

И 498233

Министерство высшего и среднего специального образования СССР

Московский ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции и
ордена Трудового Красного Знамени государственный
технический университет имени Н.Э. Баумана

На правах рукописи

БОХОЕВА ЛЮБОВЬ АЛЕКСАНДРОВНА

УДК 539.3

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ДЕФЕКТОВ ТИПА
ОТСЛОЕНИЙ В НЕЛИНЕЙНОЙ ПОСТАНОВКЕ

01.02.04 - Механика деформируемого
твёрдого тела

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Москва-1991

Работа выполнена в Московском ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции и ордена Трудового Красного Знамени государственном техническом университете имени Н.Э. Баумана.

Научный руководитель - д.т.н., проф. Алтутов Н.А.

Официальные оппоненты: д.т.н., проф. Парцевский В.В.
к.т.н., доц. Белкин А.Е.

Ведущее предприятие - Центральный научно-исследовательский институт специального машиностроения
г.Хотьково Моск. обл.

Защита состоится "28" ноября 1991г. в 14³⁰ ч.
на заседании специализированного Совета Д 053.15.00 при Московском ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции и ордена Трудового Красного Знамени государственном техническом университете им. Н.Э. Баумана по адресу: 107005 Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5

храниться в библиотеке МГТУ им.

1991г.

М 498233

 В.В. ДУБИНИН

2С ьем 1п.л. Тираж 100экз.

Актуальность темы. В связи с увеличением интереса к использованию композиционных материалов при создании элементов конструкций возникает необходимость углубленного исследования поведения таких элементов под нагрузкой.

Слоистые композиты, обладая высокой удельной прочностью и жесткостью, весьма чувствительны к дефектам типа отслоений. Одной из особенностей процесса отслоения является локальная потеря устойчивости и выпучивание отслоившегося слоя с последующим ростом дефекта. Это может стать причиной общего разрушения элемента конструкции при нагрузке значительно меньше расчетного уровня.

Хотя условия потери устойчивости могут быть установлены достаточно точно, закритическое поведение отслоения, которое в конечном счете определяет эксплуатационные характеристики элементов конструкций из слоистых анизотропных материалов, изучено недостаточно. Поэтому исследование устойчивости дефектов типа отслоений в нелинейной постановке и роста отслоившейся части является актуальным.

Цель работы. Целью работы является: 1) исследование нелинейного поведения дефектов типа отслоений в слоистых композиционных материалах; 2) анализ возможности роста отслоившейся части.

Основные задачи работы. Для достижения указанной цели в работе рассмотрены следующие основные задачи:

- 1) исследование устойчивости дефектов типа отслоений в элементах конструкций из слоистых композитов: определение характеристик критической точки бифуркации и скорости роста амплитуды перемещений на начальной закритической стадии деформирования;
- 2) построение одномерной и двумерной модели дефектов в виде сквозной прямоугольной балки-пластины, круга, эллипса, прямоугольника и сферической панели;
- 3) расчёт критических нагрузок, параметров, характеризующих нелинейное поведение и рост отслоения для двумерной модели дефекта;
- 4) исследование влияния эффектов поперечного сдвига на ве-



личину критической нагрузки и закритическое поведение отслоения;

5) отделение высвобождаемой энергии, необходимой для образования новой поверхности: теоретическое исследование процесса возможного роста отслоившейся части.

Научная новизна. Энергетический метод обобщён на случай анализа устойчивости дефектов типа отслоений в нелинейной постановке. Применение этого метода дало возможность получить в явном виде аналитические выражения для величин, характеризующих закритическое поведение отслоений в виде сквозной прямоугольной балки - пластины, круга, эллипса, прямоугольника и сферической панели. Проведен анализ влияния эффектов поперечного сдвига на величину критической нагрузки, закритическое поведение и кривую разрушения. Решение задачи с учётом нелинейных деформаций использовано для определения скорости высвобождения энергии с помощью энергетического критерия Гриффитса с целью анализа возможности роста отслоений. Показано, что учёт закритических деформаций приводит к занижению стойкости к росту дефекта.

