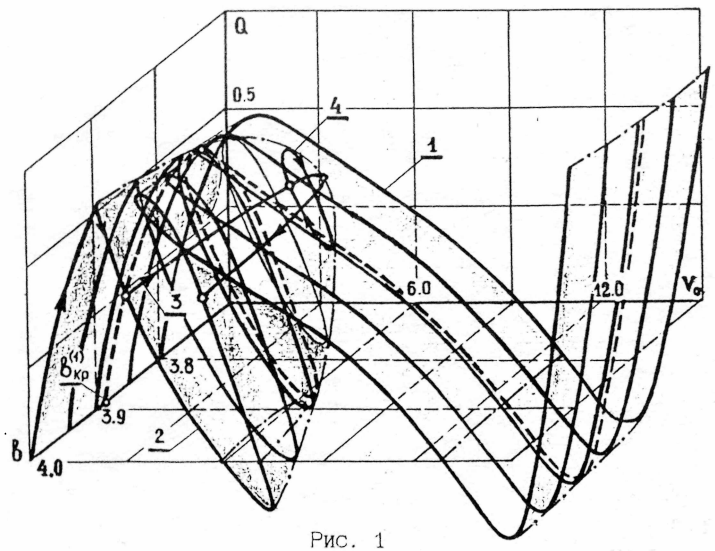


Рис. 1

На рис.1. показана часть проекции поверхности равновесных состояний в пространство Q, b, v_o для значений внешнего параметра b, лежащего в пределах от 3.70 до 4.00. Внешний параметр γ принимался постоянным и равным 0.09484. Кривые 1 и 2 отвечают значениям параметра b соответственно равным 3.80 и 4.00. Качественное изменение характера кривых $v_o = v_o(Q)$ при монотонном изменении b в отмеченном интервале позволяет предположить существование особой точки, соответствующей некоторому критическому значению параметра $b^{(1)}_{кр}$ ($3.70 < b^{(1)}_{кр} < 4.00$). Критическое значение ($b^{(1)}_{кр} \approx 3.89$) можно уточнить посредством сужения рассматриваемого интервала. Важно отметить, что приближение к $b^{(1)}_{кр}$ снизу приводит к получению зависимостей аналогичных кривой 1. Если же к критическому значению подходить сверху, то кривые подобны кривой 2. Численные эксперименты показали, что для реализации счета в окрестности критического значения параметра b требуется увеличение точности, причем, чем уже окрестность, тем точнее необходимо проводить счет. В противном случае может наблюдается либо самопроизвольный переход на другую ветвь решения, либо разворот назад, либо стопорение счета в окрестности особой точки. Подобные ситуации, при которых процесс стопорился на "неособенных" участках кривых, описывались рядом авторов. Важно отметить, что объяснение таких ситуаций следует искать не только в дефектах используемого алгоритма счета, а и в специфических особенностях исследуемого параметрического семейства задач. Предлагаемый в работе прием смены подпространства внешних параметров позволяет численно исследовать поведение системы в окрестности особой точки. Так при помощи этого приема можно ответвиться от кривой 2 и построить зависимость $v_o = v_o(b)$ (кривая 3), которая соответствует исследованию однопараметрического семейства оболочек (b=var, Q=const). При достижении заданного значения $b = 3.80$ можно повторно ответвиться от кривой 3 и вновь исследовать задачу в подпространстве (b = const). Таким образом получена изолированная ветвь решения (кривая 4), которая не имеет общих точек с основной кривой $b = 3.80$ (кривая 1). "Глубину" проникновения изолированного решения вдоль оси b можно определить, продолжая счет по кривой 3, которая также имеет предельную точку ($b^* \approx 3.75$). На основании этого можно сделать вывод, что при $b < b^* \approx 3.75$ изолированные решения отсутствуют.

Продолжая счет по кривой 3, можно вновь вернуться на кривую 2 и, двигаясь в обратном направлении, попасть в первоначальную точку ответвления (точка B), завершая тем самым обход окрестности особой точки A. Полученная таким образом информация дает представление о характере перестройки в окрестности особой точки ($b^{(1)}_{кр} \approx 3.89$). При дальнейшем увеличении параметра b характер поведения решения претерпевает дальнейшие усложнения. На рис.2. показан характер перестройки поверхности равновесных состояний в окрестности следующей особой точки ($b^{(2)}_{кр} \approx 4.79$).

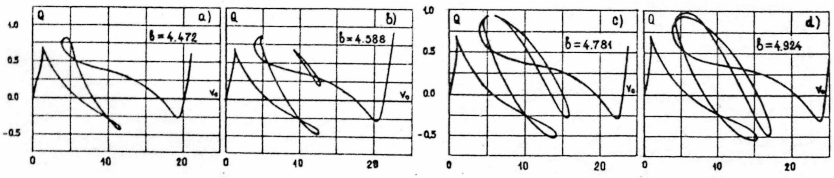


Рис.2

Наглядно видно как зарождается новое решение, растет и сливается с основной ветвью решения. Процесс зарождения новых решений продолжается по мере увеличения параметра b и приводит к значительному усложнению характера возможного деформирования.

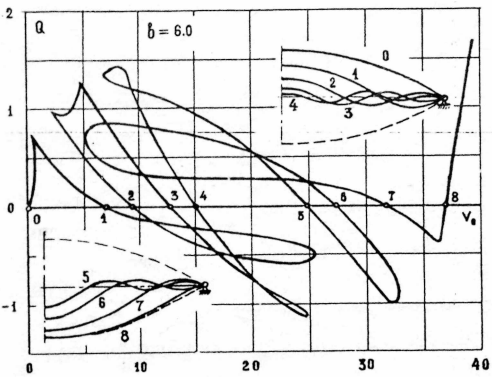


Рис.3

На рис.3. приведена зависимость $v_0 = v_0(Q)$ для рассматриваемой оболочки с параметрами b =6 и γ = 0.09884. Физический смысл полученных решений иллюстрируется видом возможных равновесных форм меридиана оболочки, которым на графике соответствуют точки от 0 до 8.

Существенное усложнение характера деформирования при увеличении кривизны и тонкостенности оболочки, приводящее к возникновению множества петель на соответствующих графиках отмечалось рядом авторов и дало основание В.И.Феодосьеву охарактеризовать возникающую при анализе подобных явлений ситуацию как "проклятие неоднозначности".

Предлагаемая стратегия численного исследования в определенной степени восполняет существующий пробел, связанный с недостаточной отработкой практических приемов анализа процессов нелинейного деформирования упругих оболочек. Поскольку параметр b связывает 3 (точнее даже четыре величины c, R, h и ν), при использовании уравнений пологих оболочек решение оказывается инвариантным по отношению к изменению параметра γ. Использование соотношений для непологих оболочек позволяет проанализировать задачу более тщательно. Графики для семейства оболочек γ = var (при постоянном значении b =3.88) приведены на рис.4.

