

М 498227

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ СССР
ПО НАРОДНОМУ ОБРАЗОВАНИЮ

МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ЛЕНИНА, ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ И
ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени Н.Э.БАУМАНА

На правах рукописи

СИДОРОВ ИГОРЬ ГЕННАДИЕВИЧ
АДАПТИВНЫЕ И МИНИМАКСНЫЕ МЕТОДЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ
ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АЛГОРИТМА
КАЛМАНА В ТЕХНИЧЕСКИХ И ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ

Специальность 05.13.01 -

"Управление в технических системах"

Ваш

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата
технических наук

Москва 1991

Работа выполнена в Специальном конструкторском бюро автоматизированных систем управления Минбыта РСФСР (СКБ АСУ Минбыта РСФСР).

Научный руководитель:

- доктор технических наук
О.М. Куркин

Официальные оппоненты:

- доктор технических наук,
профессор Ю.И. Десярев

Ведущее предприятие

- кандидат технических наук,
доцент И.А. Павлов
- Центральный научно-
исследовательский институт
бывших осужденных
населения Минбыта РСФСР

Защита состоится "21" октября 1991 года в 14³⁰ часов
на заседании специализированного совета К 053.15.12 в Московс-
ком университете имени Н.Э.Баумана
анская ул., 5, в зале засе-

ом экземпляре, заверенный
по указанному адресу.
сь в библиотеке МГТУ.

М 498227

23 1991 года.



Актуальность проблемы. Развитие рыночных отношений в стране требует обоснованного изучения и прогнозирования спроса на товары и услуги на основе современной методологии и техники.

Повышение уровня планирования и управления народным хозяйством в новых условиях хозяйствования невозможно без глубокого и всестороннего развития маркетинговых услуг, анализа рынка на основе широкого использования экономико-математических методов и вычислительной техники, совершенствования существующих и разработки новых методов экономического прогнозирования.

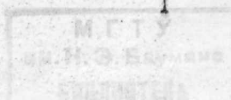
Объективная необходимость повышения качества прогнозов, используемых в планировании, оперативном управлении, привела к созданию и быстрому развитию адаптивных методов прогнозирования, существенное достоинство которых заключается также в возможности их использования для получения прогнозных оценок развития процессов подверженных неизвестным сезонным колебаниям. Даже и в тех случаях, когда прямое воздействие на процессы, вызывающие сезонные колебания, невозможно, необходимо учитывать их действие при совершенствовании технологических, организационно-экономических процессов и процессов управления, в связи с чем необходимо уметь измерять и изменять сезонность.

Такого рода процессы имеют место во многих отраслях народного хозяйства и в том числе в отрасли бытового обслуживания населения, на материалах которой и была выполнена данная диссертационная работа.

Проблемам высокоточного прогнозирования в условиях априорной неопределенности, а также проблеме прогнозирования тренд-сезонных процессов не уделялось достаточного внимания, что обусловило актуальность темы диссертационной работы.

Цель исследования - разработка и развитие адаптивных и минимаксных методов прогнозирования, а также их использование для прогнозирования отрасли бытового обслуживания населения как на дальнюю, так и на ближайшую перспективу.

Кроме того, в условиях достаточных явлений сезонности потребления бытовых услуг, обеспечить на основе построения экономико-математических моделей оптимальный выбор факторов, которые в определенной степени могут быть подвергнуты изменению (например, случайные возмущения тренда и угла наклона тренда, а также



сезонные возмущения).

Алгоритм прогнозирования сезонных и несезонных процессов с наличием аддитивного фактора сезонности построен на фильтре Калмана - Бьюси, при этом процессы не обязательно стационарные, возмущения в модели Калмана считаются полностью вероятностно описанными.

Алгоритм минимаксного прогнозирования сезонных и несезонных процессов построен на минимаксном подходе для случая скалярного возмущения, которое не считается полностью вероятностно описанным, как в модели Калмана. Решение эквивалента данной задачи для непрерывных процессов во времени, когда отсутствуют ошибки измерений и когда имеет место задача оптимальной экстраполяции, впервые получено У.Гренандером.

С общих позиций теории принятия решений, задача минимаксной фильтрации рассматривалась В.Г.Репиным и Г.П.Тартаковским.

Проведенное исследование по сглаживанию фактора сезонности в бытовом обслуживании опирается на основные подходы математической статистики и экономической кибернетики.