Практическая ценность. Результаты, полученные в работе можно успешно использовать для практических исследований на стадии предварительного проектирования, когда необходимо дать приблизительную оценку влияния отслоений на возможные варианты разрушения элементов конструкций из композиционных материалов слоистой структуры. Разработанные алгоритмы и программы, результаты расчёта, выводы и рекомендации могут быть использованы в проектных организациях, НИИ, КБ. Практический интерес также представляет теоретическая оценка максимально допустимых дефектов типа отслоений.

Достоверность полученных результатов обеспечивается корректностью постановки задачи, строгостью и последовательностью математических выкладок, а также сопоставлением в частных случаях с известными теоретическими и экспериментальными работами.

Апробация работы и публикации. Материалы диссертации опубликованы в работах [1 - 3] и доложены на симпозиуме кафедры "Сопротивление материалов, динамика"

машин" МТУ им. Н.Э. Баумана (г. Москва, октябрь 1987 г., октябрь 1988 г., сентябрь 1989 г.), на научном семинаре кафедры " Динамика и прочность машин " МЭИ (г. Москва, ноябрь 1989 г.), на двух научных конференциях ВСТИ (г. Улан-Удэ, март 1988 г., апрель 1991 г.), на научном семинаре кафедры " Сопротивление материалов " ВСТИ (г. Улан-Удэ, декабрь 1990 г.) .

Публикации. По результатам диссертации опубликовано три печатных работы.

Объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, выводов, списка литературы. Работа изложена на 150 страницах машинописного текста, включая 59 рисунков и 3 таблицы. Библиография насчитывает 127 наименований.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность темы исследования.

Дан краткий обзор работ, посвященных проблеме устойчивости дефектов типа отслоений и роста отслоившейся части. Исследования по этому вопросу можно приблизительно сгруппировать следующим образом. Во-первых, это работы, в которых для случая локальной потери устойчивости дефекта определяется критическая нагрузка, затем рассматривается возможность роста отслоения. Лишь в небольшом количестве работ рассматривается полная реакция отслоения на действующую нагрузку, т.е. закрылочные деформации с последующим ростом. Исследованию этого вопроса уделяли внимание как советские авторы, так и зарубежные, среди которых В.В. Болотин и его ученики, А.Н. Гузь, В.В. Парневский, Н.М. Ободан, Ю.М. Тарнопольский, Л.М. Качанов, Г. Чей, Ч.Д. Евбкок, В. Боттего, У Лин, Р.К. Кананье, Д.Э. Кардомати, Г. Симлитсес, С. Салама, Д.У. Шлусер и другие.

Вопросам нелинейной теории устойчивости толкостенных элементов конструкций уделяется большое внимание в связи с их актуальностью в приложениях. Основные результаты применения нелинейного анализа к решению прикладных задач изложены в работах В.Л. Еидермана, С.П. Тимошенко, И.А. Алфудова, В.В. Болотина, С.А. Амбарцумяна, А.С. Вольтира, Э.И. Григорюка,

В.В. Новожилова и других.

Анализ литературы, посвященный решению задач о взаимодействии между локальной потерей устойчивости и механизмом роста трещин, показал, что многие авторы работ сталкиваются с рядом трудностей, связанных с нелинейным поведением дефекта. Во-первых, применяемый метод исследования устойчивости отслоений в нелинейной постановке математически строг и для инженера-конструктора сложен, поэтому практически не используется. Во-вторых, метод предполагает проведение трудоемких расчетов, что связано с необходимостью больших затрат машинного времени и высокой стоимостью.

Формулируется цель работы и приводится краткое содержание диссертации.

В первой главе изложен энергетический метод исследования закритического поведения отслоения с помощью упрощенных уравнений. Предполагается, что линейная задача устойчивости решена, т.е. найдена критическая нагрузка и соответствующие критической точке бифуркации перемещения. При построении приближенного решения принято, что при малых конечных отклонениях отслоившейся части от начального положения, изменение формы будет несущественной. Тогда для решения нелинейной задачи были использованы бифуркационные перемещения, найденные из линеаризованных уравнений.