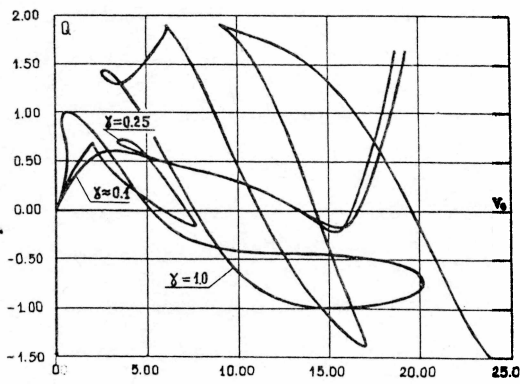


Рис.4

Анализ результатов позволяет оценить пределы применимости теории пологих оболочек для рассматриваемого случая. Так если при $\gamma < 0.2$ решения по теориям пологих и непологих оболочек практически совпадают, то уже для γ = 0.25 теория пологих оболочек не позволяет получить качественно правильной картины закритического поведения.

С помощью многопараметрического подхода можно построить в интересующем исследователя пространстве параметров равновесные поверхности для любых характеризующих систему величин. Для оценки устойчивости равновесных состояний используются ее энергетические характеристики, которые можно проанализировать с помощью графиков зависимости энергии системы от обобщенной нагрузки или обобщенного перемещения. На рис.5. и рис.6. приведены зависимости полной энергии системы (сплошные линии), потенциальных энергий деформаций растяжения -сжатия (пунктир) и изгиба (штрих-пунктир) в зависимости от обобщенной нагрузки Q (варианты a) и от обобщенного перемещения - ΔV (варианты b). Параметры оболочки соответствуют значениям γ=0.09884, b =3.88 - рис.5. и γ=0.09884, b = 3.92 - рис.6.

МВТУ им. Н.Э. Баумана БИБЛИОТЕКА

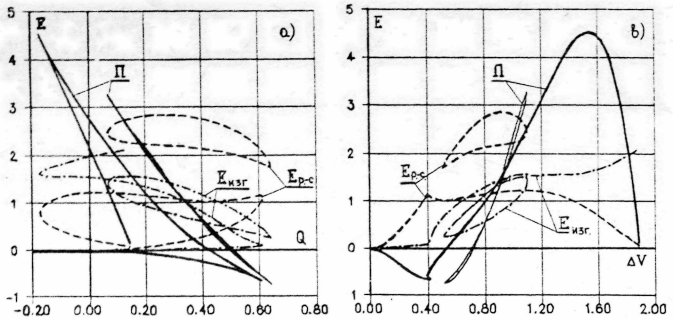


Рис.5

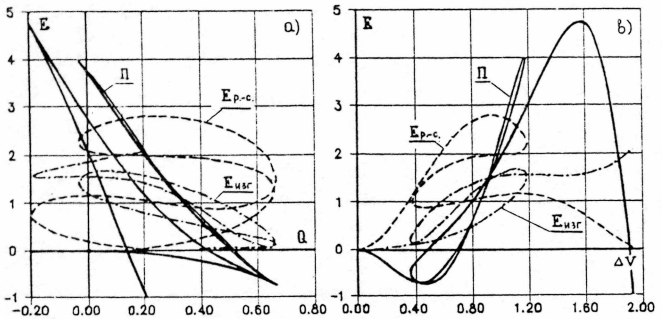


Рис. 6

В третьей глава приводятся основные соотношения, используемые для описания процессов нелинейного деформирования гибких тонкостенных конструкций. Для исследования одномерных задач предпочтение было отдано варианту теории осесимметричных оболочек Н.В.Валишвили, который сохраняет преемственность по отношению к известным уравнениям Рейсснера. Для расчета термобиметаллических оболочек, осесимметричных оболочек незамкнутых в окружном направлении в основной вариант уравнений внесены соответствующие изменения и дополнения. Для исследования двумерных задач в качестве исходных соотношений использовались уравнения пологих оболочек, соотношения простейшего квадратично-нелинейного варианта теории тонких оболочек Л.А.Шаповалова (1968), уравнения нелинейной теории тонких оболочек В.Петрашкевича в простейшем варианте "больших/малых" поворотов.

При анализе куполов, выполненных из эластомерных материалов, использовались соотношения варианта геометрически и физически нелинейной теории тонких оболочек, предложенные К.Ф.Черныхом. Для описания свойств материалов в работе использовалась линейно-упругая изотропная модель за исключением задач расчета эластомерных куполов, для которых при определении предела применимости линейной модели использовалась простейшая модель нелинейно-упругого материала Муни. Для некоторых типов упругих элементов наряду с расчетной схемой оболочки использовалась также стержневая модель, для описания которой применялись уравнения плоского изгиба гибких стержней.

Четвертая глава посвящена описанию основных численных моделей, используемых для исследования процессов нелинейного деформирования гибких тонкостенных элементов. Проблема построения эффективных численных моделей, достаточно полно и точно отражающих характерные свойства исследуемого объекта, удобных для программной реализации и экономичных с позиций затрат машинного времени приобретает первостепенную роль при проведении численных исследований. Следует признать, что в настоящее время не существует возможности анализа всего спектра рассматриваемых в работе задач на базе единых соотношений точно так же, как и не существует единого численного метода, при помощи которого такой анализ мог бы быть проведен. На роль такого метода в перспективе может претендовать метод конечных элементов, поскольку существует принципиальная возможность исследовать оболочечные конструкции на базе трехмерных соотношений механики деформируемого твердого тела. Однако, техническая реализация такого подхода для исследования рассматриваемых прикладных задач пока вряд ли возможна. В силу упомянутых причин было разработано несколько численных моделей, объединенных на алгоритмическом уровне в рамках единого многопараметрического подхода. Для одномерных задач в работе применялась численная модель, построенная с использованием варианта теории осесимметричной деформации тонких оболочек Н.В.Валишвили. Для упругих элементов, форма которых, условия закрепления и нагружения допускали редукцию к одномерной задаче, использовались соотношения теории пологих оболочек и уравнения квадратичного варианта теории оболочек Л.А.Шаповалова. Редукция задачи проводилась методом прямых.