Научная новизна. Новым элементом в работе является, ранее не встречавшаяся при решении подобных задач линейная модель экономического процесса в виде векторного процесса, развивающегося во времени пошагово. На основе этой модели разработан алгоритм прогнозирования сезонных и несезонных процессов с наличием аддитивного фактора сезонности, сведенный к фильтру Калмана-Бьюси.

Построена аддитивная модель суммарного (годового) объема бытовых услуг, для которого допустима гипотеза линейного изменения по годам в отсутствии ошибок измерений, а также модель сезонных колебаний: аддитивная и мультипликативная в присутствии возмущений.

На основе этой модели предложен минимаксный метод прогнозирования сезонных и несезонных процессов для случая скалярного возмущения, которое не считается полностью вероятностно описанным. Для минимаксного метода фильтр строится как наилучшая оценка при наихудшем возмущении (спектре), о котором априори известны лишь дисперсии. При этом одновременно синтезируются алгоритм и отыскивается наихудший спектр.

Существенной новизной отличается основной критерий адаптивной настройки фильтра Калмана для прогнозирования случайных

процессов с наличием аддитивного фактора сезонности, а также экспериментальный способ выбора оптимальных параметров сглаживания в фильтре.

Практическая ценность диссертационной работы состоит в разработке многоцелевой методики кратко- и среднесрочного прогнозирования, базирующейся на использовании минимаксного метода и адаптивного метода Фильтра Калмана, на основе которой получены прогнозные оценки развития отрасли бытового обслуживания с учетом и без учета сезонности.

Создано ПО и алгоритм, которые реализованы в специальной машинной программе и введено в эксплуатацию в СБ АСУ Минбыта РСФСР. Разработанное ПО может быть использовано автономно, а также в подсистеме перспективного планирования АСУ и АСУП.

Разработанные комбинированные адаптивно-минимаксные методы прогнозирования, которые могут также найти применение в задачах обработки радиолокационной информации и управления летательными аппаратами в условиях априорной неопределенности.

Реализация и внедрение. Результаты работы использованы в составе проектов блока "Анализ хозяйственной деятельности" и "Планирование", РАСУ-Быт, при внедрении комплексов задач ППП "Прогноз", а также в работах "Разработка системы моделей отраслевого экономического прогнозирования бытового обслуживания", выполненные в СБ АСУ Минбыта РСФСР.

Годовой экономический эффект в отрасли бытового обслуживания от внедрения программы может быть достигнут за счет повышения качества планирования и оперативного управления деятельностью отдельных ее звеньев, а также оптимизации размещения основных фондов с учетом сезонных колебаний спроса на бытовые услуги.

Апробация работы. Основные положения диссертации обсуждались на научно-технической конференции "Проблемы совершенствования управления народным хозяйством на основе средств вычислительной техники" (М.: 1986 г.), научно-практической конференции аспирантов и молодых ученых ЦНИИбыт по экономическим, техническим и химическим аспектам бытового обслуживания населения (М.: 1987 г.), а также на научном семинаре кафедры Кибернетики Московского института электронного машиностроения и Института проблем механики АН СССР (М.: 1986 г.), доложены на научных семинарах Института космических исследований АН СССР и кафедры САУ МГТУ (М.: 1991 г.).

Публикации. По результатам выполненных исследований опубликованы 6 печатных работ общим объемом 2,8 п.л.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы и одного приложения, изложенных на 114 страницах машинописного текста и включает 7 таблиц, 6 рисунков. Список используемой литературы состоит из 105 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении дается общая характеристика проблемы, показана ее актуальность, обосновывается необходимость интенсивного развития бытового обслуживания, раскрываются основные цели и задачи службы быта в свете решений партии и правительства. Указывается, что в качестве одной из существенных особенностей отрасли является наличие сезонности в работе предприятий, обусловленной неравномерным поступлением заказов во времени. Здесь же формулируется основная цель диссертации, заключающаяся в решении двух задач: учета фактора сезонности и обеспечении ритмичной работы обслуживающих предприятий в условиях неравномерного спроса.

Первая глава посвящена анализу характерных особенностей экономических процессов, сравнительной классификации и анализу моделей управляемых экономических процессов, параметрических и стохастических моделей, аппроксимирующих экономические процессы в наиболее типичных случаях, а также описанию проверки оценки степени приближения идентифицированной моделью исследуемого процесса.

Современные экономические явления характеризуются сложной внутренней структурой взаимосвязей факторов, определяющих их развитие, которая с течением времени может изменяться. Как правило, анализ и прогнозирование экономических процессов приходится осуществлять в условиях частичной или полной априорной информационной неопределенности, неизвестных их статистических характеристик.