Принимается, что перемещения точек срединной поверхности в начальном состоянии известны и равны $\{U_0\}$. Для описания возмущенного состояния равновесия, смежного с начальным (невозмущенным) использован бесконечно малый параметр α , независимый от координат. Перемещения точек записываются в виде

$$\{U\} = \{U_0\} + \alpha \{U_1\} + \alpha^2 \{U_2\}.$$

Используя нелинейные представления деформаций через перемещения, можно записать выражения

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_0\} + \alpha \{\varepsilon_1\} + \alpha^2 \{\varepsilon_2\}.$$

Полная потенциальная энергия в возмущенном состоянии принимает вид

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 + \alpha (U_1 + \Pi_1) + \alpha^2 (U_2 + \Pi_2) + \alpha^3 U_3 + \alpha^4 U_4 + \alpha^2 V.$$

Зависимость между параметром α , характеризующим прогиб в центре отслоения и нагрузкой найдена из условия стационарности полной потенциальной энергии

$$\frac{\partial \Delta \mathcal{E}}{\partial \alpha} = 0, \quad \alpha (\bar{P}_{кр} - \bar{P}) + 2 \alpha^3 U_4 / B = 0.$$

Определив параметр α , можно вычислить перемещения и напряжения в любой точке отслоившейся части элемента конструкции.

Приведены основные допущения и ограничения, которые необходимо учитывать при решении нелинейных задач устойчивости. В работе рассмотрена модель тонкого слоя (локальное выпучивание). Это значит, что деформации изгиба совершают лишь отслоения, а нижняя дефектная часть и основная находятся в состоянии чистого сжатия.

Определены критическая нагрузка и соответствующий ей перемещения, для различных по форме дефектов. Перемещения $\{U_2\}$ подобраны таким образом, что исключают из выражения изменения полной потенциальной энергии $\Delta \mathcal{E}$ все начальные усилия.

В работе для оценки роста отслоений использован энергетический критерий Гриффитса. Скорость высвобождения энергии определена путем численного дифференцирования полной потенциальной энергии. На примерах сжато-изогнутого стержня с локальным отслоением, пластины с круглым и эллиптическим отслоениями проведен анализ возможности роста дефекта. При этом выполняются следующие условия: а) отслоение растет в своей плоскости автомодельным способом; б) рассматривается только квазистатическое подрастание дефекта.

Во второй главе основные этапы применения энергетического метода для решения нелинейных задач устойчивости рассмот-

рены на некоторых примерах. Объектом исследования являются тонкостенные элементы конструкций, такие как балки, пластины, сферическая оболочка с локализованными областями межслоевых дефектов в виде сквозного отслоения прямоугольной формы, круга, эллипса, прямоугольника и сферической панели. Полученные результаты согласуются с результатами расчетов, проведенных другими методами для тонкостенных элементов при соответствующих граничных условиях и нагружении.

На примере одномерной модели тонкого сквозного отслоения, имеющего место в балке-пластине, исследовано нелинейное поведение дефекта. Получены явные аналитические выражения для величин, характеризующих нелинейное поведение отслоившейся части.

Элемент конструкции представляет собой балку длиной L , высотой H и единичной длины. Имеется единственное отслоение длиной l , расположенное на глубине h , жестко заделанное по торцам. Задается собственная функция характеризующая угол наклона касательной к упругой линии в виде

$$v_1(s) = \sin(2\pi s/l).$$

Решение нелинейной задачи представлено

$$v(s) = \alpha v_1(s).$$

Из условия стационарности полной потенциальной энергии $\frac{\partial \Delta \mathcal{E}}{\partial \alpha} = 0$, получена зависимость между прогибом в центре отслоения α и внешней нагрузкой P

$$\alpha = 2,83 \sqrt{P_3 / P_{кр} - 1}.$$

Учитывая условия совместности сближения торцов для верхней и нижней частей дефектного участка, найдена связь между α , H , h , l и относительной деформацией ε . Из условия совместной деформации всей балки определена зависимость между прогибом α и относительной деформацией ε .

при различных значениях параметров h , l , H , L . Исследованы возможные формы равновесия, такие как устойчивая и неустойчивая. Показано влияние значений длины и глубины за-
легания отслоения на закритическое поведение.

Отслоение в виде круглой пластины является характерным по форме дефектом. Рассматривается пластина, равномерно нагру-
женная в двух направлениях с относительной деформацией ε . При этом предполагается, что существует единственное отслоение круглой формы (толщина h и радиус R). Отслоение определено как тонкая осесимметричная изотропная пластина, за-
щемленная по контуру и подверженная равномерно распределе-
нной нагрузке с интенсивностью q .