На каждом однопараметрическом участке численное исследование нелинейной двухточечной краевой задачи для системы обыкновенных дифференциальных уравнений сводилось к решению системы

$$\mathbf{r}\ (\ \mathbf{X}_o,\ q\ ) = \mathbf{0} \qquad (6)$$

относительно вектора неизвестных $\mathbf{X}_o$, в начальной точке отрезка интегрирования $[\ s_o,\ s_1]$ и задаче Коши для системы

$$\frac{d\mathbf{X}}{ds} = \mathbf{f}\ (\ s,\ \mathbf{X}^{(1)},\ \mathbf{Z},\ q\ ) \qquad (7)$$

при начальном условии $\mathbf{X}(s_o) = \mathbf{X}_o$. Для удобства при формулировке соотношений использовался вектор **Z**, образуемый вспомогательными переменными величинами не входящими под знак производной.

$$\mathbf{f}_z\ (\ s,\ \mathbf{X},\ \mathbf{Z},\ q\ ) = \mathbf{0} \qquad (8)$$

Система (6), в явном виде не задается, однако предполагается известной численная процедура, позволяющая вычислить вектор невязки **r** для текущих значений $\mathbf{X}_o$ и q. В задачах, где интегрирование системы (7) вдоль всего интервала $[s_o,\ s_1\ ]$ технически затруднено, использовался прием дополнительного разбиения интервала интегрирования на отдельные сегменты с последующей стыковкой их друг с другом. Алгоритм известен в литературе как метод многосегментной пристрелки.

Для двумерных задач с относительно простой геометрией в плане использовались уравнения теории пологих оболочек, соотношения квадратичного варианта Л.А.Шаповалова и уравнения варианта "большие/малые" повороты В.Петрашкевича. Формализация краевой задачи проводилась сеточными методами. При задании кинематических граничных условий в качестве сеточных неизвестных использовались перемещения. При доминировании условий свободного края применялась смешанная схема, для которой в качестве узловых неизвестных использовались как кинематические так и статические величины. С помощью конечно-разностной формализации проблема исследования исходной краевой задачи сводилась к решению системы нелинейных алгебраических уравнений высокого порядка и специального вида, которую можно рассматривать как

частный случай записанных в операторной форме уравнений (3)

$$[A(q)]\,X + N(X,q) = 0 \qquad (9)$$

Отметим, что в памяти ЭВМ система (9) не формируется, поскольку ее решение осуществляется путем последовательной обработки отдельных уравнений (блоков уравнений). Используемая при этом формула метода последовательной верхней релаксации имеет вид:

$$X_i^{(k+1)} = (1+\omega)\,X_i^{(k)} - \frac{\omega}{A_{ii}}\left[\sum_{j=1}^{i-1} A_{ij}(q)\,X_j^{(k+1)} + \sum_{j+1}^{n} A_{ij}(q)\,X_j^{(k)} + N_i\left(X_i^{(k)}, q\right)\right] \qquad (10)$$

Здесь ω - релаксационный параметр.

Для объектов сложной геометрической формы расчет проводился методом конечного элемента. Использовался достаточно экономичный и рекомендуемый рядом авторов (О.Зенкевич, С.Ахмад, Р.Оуэн) подход, связанный с использованием изопараметрических вырожденных криволинейных конечных элементов, построенных с использованием гипотезы типа Тимошенко. Применялся девятиузловой изопараметрический конечный элемент смешанного типа, для которого посредством использования дополнительных приемов удается избежать нежелательных эффектов "заклинивания" и "ложных механизмов", характерных при исследовании тонких оболочек конечными элементами аналогичного типа. В восьми контурных узлах элемента задаются по пять степеней свободы: три смещения и два тангенциальных угла поворота, в 9-том центральном узле задаются только две степени свободы, связанные с тангенциальными поворотами. Процедура конечноэлементного анализа геометрически нелинейного процесса деформирования использует общее Лагранжево описание движения. Текущий (Пиола-Кирхгофа 2-го рода) вектор напряжений и вектор деформаций (Грина-Лагранжа) отнесены к исходной конфигурации. Тангенциальная (полная) матрица жесткости конечного элемента - $[K_T]$ представляется в виде суммы матрицы больших перемещений - $[K_D]$ и матрицы начальных напряжений или геометрической матрицы жесткости - $[K_б]$:

$$[K_T] = [K_D] + [K_б] \qquad (11)$$

На каждом шаге метода продолжения решается система уравнений

$$r(a) = [K_T(a)]\, a - F(a) = 0 , \qquad (12)$$

где **a** - вектор узловых неизвестных. Вектор невязки **r** имеет физический смысл дисбаланса внешних - **F** и внутренних обобщенных сил в узловых точках конечноэлементного ансамбля. Итерационная процедура численного решения сводится к последовательному решению линеаризованных систем с помощью фронтальной процедуры.

В пятой главе рассматриваются алгоритмы численного исследования процессов нелинейного деформирования многопараметрических систем. На каждом однопараметрическом участке $\mathbf{X}^{(2)}$ представляется согласно (2) как векторная функция скалярной величины - q. В большинстве исследований параметр q трактуется как параметр внешней нагрузки, однако, его можно интерпретировать и как меру изменения исходных геометрических характеристик и механических свойств материала. Два вышеупомянутых случая не исчерпывают всех вариантов введения параметра q, который может входить как в основные, так и во вспомогательные соотношения, а также в краевые условия. При решении однопараметрических задач рассматривался расширенный вектор неизвестных **X** ($X_{m+1} = q$), и были отработаны способы вычисления нормы вектора невязки $\mathbf{r}^{(k)}$ уравнения (3) с целью оценить близость приближенного решения $\mathbf{X}^{(k)}$ (k-номер итерации) к точному решению. Шаговая процедура дискретного продолжения осуществлялась по двухэтапной схеме "предиктор - корректор". На первом этапе экстраполировалось начальное приближение $\mathbf{X}^{(o)}$. Исключение составляли случаи "повторных стартов", которые также как и начало процесса требовали "разгонки". На этапе "корректор" проводилось итерационное уточнение начального приближения.

Важное значение при численном счете приобретает проблема выбора параметра продолжения. Рикс предложил использовать дополнительное соотношение (4), связывающее параметр продолжения λ и вектор неизвестных **X**. При такой трактовке на роль параметра λ может претендовать любая компонента **X**, комбинация компонент или искусственный параметр, связанный с **X** уравнением (4). В диссертации предлагается модифицированный вариант метода [illegible] продолжения, идея которого заключается в организации

итерационного процесса на гиперсфере, с сохранением идеи использования в качестве параметра продолжения компоненты, получившей на последнем шаге максимальное приращение. Заданная величина шага по параметру

$$\Delta\lambda^{(o)}_{n+1} = (X_l)_n - (X_l)_{n-1} = \max\{(X_j)_n - (X_j)_{n-1}\}, \quad (13)$$

$$(j=1,2,\ldots,m+1),\ l \in [1,\ldots,m+1],$$

связывается с радиусом гиперсферы - ρ_n, с центром в точке, соответствующей решению $\mathbf{X}_n$ на n-ном шаге

$$\rho_n^2 = \{ \mathbf{X}^{(o)}_{n+1} - \mathbf{X}_n \}^T \{ \mathbf{X}^{(o)}_{n+1} - \mathbf{X}_n \}. \quad (14)$$