Общепринятой в настоящее время является точка зрения на экономические объекты как на большие сложные системы. Характерная особенность (свойство) сложных экономических систем, подлежащая учету при моделировании — стохастический характер поведе-

ния экономических процессов.

Следующее свойство сложных экономических систем, подлежащее учету при моделировании их поведения, — управляемость.

Третье принципиальное свойство экономических систем — информационность.

В зависимости от того, на учет какого (или каких) свойств экономических систем делается акцент, модели экономической динамики можно подразделить на два крупных класса: экономико-статистические модели (ЭСМ) со стабильной и переменной структурой. Под структурой ЭСМ понимается набор входных и выходных переменных, форма их взаимосвязи, параметры модели.

Приводится описание адаптивного подхода к анализу и прогнозированию экономических явлений на принципах декомпозиции и "неравнозначности наблюдаемой информации".

В таком подходе наблюдаются две особенности прогнозирования.

1. Адаптация модели требует максимума имеющейся информации.

2. Более эффективны адаптивные методы, которые учитывают различную информационную ценность членов динамического ряда на основе придания большего веса последним наблюдениям, так как ценность прошлых наблюдений с течением времени падает.

На основе исходных понятий теории управления сформулированы математические модели адаптивного прогноза с элементами априорной неопределенности.

Рассмотрены примеры подобных объектов в дискретном и непрерывном времени.

В данной работе управление экономическими процессами не рассматривается с точки зрения поиска оптимального управления, но учитывается в моделях, используемых для прогнозирования (например, путем компенсации управляющих воздействий в линейной системе).

Определены характеристика класса параметрических моделей, а также в зависимости от способа задания функциональной зависимости представления модели, способы ее задания, класса стохастических моделей, а также типичных представителей этого класса. В зависимости от метода определения оптимальных значений параметров адаптации используются две группы методов:

- 1) статистические методы
- 2) динамические методы.

Важное место в работе занимает метод Тейла и Вейджа.

Г.Тейл и Вейдж предложили использовать модель Хольта для прогнозирования вероятностного процесса

$$\begin{aligned} y_t &= a_t + \varepsilon_t, \\ a_t &= a_{t-1} + b_t, \\ b_t &= b_{t-1} + v_t, \end{aligned}$$

где a_t - значение тренда ряда y_t в момент t ; b_t - измерение тренда от момента $(t-1)$ к моменту t ; ε_t, v_t - временные последовательности с нулевым средним значением, постоянными дисперсиями $\sigma_\varepsilon^2, \sigma_v^2$ и отсутствием ковариации. Г.Босенос расширил сферу применения данного метода для прогнозирования сезонных процессов вида

$$\begin{aligned} y_t &= a_t + S_t + \varepsilon_t, \\ a_t &= a_{t-1} + b_t, \\ b_t &= b_{t-1} + v_t, \\ S_t &= S_{t-L} + q_t, \end{aligned}$$

где S_t - сезонная компонента с периодом сезонности L , ε_t, v_t, q_t - случайные некоррелированные величины с нулевыми математическими ожиданиями, постоянными дисперсиями $\sigma_\varepsilon^2, \sigma_v^2, \sigma_q^2$ и отсутствием автокорреляции. Он довел исследование данной схемы до решения проблемы выбора оптимальных параметров адаптации в зависимости от отношений дисперсий компонент расследуемого процесса

$$D^2 = \frac{\sigma_v^2}{\sigma_\varepsilon^2}, \quad M^2 = \frac{\sigma_q^2}{\sigma_\varepsilon^2}.$$

Среди динамических методов в настоящее время интенсивно развиваются такие методы построения комбинированных моделей авторегрессии - скользящего среднего, как метод Бокса-Дженкинса и метод адаптивной фильтрации. Общая схема построения адаптивного фильтра может быть использована как для исходного ряда y_t , так и для производных разностных рядов $w_t = \nabla^d y_t$ ($d=1,2$). Причем в последнем случае, как показывает практика, эффективность метода существенно повышается.