Задача устойчивости решена энергетическим методом и най-
дены перемещения $W_1(z)$ и $U_2(z)$.

Перемещения, которые списывают переход пластины в новое
отклоненное состояние от начального состояния равновесия,
определены в виде

$$U = \eta^2 U_2(z),$$

$$W = \eta W_1(z).$$

Изменение полной потенциальной энергии $\Delta \mathcal{E}$ пластины при
отклонении от начального плоского состояния представлено

$$\begin{aligned} \Delta \mathcal{E} = & \eta^2 \pi D \int_0^R \left[\left(\frac{d^2 W_1}{dz^2} + \frac{1}{2} \frac{d W_1}{dz} \right)^2 - \frac{2(1-\mu)}{z} \frac{d W_1}{dz} \frac{d^2 W_1}{dz^2} \right] \times \\ & \times z dz + \eta^4 \frac{E h \pi}{1-\mu^2} \int_0^R \left\{ \left[\frac{d U_2}{dz} + \frac{1}{2} \left(\frac{d W_1}{dz} \right)^2 \right]^2 + \left(\frac{U_2}{z} \right)^2 + \right. \\ & \left. + 2 \mu \left[\frac{d U_2}{dz} + \frac{1}{2} \left(\frac{d W_1}{dz} \right)^2 \right] \frac{U_2}{z} \right\} z dz - \eta^2 2 \pi q R U_2, \end{aligned}$$

где E - модуль упругости, $D = \frac{E h^3}{12(1-\mu^2)}$ - цилин-

дритическая жесткость пластины, η - параметр, зависящий от уровня нагружения пластины.

Из условия стационарности полной потенциальной энергии найдена зависимость между нагрузкой q и параметром η .

$$\frac{8}{3} \frac{D}{R^2} \eta + \frac{1}{28} \frac{E h}{R^2} \eta^3 - \frac{q}{6} \eta = 0.$$

Считается, что $\eta \neq 0$. Зависимость прогиба в центре пластины от внешней приложенной нагрузки определяется

$$\bar{\eta} = 2,6 \sqrt{\bar{q} - 1}.$$

Рассматриваются возможные равновесные формы - устойчивая и неустойчивая. Достаточно подробно проводится исследование влияния на закритическое поведение круглых отслоений, таких параметров как радиус дефекта χ , глубина залегания h . Точность предложенного расчета довольно высока, о чем свидетельствует сравнение с соответствующими результатами других авторов. Показывается влияние эффектов поперечного сдвига на закритическое поведение. Учет сдвиговых деформаций при исследовании закритического поведения отслоений для изотропных материалов не имеет практического значения, но имеет смысл при чрезвычайно сильной анизотропии упругих свойств материала.

Исследуется элемент конструкции из слоистого материала с единственным эллиптическим отслоением. Отслоившейся участок рассматривается как тонкая эллиптическая пластина, жестко закрепленная по контуру и нагруженная сжимающими усилиями q_x и q_y , соответствующими ϵ_x и ϵ_y . Форма отслоившейся части описывается уравнением

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

где a, b - оси эллипса.

Из решения линейной задачи находятся критическая нагрузка

ка и соответствующие ей перемещения $U_2(x, y)$ и $v_2(x, y)$. При переходе пластины в новое возмущенное состояние, смежное с начальным плоским функции перемещений задаются в виде

$$\begin{aligned} W(x, y) &= W_0 + \eta W_1, \\ U(x, y) &= U_0 + \eta^2 U_2', \\ v(x, y) &= v_0 + \eta^2 v_2. \end{aligned} \quad (I)$$

Прогиб пластины определяется функцией

$$W_1 = \left(1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}\right)^2.$$

Приравнивая к нулю первую производную $\frac{\partial \Delta \mathcal{E}}{\partial \alpha} = 0$, устанавливаются возможные положения равновесия

$$\eta q_{xp} + \eta^3 \frac{\frac{Eh}{2(1-\mu^2)} \int_0^a \int_0^b \left\{ \left[\frac{\partial U_2}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W_1}{\partial x} \right)^2 \right]^2 + \left[\frac{\partial v_2}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W_1}{\partial y} \right)^2 \right]^2 + 2\mu \left[\frac{\partial U_2}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W_1}{\partial x} \right)^2 \right] \left[\frac{\partial v_2}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W_1}{\partial y} \right)^2 \right] \right\} dy dx}{\oint_{S_1} (U_1 + \mu v_2) dS_1} = 0$$