В процессе итерирования компонента, используемая в в качестве параметра , уточняется по формуле:

$$\left[(X_l)^{(k)}_{n+1}\right]^2 = \left[(X_l)_n\right]^2 + \rho_n^2 - \sum_{1,\,j\neq l}^{m+1} \left[(X_j)^{(k)}_{n+1} - (X_j)_n\right]^2. \quad (15)$$

Для оценки точности используется норма вектора невязки

$$\| \mathbf{r}(\mathbf{X}^{(k)}_n) \| \leqslant \varepsilon . \quad (16)$$

Реальный процесс численного счета всегда проводится с заданной точностью ε; поэтому вместо понятия "кривая" точнее использовать понятие - "трубка" решений, размер "диаметра" которой оценивается с помощью скалярной величины

$$d_n = \max\{ r_j(\mathbf{X})_n \}, \ (j=1,2,\ldots,m+1;\ j\neq l). \quad (17)$$

В процессе счета величины d_n и ρ_n автоматически корректируются, при этом желательно, чтобы шаг по параметру был на один-два порядка больше "диаметра" трубки. Каждый новый кусочно-гладкий однопараметрический участок, отличается от предыдущего использованием нового соотношения (2). Скалярный параметр q в пределах однопараметрического участка изменяется от некоторого начального значения q_o до финального значения q_1, при котором происходит переход на другой кусочно-гладкий однопараметрический участок. Полученное в конце предыдущего участка решение служит начальным решением для разгонки на последующем участке.

Выделим наиболее важные особенности алгоритмов, используемых в работе: возможность реализации приема "смены подпространства внешних параметров"; возможность оценки точности полученного

приближения к решению непосредственно в ходе итерационного уточнения без проведения повторных расчетов; возможность хранения в компактном виде информации о найденных равновесных состояниях, с целью организации, при необходимости, повторного старта в нужном направлении от любого ранее найденного решения и "покадровой" развертки процесса деформирования в целом.

В шестой главе рассматривается программная реализация и приводятся результаты тестирования предлагаемых методов численного исследования. Предлагаемая многопараметрическая стратегия реализована в пакете прикладных программ "ПУРГА", структура которого приведена ниже:

Программа расчета осесимметричного деформирования упругих куполов ПУРГА - 1	Программа расчета упругих стержневых элементов при плоском изгибе ПУРГА - 2
Программа расчета незамкнутых осесимметричных оболочек ПУРГА - 3	Программа расчета термобиметаллических куполов ПУРГА - 4
Программа расчета куполов при неосесимметричном деформировании ПУРГА - 5	Программа конечно-разностного расчета двумерных упругих элементов ПУРГА-6

Программа конечно-элементного расчета двумерных упругих элементов ПУРГА-7

Все программы составлены на алгоритмическом языке ФОРТРАН-77 и предназначены для использования на персональных электронных вычислительных машинах IBM PC. Тестирование проводилось путем сравнения результатов счета с известными решениями модельных и тестовых задач анализа нелинейного поведения тонкостенных конструкций. На рис.7. приведены зависимости между параметром прогиба в вершине сферической оболочки v_O и параметром интенсивности внешнего давления Q при b = 4 для шарнирно-неподвижного опирания.

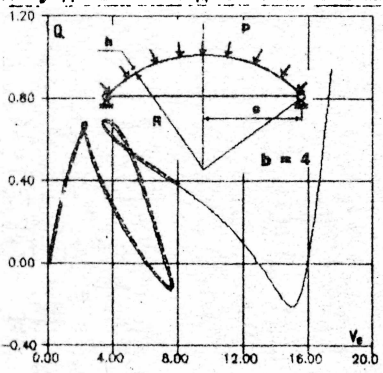


Рис.7

Результаты, полученные с помощью ППП "ПУРГА" (сплошная линия), показали хорошее совпадение с результатами Н.В.Валишвили, показанными штриховой линией. Сравнение результатов для защемленной оболочки показано на рис.8. В увеличенном виде повторно представлен начальный участок кривой. Расчетные параметры оболочки: E = 206 ГПа; ν = 0.3; h = 2мм; c = 100 мм; R/h = 25 ; угол охвата $4\pi/9$. Результаты из монографии В.И.Гуляева, В.А.Баженова, Е.А.Гоцулюка показаны штриховой линией. Штрих-пунктирной линией показаны результаты В.Я.Кантора по уравнениям пологих оболочек. Результаты расчета по программе ПУРГА-1 (сплошные линия) выявляют более сложную структуру решения, в частности показывают существование нескольких предельных точек, расположенных как выше, так и ниже первого максимума кривой. Решение задачи о выворачивании полусферы с заделанным краем при нагружении равномерным статически приложенным внешним давлением приведено на рис.9. Показана зависимость $v_o = v_o(Q)$ для оболочки с отношением R/h = 100. Приведены последовательные деформированные формы меридиана полусферы для характерных точек кривой. Результаты расчета по программе ПУРГА-1 (сплошные линии) показали хорошее совпадение с результатами А.В.Коровайцева (штриховая линия). * В работе просчитывались полуторовые оболочки с параметрами $d = R_o/R^* = 2$; R/h = 100; ν = 0.3 при шарнирно-неподвижном опирании (рис.10) и жесткой заделке (рис.11) по контуру. В качестве безразмерных параметров по осям координат отложены величины $P = p(1-\nu^2)R^3/4Eh^3$ и $v(0)/R$. На начальном

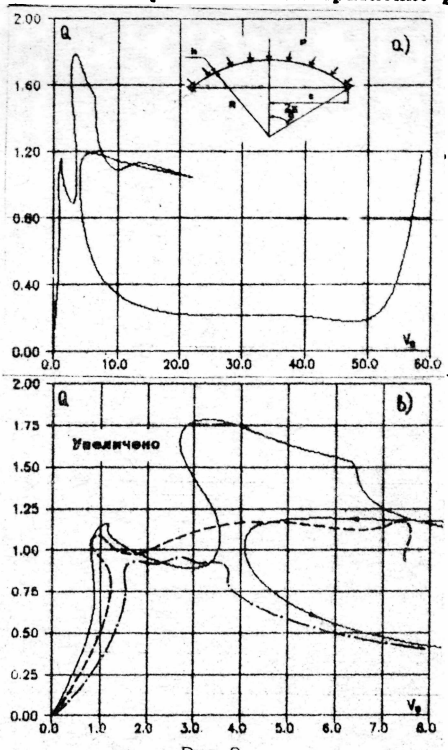


Рис.8

участке кривые согласуются с результатами Э.И.Григолюка и В.И.Шалашилина. Приведены последовательные формы меридиана, пронумерованные в соответствии с характерными точками на кривых.