Во второй главе проведен сравнительный анализ методов прогнозирования на основе фильтра Калмана и минимаксной фильтрации. Определена стационарная система объект-измеритель, действующая

в непрерывном времени, представленная в образах Фурье. Измеряемый сигнал $y(\lambda)$ - Фурье - образ от измеряемого сигнала $y(t)$ - представляет собой аддитивную смесь линейного преобразования полезного сигнала $s(\lambda)$ - Фурье - образа стационарного n -мерного процесса $S(t)$ с матрицей частотных характеристик $C(\lambda)$ размера $m \times n$ и стационарной помехи $\xi(\lambda)$ - Фурье-образа процесса $\xi(t)$:

$$y(\lambda) = C(\lambda)s(\lambda) + \xi(\lambda).$$

Полезный сигнал и помеха состоят из двух составляющих:

$$s(\lambda) = s_I(\lambda) + s_{II}(\lambda);$$

$$\xi(\lambda) = \xi_I(\lambda) + \xi_{II}(\lambda).$$

Известно, что $M[s(\lambda)] = M[s_I(\lambda)] = 0$; $M[\xi_I(\lambda)] = M[\xi_{II}(\lambda)] = 0$, где M - оператор математического ожидания. Известны положительно-определенные матрицы спектральных плотностей процессов ξ_I и ξ_{II} - $T_I(\lambda)$ и $T_{II}(\lambda)$ соответственно. Предполагается также, что процессы s_I , s_{II} , ξ_I , ξ_{II} взаимно некоррелированы. Спектральные плотности процессов s_I и s_{II} подчиняются следующим ограничениям:

$$s_I(\lambda) = \sum_{k=1}^n p_k(\lambda) u_k(\lambda); \quad \xi_{II}(\lambda) = \sum_{k=1}^m q_k(\lambda) v_k(\lambda),$$

где $p_k(\lambda)$ и $q_k(\lambda)$ известные функции (векторы-столбцы) размерности n и m соответственно $u_k(\lambda)$ и $v_k(\lambda)$ - возмущения (скалярные функции) с нулевыми математическими ожиданиями и некоррелированные между собой.

Наиболее типичными ограничениями на возмущение в практических приложениях являются моментные ограничения, типа ограничения на область сосредоточения спектра.

Математически эти ограничения могут быть записаны в виде моментных неравенств на спектральные плотности $H_{1j}(\lambda)$ и $H_{2j}(\lambda)$ возмущений $v_j(\lambda)$ и $u_j(\lambda)$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_{jk}(\lambda) H_{1j}(\lambda) d\lambda \leq b_{jk}, \quad k=1, \dots, m_j, \lambda \in \Lambda_{1j};$$

$$H_{1j}(\lambda) = 0, \quad \lambda \notin \Lambda_{1j};$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_{jk}(\lambda) H_{2j}(\lambda) d\lambda \leq a_{jk}, \quad k=1, \dots, n_j, \lambda \in \Lambda_{2j};$$

$$H_{2j}(\lambda) = 0, \quad \lambda \notin \Lambda_{2j};$$

где $\psi_j(\lambda) \in \bar{R}_+^{n_j}$, $\varphi_j(\lambda) \in \bar{R}_+^{m_j}$ - неотрицательные четные почти всюду по λ заданные функции частоты; $\alpha_j \in R_+^{n_j}$, $\beta_j \in R_+^{m_j}$ - заданные положительные векторы; Λ_{1j} , Λ_{2j} - заданные подмножества оси частот, положительные меры, $\text{mes } \Lambda_{1j} > 0$, $\text{mes } \Lambda_{2j} > 0$; $R_+^{n_j}$, $\bar{R}_+^{n_j}$ - положительный ортант пространства $R_+^{n_j}$ и неотрицательный ортант $\bar{R}_+^{n_j}$ (замыкание $R_+^{n_j}$).

Задача отыскания фильтра имеет смысл тогда, когда на каждое из возмущений наложено хотя бы одно моментное ограничение, и заключается в следующем. Надо найти такое линейное преобразование - строку частотных характеристик $G(\lambda)$ размера m измеряемого сигнала $y(\lambda)$, которое давало бы в определенном смысле наилучшую оценку некоторого заданного линейного преобразования полезного сигнала $s(\lambda)$, задаваемое строкой частотных характеристик $Q(\lambda)$.

На искомый фильтр $G(\lambda)$ дополнительно накладываются условия с ограничения на область сосредоточения, которые означают, что известна область Λ , где $G(\lambda) \neq 0$ для $\lambda \in \Lambda$, $G(\lambda) = 0$ для $\lambda \notin \Lambda$. В терминах теории прогнозирования экономических (технических) временных рядов под $y(\lambda)$ будем понимать Фурье-образ заданного экономического временного ряда $y(t)$, под $s(\lambda)$ - Фурье-образ регулярной составляющей заданного ряда $s(t)$, отражающей интересующую нас общую тенденцию исследуемого процесса медленно изменяющуюся во времени. Ошибка оценивания в изображениях имеет вид

$$\Delta(\lambda) = G(\lambda)y(\lambda) - Q(\lambda)s(\lambda) = G(\lambda)\xi_1(\lambda) + \sum G(\lambda)\rho_k(\lambda)\zeta_k(\lambda) + (G(\lambda)C(\lambda) - Q(\lambda))\xi_2(\lambda) + \sum (G(\lambda)C(\lambda) - Q(\lambda))\rho_k(\lambda)\zeta_k(\lambda)$$

В этом выражении первые два слагаемых описывают ошибку оценивания, обусловленную ошибками измерения; вторые два слагаемых описывают ошибку оценивания, обусловленную динамикой и частотными характеристиками объекта.