при

$$q_x = \frac{E h \varepsilon}{1 - \mu}; \quad q_y = \frac{\mu E h \varepsilon}{1 - \mu}; \quad q_{xp} = \frac{E h \varepsilon_{xp}}{1 - \mu}.$$

При $q < q_{xp}$ возможна только одна прямолинейная форма равновесия, которая соответствует $\eta = 0$. При $q > q_{xp}$ возможна изгибная форма равновесия. Исследование знака второй производной позволило установить, что при $q > q_{xp}$ прямо-

линейная форма равновесия неустойчива, а изгибная - устойчива. Зависимость между прогибом в центре эллиптического отслоения и нагрузкой определяется

$$\overline{W}_{п.ах} = 1,01 \sqrt{\overline{q} - 1},$$

где $\overline{q} = q/q_{кр}$.

Для исследования закритического поведения дефекта с последующим ростом была составлена программа на алгоритмическом языке Фортран. Она состоит из отдельных модулей, что позволяет её модифицировать и делает удобной для пользователя. Например, изменять геометрические характеристики, граничные условия, параметры, задающие изменение характеристик роста дефекта и т. д.

Рассматривается влияние на нелинейное поведение параметров как толщина h и размеры отслоившегося слоя, упругие характеристики материала.

Исследуется двумерная модель отслоения в виде прямоугольника. Размеры отслоившейся части " a " и " b " малы по сравнению с размерами всего элемента конструкции, но велики по сравнению с высотой слоя $h \ll a, b$. Функции перемещений точек срединной поверхности пластины в новом отклоненном состоянии задаются (I). Функция прогиба, удовлетворяя всем граничным условиям, аппроксимируется выражением

$$W_1(x, y) = \cos \frac{\pi x}{a} \cos \frac{\pi y}{b}.$$

Зависимость между перемещением в центре прямоугольной пластины и нагрузкой получается из условия стационарности полной потенциальной энергии при $\eta \neq 0$

$$\overline{W}_{max} = 0,11 \sqrt{\overline{q} - 1},$$

где $\overline{q} = q/q_{кр}$.

Для выполнения расчетов была составлена программа. Её структура довольно проста, но предусматривает осуществление всех указанных выше этапов решения нелинейной задачи устойчивости.

Исследовано влияние на закритическое поведение отслоения таких параметров как глубина залегания и размеры дефекта. Показано влияние упругих характеристик материала.

При потере устойчивости поведение тонких круговых отслоений в сферической оболочке становится качественно другим по сравнению с поведением стержней и пластин. В работе определяется величина верхней критической нагрузки. Рассматривается сферическая оболочка толщиной H и радиусом R , которая имеет вблизи внутренней поверхности единственное отслоение толщиной h . По форме зона дефекта представляет собой сферический сегмент, жестко зашпеленный по контуру, с центральным углом 2θ . Допускается, что до потери устойчивости начальное напряженное состояние безмоментно, размеры и форма дефекта - неизменны.

При переходе отслоения из начального (невозмущенного) состояния новое (возмущенное) состояние перемещения записываются в виде

$$U = U_0 + \eta U_1 + \eta^2 U_2,$$

$$W = W_0 + \eta W_1.$$

Аппроксимирующая функция, которая удовлетворяет всем граничным условиям задается

$$W_1 = (1 - z^2/C^2)^2,$$

z - текущий радиус, C - радиус кругового отслоения. Для определения радиальных перемещений $U_1(z)$ и $U_2(z)$ решена вспомогательная задача.