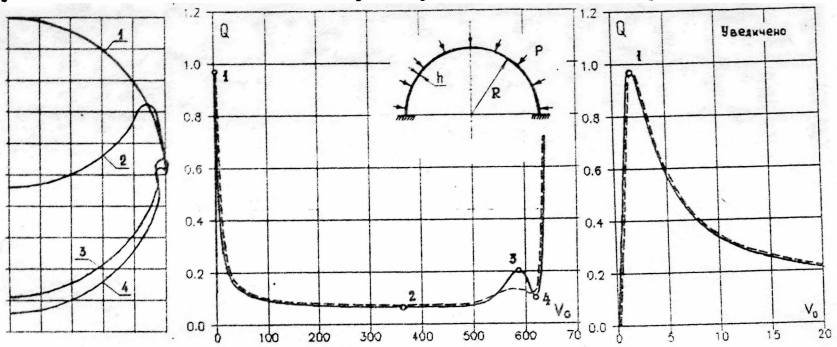


Рис. 9

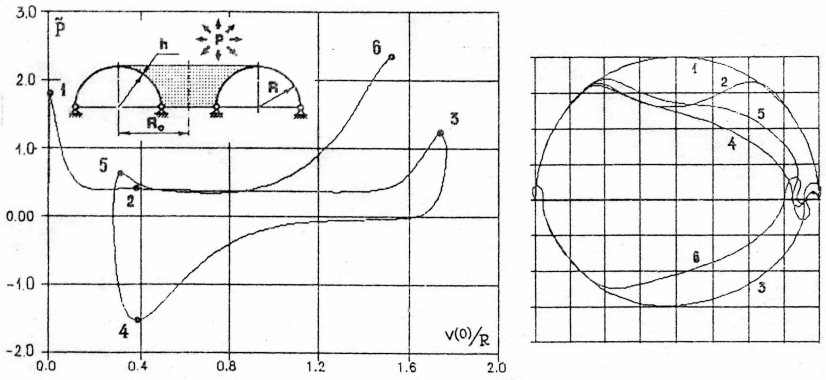


Рис. 10

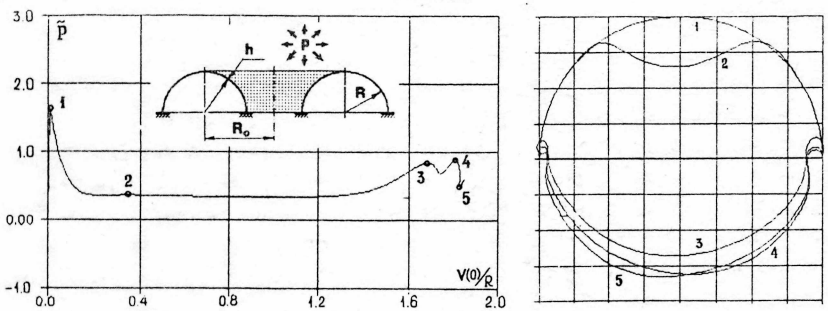


Рис. 11

Результаты расчета квадратной в плане пологой сферической оболочки при шарнирно-подвижном опирании по контуру приведены на рис.12. Параметр кривизны оболочки $K = a^2/Rh = 24$ (R и h - (радиус кривизны и толщина, a - размер в плане), $\nu = 0.3$. На рисунке приведены зависимости безразмерного прогиба в центре оболочки w_o/h от параметра безразмерного давления $P^* = pa^2/Eh^4$. Результаты счета по программе ПУРГА-6 соответствуют кривой 1. Результаты В.В.Петрова представлены кривой 2, зависимость 4 получена В.Н.Кислооким, А.С.Сахаровым, Н.А.Соловьем.

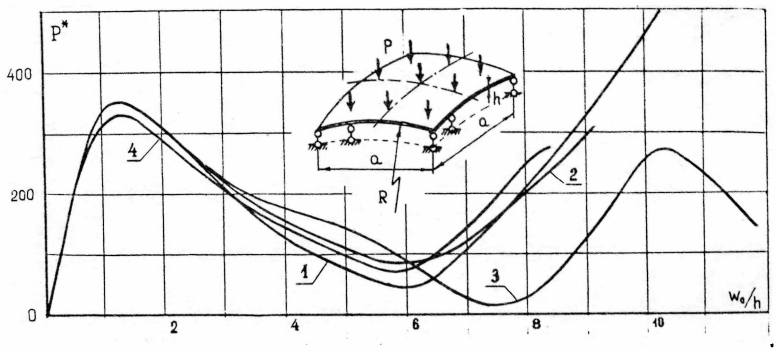


Рис.12

На рис.13. показаны зависимости относительного прогиба в центре w_o/h от безразмерного параметра нагрузки PR/Eh^3, полученные при использовании различных теорий. Расчеты проводились для цилиндрической с углом охвата 180°, длиной $L = 4R$, $R/h = 100$ и $\nu = 0.3$ при шарнирно-подвижно опертых прямолинейных кромках.

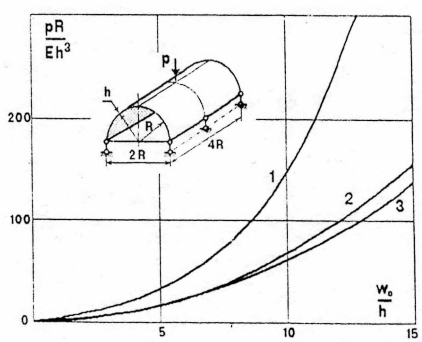


Рис.13

Кривая 1 соответствует теории пологих оболочек, 2-квадратичному варианту Л.А.Шаповалова, 3- уравнениям В.Петрашкевича. Для просчитанных панелей с углом охвата 30° и менее имело место хорошее согласование результатов по всем трем вариантам, что подтверждает возможность применения в таких случаях соотношений теории пологих оболочек.

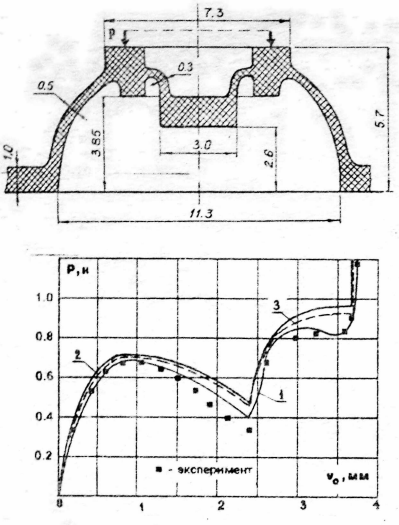


Рис.14

Большие прогибы упругого эластомерного купола исследовались в работе Дж.Лоу и А.Джинса. Геометрия купола представлена на чертеже (рис.14). Использовалась нелинейно-упругая модель материала Муни (C_1=0.5 МПа и C_2=0.11 МПа). Задача решалась МКЭ как осесимметричная задача механики твердого тела с помощью программного комплекса ABAQUS-1987a (кривая 1) и сопоставлялась с экспериментальными данными (точки). Кривая 2 отвечает решению по программе ПУРГА для линейно-упругого материала (ν = 0.5, E =1.98 МПа), кривая 3 - материалу Муни. Остающееся небольшое различие результатов можно объяснить тем, что в оригинальной работе учитывалась также деформация массивных элементов купола.