Поскольку приходится решать задачу в условиях неопределенности о спектральных плотностях $H_1(\lambda)$ и $H_2(\lambda)$, то разумно оценивать качество различных фильтров по их гарантированной точности, т.е. для фильтра с $\forall \lambda G(\lambda)$ ввести в рассмотрение следующий функционал (называемый гарантированной точностью оценивания)

$$D_r(G) = \sup_{H(\lambda) \in \mathcal{H}} D(G, H)$$

Здесь $H^T = (H_1, H_2)$, $\mathcal{R} = \mathcal{R}_1 \times \mathcal{R}_2$, $\mathcal{R}_1$ и $\mathcal{R}_2$ — множества допустимых спектральных плотностей $\mathcal{R}_1 = \prod_{j=1}^M \mathcal{R}_{1j}$, $\mathcal{R}_2 = \prod_{i=1}^N \mathcal{R}_{2i}$ где $\mathcal{R}_{1j}$ и $\mathcal{R}_{2i}$ — множества допустимого изменения спектральных плотностей, $H_{1j}(\lambda)$ и $H_{2i}(\lambda)$ — определенные моментными неравенствами. Иными словами, гарантированная точность оценивания характеризует точность при реализации наилучших, среди всех допустимых, спектральных плотностей возмущений.

Поскольку нам априорно не известно, какие именно реализовали спектральные плотности $H(\lambda)$, то будем искать фильтр $G^\circ(\lambda)$, имеющий наилучшую гарантированную точность — т.е. минимаксный фильтр.

$$\min_{G(\lambda) \in \mathcal{R}} \sup_{H(\lambda) \in \mathcal{R}} D(G, H) = \sup_{H(\lambda) \in \mathcal{R}} D(G^\circ, H)$$

 $\mathcal{R}$ — пространство допустимых $H(\lambda)$, определенное условием идеализации процесса фильтрации, как стационарной фильтрации. В случае фильтрации на элементы множества $\mathcal{R} \subset L_2(-\infty, \infty)$ наложено дополнительное условие аналитичности в нижней полуплоскости.

Когда наблюдаемый процесс $y(\lambda)$ является скалярным, постановка задачи несколько упрощается.

В этом случае можно считать, что $y = S + \xi$, где взаимно некоррелированные полезный сигнал S и ξ состоит из двух составляющих

$$S = S_I + S_{II}, \\ \xi = \xi_I + \xi_{II},$$

где спектральные плотности $T_1(\lambda)$ и $T_2(\lambda)$ процессов ξ_I и S_I известны, а

$$S_{II} = \sum_{j=1}^M S_{Ij}, \\ \xi_{II} = \sum_{i=1}^N \xi_{Ii}$$

О спектральных плотностях $H_{1j}(\lambda)$ и $H_{2i}(\lambda)$ каждого из процессов ξ_{Ii} и S_{Ij} известны лишь системы моментных неравенств, которым они удовлетворяют.

Функционал дисперсии ошибки оценивания выглядит в этом случае следующим образом

$$D(G, H) = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ |G(\lambda)|^2 \left[T_1(\lambda) + \sum_{j=1}^M H_{1j}(\lambda) \right] + \right. \\ \left. |G(\lambda) - Q(\lambda)|^2 \left[T_2(\lambda) + \sum_{i=1}^N H_{2i}(\lambda) \right] \right\} d\lambda.$$

Рассматривая задачу линейной стационарной минимаксной фильтрации процессов с дискретным временем, будем считать, что полезный сигнал является суммой двух процессов, спектральная плотность одного из которых $T(\lambda)$ известна, а другого $H(\lambda)$ удовлетворяет системе моментных неравенств.