Согласно общей схеме решения задачи, получено значение полной потенциальной энергии в виде

$$\Delta \bar{E} = \frac{\bar{\eta}^2 \bar{C}^2 \bar{R} (2,84 - 2,84 \mu + 0,72 \mu^2)}{1 - \mu^2} +$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{\bar{\eta}^3 \bar{C} [1,84 + 1,01\mu + 0,17\mu^2 + (1+\mu)(0,66 - 0,33\mu)]}{1 - \mu^2} - \\
& - \frac{\bar{\eta}^3 [1,64 - 0,76\mu + (1+\mu)(1,13 - 0,08\mu)]}{1 - \mu^2} + \\
& + \frac{\bar{\eta}^4 \cdot 0,11}{\bar{C}^2 \bar{R}} - \bar{\eta}^2 \bar{q} + \frac{2\bar{\eta}^2 \bar{C}^2 \bar{R} \mu (2 - \mu)^2}{3(1 - \mu^2)} + \\
& + \frac{1,33 \bar{\eta}^2}{\bar{C}^2 \bar{R} (1 - \mu^2)}.
\end{aligned}$$

Из условия стационарности полной потенциальной энергии приблизительно получены значения верхней критической нагрузки. Рассматривается влияние размеров дефекта и его расположение по толщине оболочки на величину критической нагрузки.

В заключение главы отмечается, что энергетический метод обобщен на случай исследования закритического поведения тонких упругих дефектов типа отслоений в элементах конструкций из слоистых анизотропных материалов. Сравнение вновь полученных расчетов с уже известными свидетельствует о точности полученных результатов. Преимуществами предложенного метода являются простота его реализации и возможность дальнейшего расширения сферы его применения. В частности, теоретические исследования закритического поведения можно использовать в расчетах для оценки максимальных размеров безопасных дефектов.

В третьей главе решается задача разрушения. Разрушение отслоением является распространенным видом разрушения слоистых композиционных материалов. Анализ нелинейного поведения дефектов, проведенный во второй главе, используется для определения интенсивности высвобождения энергии.

Для оценки возможного роста отслоения рассматривает-

ся одномерная модель балки при одноосном сжатии. Для выяснения вопроса о том, будет ли развиваться дефект, определяется интенсивность высвобождаемой энергии путем численного дифференцирования полной потенциальной энергии

$$G^0 = \frac{E h}{2} \left\{ \varepsilon^2 - 2 \varepsilon_{кр} \left[\frac{2 \varepsilon \varepsilon_{кр} - 4 \varepsilon (1 - \bar{h})}{(\varepsilon_{кр} \bar{h} + 2 - 2 \bar{h})^2} \right] - 3 \varepsilon_{кр}^2 \right\}.$$

Из условия равновесия трещин по Гриффитсу $G^0 = \Gamma$ построена кривая разрушения ε_r и получено уравнение

$$\varepsilon^2 - \frac{2 \pi^2}{3 \bar{\ell}^2} \left\{ \frac{\frac{\pi^2 \varepsilon}{3 \bar{\ell}^2} - 4 \varepsilon (1 - \bar{h})}{\left(\frac{\pi^2 \bar{h}}{3 \bar{\ell}^2} + 2 - 2 \bar{h} \right)^2} \right\} - \frac{\pi^4}{3 \bar{\ell}^4} - \Gamma = 0.$$

Исследованы характерные особенности роста тонких отслоений, такие как устойчивый, неустойчивый и неустойчивый с последующей остановкой. Получено хорошее согласие как с аналитическими, так и с экспериментальными результатами из других работ.

На примере круглых отслоений рассматривается процесс возможного роста дефекта. Потенциальная энергия деформации, с учетом нелинейного поведения отслоения, определяется

$$U = \pi E h R^2 \left\{ \frac{28}{9(1-\mu)^2} \varepsilon_{кр} \varepsilon + \left[\frac{1}{1-\mu} - \frac{28}{9(1-\mu^2)} \right] \times \right. \\ \left. \times \varepsilon_{кр}^2 + \frac{1}{1-\mu} \varepsilon^2 \right\}.$$

Обобщенная сила, продвигающая отслоение при бесконечно малом приращении радиуса ΔR , принимает вид

$$G^0 = - \frac{\partial U}{\partial R} = \frac{2\pi E h R}{1-\mu} \left[\left(1 - \frac{28}{9(1-\mu)}\right) \varepsilon_{кр}^2 + \varepsilon \right].$$

