

М 491244
Государственный комитет СССР по народному образованию

Московский ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции и
ордена Трудового Красного Знамени
государственный технический университет имени Н.Э.Баумана

На правах рукописи

СОРОКИН ФЕДОР ДМИТРИЕВИЧ

УДК 539.3:624.074.001

РАСЧЕТЫ СЕТЧАТЫХ ОБОЛОЧЕК
ПРИ БОЛЬШИХ ПЕРЕМЕЩЕНИЯХ

01.02.06 - динамика и прочность машин

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Москва -- 1990

Работа выполнена в Московском ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции и ордена Трудового Красного Знамени государственном техническом университете имени Н.Э.Баумана

Научный руководитель — доктор технических наук,
профессор Бидерман В.Л.

Официальные оппоненты: доктор технических наук,
профессор Фролов А.Н.
кандидат технических наук,
доцент Белкин А.Е.

Ведущее предприятие — указано в решении Совета

Защита диссертации состоится "25" ~~ОКТАБРЯ~~ 1990 г.
в 14³⁰ ч. на заседании специализированного Совета Д 053.15.08
при Московском ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции и
ордена Трудового Красного Знамени государственном техническом
университете имени Н.Э.Баумана

107005 Москва, 2-я

еренные печатью,

в библиотеке МГТУ

_____ 1990 г.

В.В.Лубинин

1. Тираж 100 экз.

М 491 274

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы. Сетчатые оболочки, т.е. оболочки, стенка которых образована перекрестными осями жестких нитей, скрепленными более податливым связующим, широко используются в технике. Оболочки с резиновым и резиноподобным связующим (пневматические шины, резинокордные оболочки пневматических амортизаторов, шлангов и т.п.) и пружают весьма большие деформации. Оболочки с арматурой из стеклонитей, нитей органопластика или углепластика применяются в баллонах давления, корпусах ракет и т.п.

Методы расчета сетчатых оболочек развиты в основном применительно к задаче осесимметричной деформации оболочек вращения без учета жесткости связующего (В.Л.Билерман, Б.Л.Бухин, В.В.Басильев, Ривалин). Между тем, в ряде конструкций роль связующего велика. Решены лишь отдельные задачи о несимметричной деформации сетчатых оболочек и только в линейной постановке (изгиб рукава, некоторые виды нагружения пневматической шины).

Универсальный численный метод механики (МКЗ) применительно к расчету сетчатых оболочек является недостаточно эффективным в связи с весьма существенной нелинейностью свойств элемента конструкции. Разработанный в настоящей работе вариант расчета сетчатых оболочек позволяет одновременно учитывать жесткость связующего и удлинения нитей арматуры, что позволило решить ряд актуальных задач, возникающих при проектировании конструкций. В частности, рассмотрено формоизменение оболочки, исходная форма которой отличается от равновесной, разработан прямой метод определения жесткости пневматической оболочки, метод расчета управления поворотом торца оболочки с помощью боковой нагрузки на нее.

Научная новизна. В рамках теории сетчатых оболочек предложен способ учета упругости связующего. На основе этого способа решен ряд новых задач, в частности, задача о формоизменении оболочки с неравновесной исходной конфигурацией.

Предложено существенное упрощение расчета резинокордных пневматических амортизаторов с формой оболочки близкой к цилиндрической за счет использования первых интегралов уравнений осесимметричных деформаций сетчатых оболочек с растяжимыми

НТБ МГТУ им. Н.Э.Баумана



1491274

Сорокин Ф.Д. Расчеты сетчат

нитеями.

Получены неизвестные ранее соотношения, описывающие равновесную конфигурацию сетчатой оболочки с несимметричной укладкой нитей левого и правого семейств.

Разработан способ прямого определения жесткости резинокордного диафрагменного амортизатора путем решения системы уравнений в вариациях.

Получена система дифференциальных уравнений, описывающая конечные неосесимметричные деформации сетчатой оболочки вращения. В уравнениях учтены удлинения нитей и упругость связующего. Разработан алгоритм численного решения этих уравнений в тригонометрических рядах.