Известно, что в задачах с дискретным временем

$$A_+(\lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n e^{-i\lambda n}$$

- аналитическая внутри единичного круга составляющая функции,

$$а \quad A^*(\lambda) = \exp \left\{ \frac{1}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \ln A(\omega) \cdot \frac{e^{-i\omega} + z}{e^{-i\omega} - z} d\omega \right\} -$$

результат факторизации функции

$$A(\lambda) = |A^*(\lambda)|^2,$$

где $A^*(\lambda)$ - аналитическая внутри единичного круга функция. Приводится ключевая теорема I задачи линейной стационарной минимаксной фильтрации процессов с дискретным временем.

Теорема I. Седловая точка в игре фильтрации (G^0, H^0) определяется следующим образом

$$H^0(\lambda) = \left[X_u(\lambda) - 1 - \frac{T(\lambda)}{\tau^2} \right] \cdot \tau^2, \\ G^0(\lambda) = \left\{ Q(\lambda) \left[X_u^+(\lambda) - \frac{1}{X_u^-(\lambda)} \right] \right\} \cdot \frac{1}{X_u^+(\lambda)},$$

где $X_u(\lambda)$ удовлетворяет следующей системе соотношений

$$X_u(\lambda) = \max \left[1 + \frac{T(\lambda)}{\tau^2}, \frac{|Q(\lambda)[X_u^+(\lambda) - \frac{1}{X_u^-(\lambda)}]|_+}{\langle \alpha, \Psi(\lambda) \rangle} - \frac{Q(\lambda)X_u^+(\lambda)}{\langle \alpha, \Psi(\lambda) \rangle} \times X_\lambda(\lambda) \right],$$

$$\alpha \in R_+^n, \\ \rho = \alpha - \tau^2 \int \left[X_u(\lambda) - 1 - \frac{T(\lambda)}{\tau^2} \right] \cdot \Psi(\lambda) d\lambda \in \bar{R}_+^n,$$

$$\langle \alpha, \rho \rangle = \hat{0},$$

где γ^2 - спектральная плотность белого шума, который является помехой наблюдения, χ_Λ - характеристическая функция множества Λ - области сосредоточения спектра оптимальной минимаксной фильтра.

Рассматривается один из важнейших с прикладной точки зрения случаев, когда $Q(\lambda)$ может быть представлена в виде

$$Q(\lambda) = \sum_{k=-n_1}^{n_2} q_k e^{-i\lambda k}$$

Можно показать, что система соотношений, определяющая седловую точку, может быть сведена к решению системы нелинейных соотношений относительно конечного числа параметров.

Приводится решение задачи простой фильтрации полезной составляющей и экстраполяции ее значения на единицу времени вперед, а также решение задачи экстраполяции полезной составляющей на произвольное число шагов вперед, приводятся примеры, когда ошибки измерений присутствуют и отсутствуют.

Рассматривается развитие минимаксного подхода на прогнозирование стационарных случайных процессов для случая скалярного возмущения. Решение аналогичной задачи было впервые получено для непрерывных процессов во времени У. Гренандером. Для минимаксного метода фильтр строится как наилучшая оценка при наихудшем возмущении (спектре), о котором априори известны лишь дисперсии. При этом синтезируется алгоритм и отыскивается наихудший спектр.

Реализуется этот алгоритм расчетом по формулам

$$\gamma \sum_{i=0}^n \rho_i x_{n-i} = x_{N-n-1} \cdot 1(N-n-1),$$

где

$$1(i) = \begin{cases} 0, & i < 0, \\ 1, & i \geq 0; \end{cases}$$

$$\rho_n = \gamma_n(N) \quad \text{при } N=1,$$

$$\rho_n = \gamma_n(N) - \sum_{i=1}^{N-1} x_{N-i-1} (\rho_{n-i} - \gamma_n(N-i)) \quad \text{при } N > 1,$$

где γ множитель Лагранжа, определяющий среднеквадратическую ошибку прогноза $\sigma_{np} = \gamma \sqrt{D_u}$, D_u - верхняя граница дисперсии наихудшего возмущения u_n , ρ_i - весовые коэффициенты в модели для прогнозирования вероятностного процесса y_n .

имеющий вид:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \rho_i y_{n-i} = u_n$$

x_n - оригинал аналитической функции $x(z)$ внутри единичного круга, полученной в результате факторизации спектральной функции

$$X(\omega) = x(e^{-j\omega}) x(e^{j\omega}) = \frac{H_u(\omega)}{|P(e^{-j\omega})|^2},$$

где $H_u(\omega)$ - спектр наихудшего возмущения u_n , $P(e^{j\omega})$ - спектр весовой последовательности $\{\rho_i\}$. Значение N определяет интервал прогноза или глубину памяти фильтра в $N-1$ шагов, $Y_n(N)$ - прогноз на N тактов по реализовавшимся значениям измеряемого показателя $y_n, y_{n-1}, \dots$.