В случае, если G^0 - обобщенная сила, Γ - величина работы, необходимой для образования единицы новой поверхности, $\mu = 1/3$, определены равновесные Γ . Гриффитсу размеры отслоений из условия $G^0 = \Gamma$. Полагая, что

$$R^{*2} = \frac{R^2/h^2}{(3Eh/2\gamma)^{1/2}},$$

$$\varepsilon^* = \frac{\varepsilon}{(4\gamma/3Eh)^{1/2}}$$

получено уравнение

$$\varepsilon^{*2} - \frac{11}{3} \frac{1}{R^{*4}} - 1 = 0.$$

Построена теоретическая кривая разрушения. После начала нагружения отслоение остается плоским. При превышении критической нагрузки $\varepsilon > \varepsilon_{кр}$ начинается локальное выпучивание данного размера. При дальнейшем возрастании нагрузки начинается рост дефекта. Исследовано влияние параметров h , R ,

Γ на характер роста круглых отслоений. Проведен анализ влияния эффектов поперечного сдвига. Учет этих эффектов приводит к уменьшению критической нагрузки и к увеличению стойкости к росту отслоений.

На примере двумерной модели дефекта типа эллиптическое отслоение рассматриваются особенности роста. Для этого случая потенциальная энергия деформации представляется в виде

$$U = \frac{E h}{2(1-\mu^2)} \int_0^a \int_0^a \delta \sqrt{1-(x/a)^2} (1+3\mu^2) (\varepsilon_{кр}^2 - \varepsilon^2) dy dx + \\ + \frac{F}{T} (\varepsilon_{кр} \varepsilon - \varepsilon_{кр}^2).$$

С помощью численного дифференцирования полной потенциальной энергии определяются обобщенные силы, продвигающие отслоение

$$G_a^0 = - \frac{\partial U}{\partial a} , \quad G_b^0 = - \frac{\partial U}{\partial b} .$$

Для выполнения численных расчетов была составлена программа на алгоритмическом языке Фортран. Исследовано влияние размеров и местоположение дефекта по толщине пластины на скорость высвобождения энергии. Из условия равновесности системы трещин по Гриффитсу $G_a^0 = \Gamma_a$ и $G_b^0 = \Gamma_b$ получены кривые разрушения.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ.

1. С помощью энергетического метода в нелинейной постановке исследована устойчивость дефектов типа отслоений в элементах конструкций из слоистых композитов. Определены характер критической точки, бифуркации и скорость роста амплитуды перемещений на начальной закритической стадии деформирования.

2. Разработана одномерная и двумерная модели дефектов, которые представлены в виде сквозной прямоугольной балки-пластины, круга, эллипса, прямоугольника и сферической панели. Получены в явном виде аналитические выражения для прогибов на начальном этапе закритического деформирования. Исследованы возможные формы равновесия вблизи критической точки бифуркации и влияние на закритическое поведение таких параметров как толщина и размеры дефекта, упругие характеристики материала.

3. Разработан и реализован на ЭВМ алгоритм численного расчета для двумерной модели дефекта.

4. На примере круглого отслоения исследовано влияние эффектов поперечного сдвига на величину критической нагрузки и закритическое поведение. Показано, что учет сдвиговых деформаций при исследовании нелинейного поведения дефек-

тов типа отслоений имеет смысл только при анизотропии упругих свойств материала.

5. Для оценки возможного роста отслоений использован энергетический критерий разрыва Гриффитса. Решение задачи устойчивости отслоений в нелинейной постановке использовано для определения скорости высвобождения энергии. Изучены характерные особенности роста отслоений, такие как устойчивый, неустойчивый и неустойчивый с последующей остановкой: рассмотрено влияние эффектов поперечного сдвига на условия роста отслоений. Учет поперечных сдвигов приводит к уменьшению критической нагрузки и увеличению стойкости к росту дефекта.

По теме диссертации опубликованы следующие работы:

1. Бохоева Л.А. Развитие дефектов типа расслоений в элементах конструкций из слоистых анизотропных материалов // Тез. XVII респ.науч.конф. - Улан-Удэ, 1988. - С. 8.

2. Бохоева Л.А. Устойчивость и рост круглых расслоений в слоистых элементах конструкций // Изв. ВУЗов. Машиностроение. - 1989. - № 8. - С. 21-23.

3. Бохоева Л.А. Нелинейные задачи упругой устойчивости элементов конструкций с дефектами типа отслоения // Тез. XXX респ.науч.конф. - Улан-Удэ, 1991. - С. 11.

Bohoeva