Практическая ценность работы. На основе разработанных методов созданы программы расчета сетчатых оболочек на ЭВМ при различных видах нагружения. По заказу ряда организаций выполнены конкретные расчеты конструкций, в частности, некоторых резинокордных пневматических амортизаторов и композитных куполов.

Апробация работы. В ходе выполнения диссертационной работы результаты исследования докладывались на конференции молодых ученых и специалистов конструкторско-механического факультета МВТУ им. Н.Э.Баумана (1983г.); на научном семинаре кафедры "Сопротивление материалов, динамика и прочность машин" МГТУ им. Н.Э.Баумана (1983 — 1989 г.).

Публикации. Основные результаты, изложенные в диссертации опубликованы в 5 работах, список которых приведен в конце автореферата.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав, основных результатов работы, списка литературы из 103 наименований и приложения. Работа изложена на 106 страницах машинописного текста, содержит 27 рисунков и 5 таблиц. Приложения занимают 42 страницы.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении отмечена актуальность темы, содержатся краткие сведения о различных видах сетчатых оболочек и перечислены

основные положения, выносимые на защиту.

В первом разделе выполнен анализ работ, посвященных исследованию сетчатых оболочек и оболочек с количеством семейств нитей большим двух. Рассмотрены вопросы, связанные с определением упругих постоянных армированного материала и, в частности, способы подсчета параметров ортотропии для однонаправленного материала, рекомендованные в работах Н.А.Алфутова, В.В.Васильева, П.А.Зиновьева, Б.Г.Колова и др. Отмечено, что сетчатые оболочки существенно отличаются от других типов анизотропных оболочек. Применение универсального численного метода механики — МКЭ возможно и при расчете сетчатых оболочек, степень анизотропии которых чрезвычайно высока. Однако для этого типа оболочек весьма эффективными являются специальные методы, учитывающие специфические особенности таких оболочек.

Сетчатые оболочки рассматриваются в многочисленных работах В.Л.Бидермана и Б.Л.Бухина, от работ которых ведет свое начало сам термин "сетчатая оболочка", обозначающий оболочку, образованную двумя перекрещивающимися семействами упругих гибких нитей, связанных изотропным связующим (в работах Г.И.Пшеничного, Г.Э.Райнуса, А.В.Костырева термин сетчатая оболочка обозначает пространственную систему тросов или строительную конструкцию из гибких стержней с многоугольной ячейкой). В диссертации под сетчатыми оболочками подразумеваются лишь оболочки, образованные двумя семействами нитей.

Работы В.Л.Бидермана и Б.Л.Бухина посвящены, в основном, расчету резинокордных конструкций типа автомобильных шин, шлангов, шиннопневматических муфт, пневматических упругих элементов и т.п. Расчету резинокордных оболочек посвящены также работы Ю.И.Кузнецова, И.А.Трибельского, Е.П.Виташевского, *Talbador Farhad, Akasaka Takashi*. В ряде работ В.Н.Гордеева, А.С.Григорьева, Е.Д.Литвиновой, В.М.Трушной, В.Д.Кулагина тканевые оболочки рассматриваются как сетчатые оболочки без связующего. В работе Р.Э.Орас нитевая сеть выбрана расчетной моделью тензов-вантового покрытия.

Отмечено, что в резинокордных оболочках и оболочках, изготовленных методом спиральной намотки, достаточно хорошо реализуются условия безмоментного напряженного состояния. Это по-

казано в работах В.Л.Бунакова, В.В.Васильева, В.М.Василенского, Г.П.Зайцева, Н.И.Копыл, Н.Л.Лукияненко, И.Ф.Образцова, В.А.Пешкова, В.Н.Судьина и др. Реализации безмоментного напряженного состояния способствует относительно низкая жесткость связующего, соединяющего армирующие слои. В оболочках, нагруженных давлением, моментное напряженное состояние имеет, как правило, локальный характер. Основная часть оболочки, определяющая ее массу, находится в безмоментном напряженном состоянии, по которому и целесообразно проектировать конструкцию.