Адекватность предложенных в работе расчетных моделей реальным упругим элементам и достоверность, получаемых на их основе численных результатов, проверялась посредством сопоставления с данными экспериментов, проведенных на предприятиях-изготовителях, экспериментов на реальных изделиях и на масштабных моделях. Результаты численных расчетов показали хорошее согласование с результатами испытаний.

Седьмая глава посвящена изложению результатов, полученных при расчете и проектировании реальных упругих элементов. Расчеты упругого элемента переключателя сложной формы представлены на рис.15. Упругая характеристика элемента, полученная методом конечных разностей, показана сплошной линией. Штриховой линией показано оптимизированное решение, полученное методом конечных элементов. Результаты эксперимента показаны точками. Приведены линии равного уровня эквивалентных напряжений для внешней поверхности элемента , рассчитанных по энергетической теории, при P = 1.1 н. За счет введения радиусов скругления удалось значительно снизить пиковые напряжения, существенно не изменяя при этом требуемую упругую характеристику элемента.

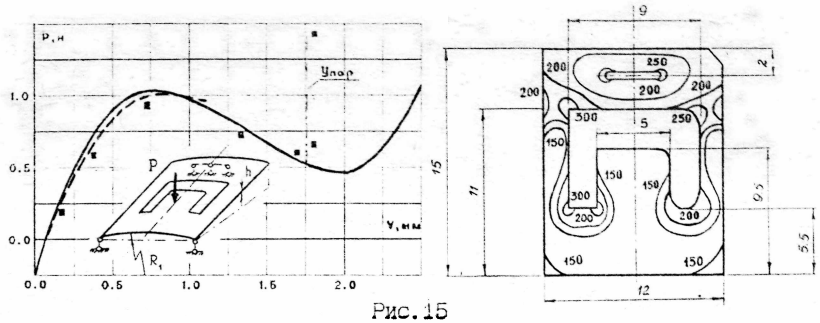


Рис.15

В диссертации приводится конструкция хлопающей манометрической пружины, на устройство которой соискателем был получен патент. Принципиальное изменение характеристик пружины было достигнуто за счет использования специальной формы поперечного сечения пружины, при котором реализуется "хлопок". Изобретение может использоваться в качестве кинематического, силового и предохранительного устройства робототехнических систем, предназначенных для работы в вакууме и агрессивных средах.

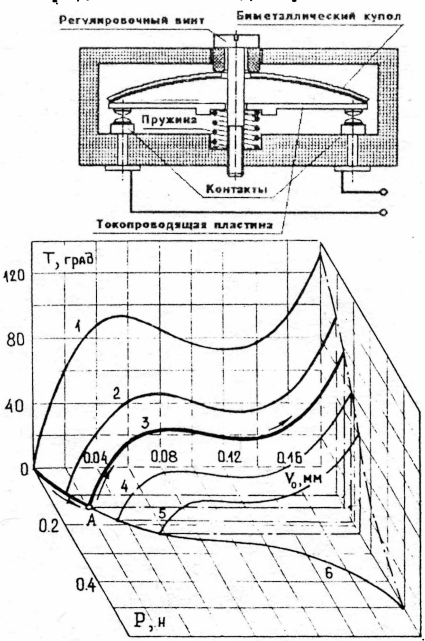


Рис.16

На рис.16 приведены результаты расчета предварительно деформированного термобиметаллического купола, используемого в быстродействующем термореле. Свободно опертый купол имел в вершине отверстие малого радиуса, по периметру которого нагружался распределенной силой. Размеры купола и характеристики нормального термобиметалла:

R = 22.2 мм, c = 5 мм, h = 0.04 мм,
$E_1 = 1.50 \times 10^5$ МПа, $\nu_1 = 0.3$,
$E_2 = 1.35 \times 10^5$ МПа, $\nu_1 = 0.3$,
$\beta_1 = 1.00 \times 10^{-6}$ 1/°C,
$\beta_2 = 18.0 \times 10^{-6}$ 1/°C.

Результаты численного анализа представлены в виде поверхности равновесных состояний купола в пространстве температура - нагрузка - прогиб в центре.

Траектория 1 соответствует температурному нагружению без предварительного механического деформирования. Траектория 6 - чисто механическому нагружению. Комбинированное нагружение показано стрелками, в точке А использовался "прием смены подпространства внешних параметров". Результаты расчета дают исчерпывающую информацию о возможностях регулировки термоэлемента за счет предварительного механического нагружения.

Основные выводы:

1. Теоретически обобщена и решена крупная научно-техническая проблема, имеющая важное народно-хозяйственное значение, связанная с использованием гибких элементов в конструкциях коммутационных и исполнительных устройств, улучшением их качества и потребительских свойств и разработкой принципиально новых конструкций, отвечающих или опережающих современный мировой уровень.

2. Предложен многопараметрический подход к исследованию процессов нелинейного деформирования, позволяющий с единых позиций подойти к расчету и проектированию гибких упругих элементов, которые в процессе сборки, настройки и эксплуатации испытывают сложный процесс нелинейного деформирования, характеризующийся сильным изменением исходной формы, условий закрепления, опирания или контакта, наличием хлопков, а также резкими изменениями или дискретной сменой параметров внешнего воздействия на конструкцию.

3. Предложен прием "смены подпространства внешних параметров", основанный на использовании методов продолжения и позволяющий выявить картины перестроек при переходе параметров через критические значения и обойти трудности, возникающие при реализации счета в окрестностях бифуркационных точек.

4. Предложен модифицированный вариант метода дискретного продолжения по параметру, сочетающий ясный с физических позиций смысл параметра продолжения и эффективные стороны подходов, использующих искусственные параметры продолжения.

5. Получены новые результаты для канонических и тестовых задач, связанные с построением поверхностей равновесных состояний, определением бифуркационных точек, построением картин перестроек и устойчивым получением изолированных решений.

6. Разработан новый метод проектирования гибких упругих элементов с заданной нелинейной характеристикой, основанный на использовании многопараметрического подхода к исследованию и приема "смены подпространства внешних параметров".

7. На основе анализа широкого спектра различных устройств, использующих упругие элемента, разработаны расчетные модели для ряда типов гибких упругих элементов, отличающиеся экономичностью и пригодные для эффективного численного моделирования многопараметрических процессов нелинейного деформирования упругих элементов существующих и перспективных изделий.

8. На базе предложенного многопараметрического подхода и численных моделей разработаны алгоритмы численного исследования и прикладное программное обеспечение (пакет "ПУРГА"), предназначенное для проведения широкого спектра прикладных расчетов на ПЭВМ средней производительности.