Для линейной модели первого порядка

$$y_n = y_{n-1} + u_n$$

алгоритм реализуется по формулам

$$\begin{aligned} \gamma(x_n - x_{n-1}) &= x_{n-n-1}, \\ \ell_n &= y_n - \sum_{i=1}^{N-1} x_{n-i-1} (\ell_{n-i} - y_n). \end{aligned}$$

краевые начальные условия: $x_{-1} = 0$; $x_n - x_{n-1} = 0$,

для линейной модели второго порядка

$$y_n = 2y_{n-1} - y_{n-2} + u_n$$

алгоритм имеет вид

$$\begin{aligned} \gamma(x_n - 2x_{n-1} + x_{n-2}) &= x_{n-n-1}, \\ \ell_n &= (N+1)y_n - Ny_{n-1} - \sum_{i=1}^{N-1} x_{n-i+1} (\ell_{n-i} - (N+1-i)y_n + (N-i)y_{n-1}), \end{aligned}$$

краевые начальные условия: $x_{-1} = 0$, $x_0 - x_{-1} = 0$,

$$\Delta^2 x(N) = \Delta^3 x(N) = 0.$$

В качестве иллюстрации, рассматривается применение минимаксной фильтрации к задаче прогнозирования показателя бытовых услуг - объем реализации услуг химчистки бытового обслуживания населения РСФСР за период 1970 г. - 1979 г. на период от 1 месяца до 12 месяцев 1980 г. (на 1 год) и на период от 1 месяца до 24 месяцев за 1980 г. - 1981 г. (на 2 года).

Приводится обоснование и рекомендации приложения теоретического аппарата фильтрации линейных стохастических систем на основе метода фильтра Калмана к задаче прогнозирования случай-

ных процессов с наличием аддитивного фактора сезонности.

Иллюстрация калмановского алгоритма демонстрируется на двух примерах: прогнозирование показателя - услуги химчистки и услуги фотографии. Одна из возможных моделей для прогнозирования вероятностного процесса y_n имеет вид:

$$\lambda_n = A\lambda_{n-1} + Bw_n,$$

$$y_n = C^T \lambda_n,$$

где y_n - наблюдения временного ряда в момент n ,
 $\lambda_n = [a_n, b_n, \bar{s}_n]^T$ - расширенный вектор состояний системы в момент n , $\bar{s}_n = [s_n, \dots, s_{n-1+1}]^T$,

$$A = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \\ 0 & \tilde{A} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ I & 0 \\ 0 & B \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} I \\ 0 \\ I \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{A} = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & \dots & I \\ I & \dots & 0 \\ 0I & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & I0 \end{bmatrix} \right\} \text{ } L\text{-строк,}$$

$$B = \left\{ \begin{bmatrix} I \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \right\} \text{ } L\text{-строк}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{L\text{-столбцов}}$

Один из вариантов уравнения экстраполятора получается на основе фильтра Калмана:

$$\hat{\lambda}_n = \hat{\lambda}_n^{\hat{a}} + \frac{1}{C^T K_n^{\hat{a}} C} K_n C (y_n - C^T \hat{\lambda}_n^{\hat{a}}),$$

$$K_n = K_n^{\hat{a}} - K_n^{\hat{a}} C C^T K_n^{\hat{a}} \cdot \frac{1}{C^T K_n^{\hat{a}} C},$$

$$\hat{\lambda}_n^{\hat{a}} = A \hat{\lambda}_n,$$

$$K_n^{\hat{a}} = A K_n A^T + K_{\bar{s}n-1}^{\hat{a}},$$

где $K_{\bar{s}n}^{\hat{a}}$ - выбирается так, чтобы минимизировать сумму квадратов невязок

$$\varphi(K_{\xi_n}^{\wedge}) = \sum_{k=0}^{n-1} [y_{n-k} - \hat{y}_{n-k}^{\wedge}(n-k)]^2$$

в каждый момент времени $n = 1, 2, \dots$, где $n = \dim \lambda_n$,
 $\hat{y}_n^{\wedge}(N)$ - пролонгация y_n на N шагов.
 Здесь

$$K_{\xi_0}^{\wedge} = K_{\xi_0} = B \begin{bmatrix} \sigma_v^2 & 0 \\ 0 & \sigma_g^2 \end{bmatrix} B^T.$$

Вследствие чего алгоритм становится адаптивным.