Анализ литературных источников позволил заключить, что теория расчета больших деформаций сетчатых оболочек хорошо разработана только для случая осесимметричных деформаций. Учет связующего встречается только в связи с применением в расчете прямых вариационных методов (В.Л.Бидерман, О.В.Фотинич). Расчеты больших неосесимметричных деформаций сетчатых оболочек в литературе практически нет.

Во втором разделе предложен метод учета жесткости связующего. В общепринятой теории сетчатых оболочек предполагается, что вся нагрузка воспринимается нитями арматуры. Из этого предположения следует известное соотношение между мембранными усилиями в сечениях оболочки

$$T_1/T_2 = \operatorname{ctg}^2 \beta, \quad (1)$$

где β - угол нитей (рис.1). При неосесимметричном деформировании в случае учета растяжимости нитей и упругости связующего получено следующее более сложное соотношение между усилиями

$$T_2 = \frac{(1+e_2)^2}{(1+e_1)^2} \operatorname{tg}^2 \beta_0 \left[T_1 - \frac{1}{1+e_2} \frac{\partial W}{\partial e_1} \right] + \frac{1}{1+e_1} \frac{\partial W}{\partial e_2}, \quad (2)$$

где e_1, e_2 - относительные удлинения диагоналей ромбов, образованных нитями, W - удельная энергия деформаций связующего,

β_0 - угол нитей в недеформированном состоянии. Направления усилий T_1 и T_2 совпадают с направлениями координатных линий деформированного состояния и, в общем случае, не ортогональны.

В осесимметричном случае оправедливы геометрические соотношения

$$(1+e_1) = (1+e_N) \frac{\cos \beta}{\cos \beta_0}, \quad (1+e_2) = (1+e_N) \frac{\sin \beta}{\sin \beta_0},$$

где e_H — относительное удлинение нити. С их учетом формула (2) примет следующий вид

$$T_2 = T_1 \operatorname{tg}^2 \beta + \frac{1}{1+e_H} \left[\frac{\cos \beta_0}{\cos \beta} \frac{\partial W}{\partial e_2} - \operatorname{tg}^2 \beta \frac{\sin \beta_0}{\sin \beta} \frac{\partial W}{\partial e_1} \right] \quad (3)$$

На основе (2) и (3) построена методика учета связующего в случае как осесимметричных, так и неосесимметричных деформаций сетчатой оболочки вращения.

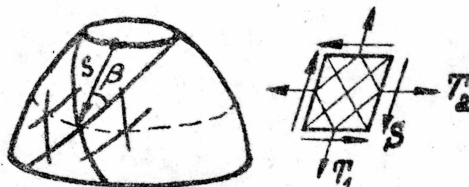


Рис. 1

В качестве иллюстрации приведены решения двух задач о растяжении и поперечном изгибе цилиндрической, предварительно нагруженной давлением, оболочки, полученные с учетом упругости связующего на основе линеаризованных уравнений теории оболочек и соотношения (3). Решение задачи об осевом растяжении сводится к интегрированию дифференциального уравнения

$$\frac{d^4 u}{ds^4} - \frac{\operatorname{tg}^4 \beta}{R^2} (3+c) \frac{d^2 u}{ds^2} = 0, \quad (4)$$

где u — осевое перемещение, s — осевая координата, R — радиус цилиндра. Наличие связующего учитывается в этом уравнении безразмерным параметром c , равным

$$c = \frac{1}{pR} \frac{E h_{np}}{(1-\mu^2)} (\operatorname{tg}^2 \beta - 2\mu + c \operatorname{tg}^2 \beta),$$

где E ; μ — упругие постоянные изотропного связующего,

h_{np} — приведенная толщина стенки оболочки (по В.Л. Бидерману). Решение второй задачи о поперечном изгибе оболочки с равновесным углом наклона нитей ($\operatorname{tg}^2 \beta = 2$) приводит к обыкновенному дифференциальному уравнению шестого порядка

$$\frac{d^6 v_{\theta}}{ds^6} - \frac{(10+4c)}{R^2} \frac{d^4 v_{\theta}}{ds^4} = 0, \quad (5)$$

где $v_{\theta}(s)$ — амплитуда окружного перемещения $v_{\theta}(s, \varphi) = v_{\theta}(s) \sin \varphi$.