9. Достоверность результатов, получаемых с помощью пакета прикладных программ, подтверждена экспериментальными исследованиями. Эффективность и точность оценена посредством численного тестирования и сопоставления с результатами других авторов.

10. Получены новые и уточненные решения ряда прикладных задач расчета для класса гибких упругих элементов, использующихся в коммутационных и исполнительных устройствах.

11. По результатам проведенных численных исследований подготовлены практические рекомендации по расчету и проектированию следующих изделий: упругих элементов микропереключателей и других контактно-коммутационных устройств; упругих эластомерных куполов, используемых в клавиатурах ЭВМ и других устройствах ввода алфавитно-цифровой информации; предварительно деформируемых упругих элементов, используемых в реле и электроконтактных устройствах ; термобиметаллических элементов, использующих предварительную настройку на температуру срабатывания посредством механического нагружения; манометрических упругих элементов, в том числе элементов "белых роботов".

12. На основе теоретических исследований предложены новые, в том числе и принципиально, конструкции упругих элементов, использование которых позволит значительно повысить надежность и качество коммутационных и исполнительных устройств и снизить трудоемкость их производства. На конструкцию "манометрическая хлопающая пружина" получен патент Российской Федерации.

11. Разработаные методики численного моделирования с использованием пакета прикладных программ ПУРГА, внедрены на заводах и в научно-исследовательских организациях: НИИРК и НИИСЧЕТМАШ г.Москва, ПО "ПРОМПРИБОР" г.Орел, ПО "СЧЕТМАШ" г.Курск, ПО "Факел" г.Калининград, РПЗ "Оризон" г.Смела и др.

Основное содержание диссертации изложено в работах:

1. Гаврюшин С.С. Исследование конечных прогибов оболочек прямоугольных в плане // Известия ВУЗов.Машиностроение.- 1976. -N1.- С.9-13.

2. Валишвили Н.В., Гаврюшин С.С. Решение нелинейных задач деформации тонких оболочек// Расчеты на прочность. - М.,1980. - Вып.21.- С.237-242.

3. Гаврюшин С.С. Исследование геометрически нелинейных двумерных задач теории тонких оболочек конечно-разностным методом // Динамика и прочность машин.- М.:1980.- С.120-129. - (Труды / МВТУ им.Н.Э.Баумана; N332).

4. Валишвили Н.В., Гаврюшин С.С. Об использовании метода движения по параметру при конечно-разностном исследовании геометрически нелинейных задач теории тонких упругих оболочек // Труды XII Всесоюзн. конф. по теории оболочек и пластин. - Ереван,1980. - Т.1. -С.254-260.

5. Гаврюшин С.С. Исследование геометрически нелинейных задач теории тонких упругих оболочек// Научн.-техн. прогресс в машиностроении: Тез. докл. на Всесоюзн. конф. - Москва, 1980. - С.48-49.

6. Валишвили Н.В., Гаврюшин С.С. Решение нелинейных задач деформации тонких оболочек методом конечных разностей // Симпозиум по нелинейной теории оболочек и пластин: Тез. докл.- Казань,1980.- С.4.

7. Гаврюшин С.С. Исследование напряженного и деформированного состояния часовых стекол прямоугольной формы при запрессовке в корпус// Расчеты на прочность. - М.,1981.-Вып.2. - С.71-75.

8. Valishvily N.V., Gavrushin S.S. Thin elastic shell geometrically nonlinear finite-difference analysis//Strojnicky casopis,1982.- V.33,N4.- P.385-392.

9. Гаврюшин С.С. Исследование устойчивости упругих элементов с двусвязным контуром // Надежность и ресурс машин и конструкций. - М.:1984.- С.39-44.- (Труды / МЭИ; N 26).

10. Гаврюшин С.С.,Кашлаков И.Г. Расчет на прочность пологой прямоугольной в плане оболочки с предварительно напряженным бандажем// Известия ВУЗов.Машиностроение.-1985.-N 2.- С.19-22.

11. Gavriushin S.S., Gavriushina N.T. Numerical solution to pneumatic forming problems of axisymmetric superplastic thin shells// Engineering Computation. -1985.- V.2,N 2.- P.121-127.

12. Gavriushin S.S. Finite-difference analysis of buckling and postbuckling behaviour of thin elastic shells // Proc. of NUMETA'85 Conference.- Swansea,1985. (separate leaflet).

13. Гаврюшин С.С., Гусев Б.Н., Назаров И.Д. Расчет на прочность экрана кинескопа с предварительно напряженным бандажем// Электронная техника,1986. - Вып.1(112).- С.17-19.

14. Gavriushin S.S., Zienkiewicz O.C. A simple algorithm for the analysis of axisymmetric thin shells metal forming //Int. J. for Numerical Methods in Engineering.-1986.- V.23. - P.1179-1194.

15. Гаврюшин С.С. Численный метод отыскания геометрии заготовки по размерам конечного изделия при пневмоформовке тонких осесимметричных оболочек//Известия ВУЗов.Машиностроение. - 1986. - N8. - С.132-136.

16. Гаврюшин С.С. Исследование процессов сверхпластического деформирования тонких осесимметричных оболочек // Технологические задачи ползучести и сверхпластичности: Тез. докл. на Всесоюзн. семинаре.- Новосибирск,1986.- с.2.

17. Гаврюшин С.С., Гаврюшина Н.Т. Исследование процессов металлоформовки тонких осесимметричных оболочек// Расчеты на прочность.- М.,1987.- Вып.28. - С.96-105.

18. Гаврюшин С.С., Гаврюшина Н.Т. Сверхпластическое деформирование тонких осесимметричных оболочек//Труды XIY Всесоюзн. конф. по теории пластин и оболочек.-Тбилиси, 1987.- С.343-348.

19. Гаврюшин С.С. Использование ЭВМ для решения задач строительной механики сеточными методами// Использование ЭВМ в задачах прочности, устойчивости и надежности строительных конструкций. - М.,1987. - Вып.7.- С.45-57.

20. Гаврюшин С.С., Гаврюшина Н.Т. Численный метод исследования больших деформаций тонких осесимметричных оболочек// Совр. проблемы. механики и управления в машиностроении: Тез. докл. на Регион. семинаре. - Иркутск,1988.- С.17.

21. Гаврюшин С.С. Расчет гибких стержней на ЭВМ. -М.: Изд-во МВТУ им.Н.Э.Баумана, 1988. - 30с.

22. Гаврюшин С.С. Конечно-элементные алгоритмы для анализа физически нелинейного поведения трехмерного континиума // Использ. дост. нел. мех. грунтов в проект. оснований и фунд.: Тез. докл. на II Всесоюзн. конф. - Йошкар-Ола, 1989.- С.16.