В третьей главе детализируется настройка фильтра на возмущение скорости изменения тренда - v_n и возмущение сезонности - g_n при постоянной и переменной дисперсии сезонности σ_g^2 . Анализ работы при варьировании параметров σ_v^2 и σ_g^2 показал, что

$$\frac{\sigma_v^2}{\sigma_g^2} \approx 10^{-5}$$

а также, что чрезмерное увеличение дисперсии возмущения сезонности, так и чрезмерное уменьшение ее при постоянных значениях σ_v^2 и σ_g^2 ведет к расходимости фильтра, аналогично, когда увеличивается или уменьшается параметр σ_s^2 при постоянных σ_v^2 и σ_g^2 . И, наконец, варьирование σ_v^2 показывает, что чрезмерное уменьшение σ_v^2 практически не влияет на сходимость фильтра, а увеличение ведет к расходимости фильтра при постоянных значениях σ_g^2 и σ_s^2 , таким образом возможны такие ситуации, когда экстраполятор оказывается неработоспособным, что обосновывает использование адаптивного фильтра Калмана.

Приведены и обсуждаются результаты моделирования алгоритма методом фильтра Калмана на примере двух показателей бытовых услуг: объем услуг химчистки и услуг фотографий бытового обслуживания РСФСР, а также статистические показатели, отражающие качество модели фильтра Калмана в сравнении с минимаксными и другими адаптивными методами участка обучения и реального прогнозирования. Приведенный алгоритм реализован на ЭВМ ЕС-1022 на языке ПЛ/1. Время его работы 130-150 сек.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

1. Обобщен опыт исследования традиционных методов прогноза и показаны их существенные недостатки, которые не позволяют обеспечить достаточную точность прогнозирования.

2. Обоснована необходимость совершенствования математических методов прогнозирования при решении экономических и технических задач планирования объемов реализации услуг и распределений капитальных вложений в Минбыте РСФСР и прогнозирования технического состояния объекта.

3. Разработаны: алгоритмы адаптивного и минимаксного прогнозирования с использованием фильтра Калмана и фильтра Винера-Колмогорова путем обобщения задачи Гренандера. Показано, что комбинация этих методов позволяет модифицировать процедуры прогнозирования и текущей обработки информации в ряде технических и экономических задач.

4. Формализован основной критерий адаптивной настройки фильтра Калмана, а также определен экспериментальный способ нахождения оптимальных параметров сглаживания в фильтре.

5. Дана экономическая интерпретация процесса формирования источников экономического эффекта при повышении точности прогноза потребности бытовых услуг и распределения капитальных вложений.

6. В результате исследования сходимости фильтра Калмана в зависимости от точности выбора начальных значений параметров — дисперсии возмущения тренда, дисперсии возмущения скорости изменения тренда, дисперсии сезонности установлено, что экстраполятор оказывается в ряде случаев неработоспособным, что обосновывает использование адаптивного фильтра-экстраполятора Калмана.

7. Показано, что при долгосрочных прогнозах более эффективны минимаксные алгоритмы, а при краткосрочных все алгоритмы дают примерно один и тот же результат.

Содержание диссертации отражено в следующих работах:

1. Куркин О.М., Латышев Е.В., Сидоров И.Г. Способ выделения наблюдаемых компонент в ненаблюдаемых нелинейных системах
// Тезисы докладов на XXIV научной конференции МТИ. — М., 1978. — 6 с.
2. Куркин О.М., Латышев Е.В., Сидоров И.Г. Исследование наблю-

даемости параметров движения КО по данным радиолокационных измерений // Тезисы докладов научной конференции ЛНИРТИ. - Львов, 1979. - 18 с.

3. Куркин О.М., Сидоров И.Г. Фильтрация сигнала при неполном знании вероятностных характеристик шума // Радиотехника и электроника. - 1980. - Т.ХХУ, № 10. - С.2105-2114.
4. Куркин О.М., Латышев Е.В., Сидоров И.Г. Исследование наблюдаемости и выделение наблюдаемых компонент нелинейных автономных систем // Космические исследования. - 1982. - Т.ХХ, № 1. - С.48-54.
5. Сидоров И.Г. Об одной модификации метода адаптивной фильтрации // Тезисы выступления на научно-практической конференции аспирантов и молодых ученых ЦНИИбыт. - М., 1987. - 3 с.
6. Сидоров И.Г. Адаптация и минимаксный подход в экономических задачах прогнозирования временных рядов // Экономика и математические методы. - 1989. - Т.ХХУ, вып. 5. - С.869-879.

Подписано к печати 7.05.91г.

Заказ 470

Объем 1 п.л.

Тираж 100 экз.