22. Гаврюшин С.С., Осипов С.В., Андриевская С.И. Программа по расчету характеристик мембран и сильфонов// Алгоритмы и программы,1989. - N 7.- С.31-37.

23. Гаврюшин С.С., Подкопаев С.А. Численный метод исследования закритического поведения тонких упругих оболочек // Автомат. исслед., проект. и испыт. сложн. техн. систем: Тез. докл. на Всесоюзн. научн.-техн. конф.- Калуга,1989. с.190-191.

24. Гаврюшин С.С.,Григорьев Ю.В.,Андриевская С.И. Программа расчета устойчивости прямоугольных панелей // Алгоритмы и программы,1990. - N 3.- С.26-32.

25. Гаврюшин С.С. Конечно-элементный алгоритм и программа для исследования упруго-пластического поведения оболочек в в геометрически нелинейной постановке// Технологические задачи ползучести и сверхпластичности:Тез. докл. на II Всесоюзн. сем. - Фрунзе,1990. - С.61-62.

26. Гаврюшин С.С., Подкопаев С.А. Численное исследование прочности упругого элемента всасывающего клапана// Моделир. и автом. проект. сложн. техн. систем: Тез. докл. Регион. научн.-техн. конф.- Калуга,1990. - С.8.

27. Гаврюшин С.С. Конечно-элементный алгоритм и программа для исследования упруго-пластического поведения оболочек в геометрически нелинейной постановке//Моделир. и автом. проект. сложн. техн. систем: Тез. докл. Регион. научн.-техн. конф. - Калуга,1990. - С.7.

28. Ананидзе Г.А., Гаврюшин С.С. Расчет на прочность чувствительного элемента акселерометра из монокристаллического кремния//Расчет и управл. надежн.больших мех. систем:Тез.докл. Всесоюзн. конф. - Свердловск, 1990.- С.71.

29. Гаврюшин С.С. Расчет и рациональное проектирование оболочечных элементов//Автоматизация исслед., проект. и испыт. сложн. техн. систем и проблемы матем.моделирования: Тез.докл. Регион. нучн.-техн. конф.- Калуга,1991.- С.90.

30. Гаврюшин С.С., Подкопаев С.А. Экспериментальное исследование характеристик упругих элементов коммутационных устройств//Автоматизация исслед.,проект. и испыт. сложн. техн. систем и проблемы матем.моделирования: Тез.докл.Регион. нучн.-техн. конф.- Калуга,1991.- С.91.

31. Гаврюшин С.С., Коровайцев А.В. Методы расчета элементов конструкций на ЭВМ: Учебное пособие.-М.:Изд-во ВЗПИ,1991.-160с.

32. Гаврюшин С.С., Подкопаев С.А. Исследование упругих характеристик гибких оболочечных элементов коммутационных устройств//Актуальные проблемы фундаментальных наук:Тез. докл. на Межд. научн.-техн. конф. - М.,1991. - С. 8.

33. Гаврюшин С.С., Косенко А.А. Расчет упругих и динамических характеристик двухпозиционного тумблера // Известия ВУЗов. Машиностроение. -1992.- N1. - С.15-20.

34. Гаврюшин С.С., Подкопаев С.А. Численное моделирование и рациональное проектирование упругого элемента всасывающего клапана //Автоматизация проектирования.- М.,1991.- С.32-40- (Труды / МГТУ им.Н.Э.Баумана; N 550).

35. Гаврюшин С.С., Митрофанов Ю.А. Исследование напряженно-деформированного состояния гибкого стержня при термосиловом нагружении// Проблемы надежности, машин приборов и аппаратуры. - М.,1992.- С.45-55.- (Труды /МГТУ им.Н.Э.Баумана, N558).

36. Гаврюшин С.С., Перфилова В.К., Светлаков В.И. Расчетно-экспериментальный метод оценки конструктивных особенностей тумблерного переключателя// Электронная техника. -1992.- Вып 1 (86) - С.41-45.

37. Гаврюшин С.С. Патент SU N 1797699 A3, G 01 L 7/04. Манометрическая трубчатая пружина / Заявлено 06.06.91; Опубликовано 23.02.93, Бюл.N7. - 3с.

39. Основы теоретического расчета винтовых мельниц/ С.С.Гаврюшин, Л.А.Сиваченко, Н.Г.Селезнев и др.//Технологические проблемы измельчения и активации.-Могилев,1993.-С.184-191.

40. Шинкаревич Ю.П., Гаврюшин С.С., Рыбакова Е.Ю. Расчет методом конечных элементов процесса раскатки тонкостенных оболочек большого диаметра//Вестник МГТУ. -1993.-N2(11).- С.9-16.

41. Гаврюшин С.С., Барышникова О.О., Дзюбан О.Л. Численное исследование закритического поведения гибких упругих элементов, используемых в конструкциях контактных устройств // Автоматиз. исслед., проект. и испыт. сложн. техн. систем: Тез. докл. на Росс. науч.-техн. конф.- Калуга,1993. - С.76.

42. Гаврюшин С.С. Алгоритмы исследования больших прогибов гибких оболочек методами продолжения и их численная реализация // Труды XVI Межд. конф. по теории оболочек и пластин.- Нижний Новгород.-1993. - С.

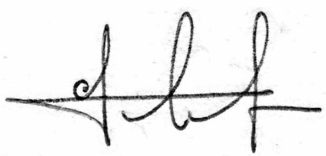
43. Гаврюшин С.С. Многопараметрический подход к расчету и проектированию процессов нелинейного деформирования механических систем // Новые технологии проектной отработки несущих конструкций механических систем: Тез. докл. на Росс. научн.-техн. конф.-Челябинск,1993. - С.7.

44. Гаврюшин С.С. Использование многопараметрического подхода для анализа процессов нелинейного деформирования гибких оболочек// Современные проблемы механики и математической физики: Тез. докл. Росс. школы. -Воронеж,1994. - С.26.

45. Гаврюшин С.С. Численное моделирование закритического деформирования гибких элементов коммутационных и исполнительных устройств // Актуальные проблемы фундаментальных наук: Труды II Международной научн.-техн. конф.,М.,1994.-Т.4.-С.

46. Борискин О.Ф., Гаврюшин С.С.,Барышникова О.О. Динамика, прочность и устойчивость сложных оболочечных конструкций в машиностроении // Актуальные проблемы фундаментальных наук: Труды II Международной научн.-техн. конф.,М.,1994.-Т.4.-С.

47 Гаврюшин С.С. Численное моделирование и анализ процессов нелинейного деформирования гибких оболочек// Механика твердого тела. -1994.- N1.- С.109-119.

Автор: 

Объем 2 п.л. Тираж 150 экз. Ротапринт МГТУ им.Н.Э.Баумана
Подписано в печать 21.04. 1994 г. Заказ N 261