Учет связующего приводит к слабой нелинейной зависимости общей жесткости системы от давления, так как давление (в знаменателе выражения параметра C) попадает в коэффициенты уравнений (4) и (5) и, следовательно, в характеристические числа этих уравнений. В практически важных случаях C мало, и эта нелинейность незаметна. Но при относительно малых давлениях она становится существенной.

В третьем разделе рассмотрены конечные осесимметричные деформации сетчатых оболочек вращения. Общепринятый подход изучения этого вида деформаций в случае учета связующего заключается в рассмотрении армированной оболочки как ортотропной. При этом возникает необходимость вычислять соответствующие модули упругости в окружном и меридиональном направлении и постоянно корректировать их в процессе решения, так как углы между нитями существенно меняются, а модули зависят от углов. Это приводит к многоступенчатому итерационному процессу. Вычисляются модули упругости. С их помощью — деформации. По деформациям находятся новые углы между нитями. По ним — новые значения модулей упругости и т.д.

В диссертации предлагается несколько отличный подход. В известной нелинейной системе уравнений сетчатых оболочек уравнение (I) заменяется на (3). В результате получается система, учитывающая не только растяжимость нитей, но и жесткость связующего. В этой системе упругие свойства нитей и связующего описываются независимо друг от друга, благодаря чему удается избежать необходимости вычисления приведенных модулей упругости и итераций, связанных с этим.

Полученная система нелинейных дифференциальных уравнений используется при расчете резинокордных оболочек пневматических амортизаторов и днищ баллонов высокого давления, изготовленных опирающейся намоткой. При расчете резинокордных оболочек с так называемой шинной геометрией нитей использован первый интеграл системы нелинейных уравнений осесимметричных деформаций:

$$N(\cos^2\beta - f(N)\sin^2\beta) + \Phi(N) = \text{const}, \quad (6)$$

где N — натяжение нитей, $f(N)$ — деформация нити в зависимости от натяжения, $\Phi(N) = \int f(N) dN$ — дополнительная работа де-

формации единицы длины нити. Существование интеграла (6) позволило отказаться от интегрирования системы дифференциальных уравнений при расчете этого вида оболочек. Соотношение (6) справедливо при больших нагрузках, когда нити необходимо считать растяжимыми, а связующее можно не учитывать.

В случае малых нагрузок (связующее учитывается, а нити считаются нерастяжимыми) справедливо дифференциальное соотношение

$$d(T_1 z \cos \beta) = z_0 \cos \beta_0 \frac{\partial W}{\partial \beta} d\beta,$$

которое для оболочки, имевшей после вулканизации цилиндрическую форму, приводится к конечному виду

$$T_1 z \cos \beta - z_0 \cos \beta_0 W = \text{const}. \quad (7)$$

Предложенная система дифференциальных уравнений и интегралы этой системы (6) и (7) позволили разработать экономичный алгоритм расчета больших перемещений пневматических резинокордных амортизаторов рукавного типа с профилированными плунжерами (рис. 2).

С помощью дифференцирования по параметру уравнений нелинейной системы получены линейные уравнения, которые позволяют рассчитывать производную эффективной площади амортизатора по ходу плунжера. На рис. 3 представлены кривые зависимости этой величины от соотношения характерных радиусов r_*/r_0 для амортизатора с профилированной направляющей. Эта производная определяет жесткость амортизатора при малых смещениях от данного положения. Объем полости, обеспечивающий заданную жесткость амортизатора при заданном начальном давлении и осевой нагрузке тем меньше, чем больше производная эффективной площади. Кривые на рис. 3 позволяют подобрать соотношение параметров амортизатора, обеспечивающее минимум объема его полости. Такие, наиболее выгодные соотношения параметров, отвечают экстремумам на приведенных кривых.

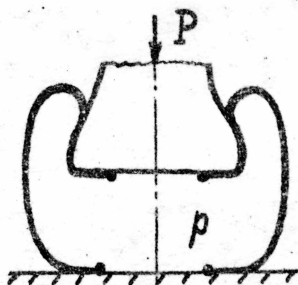


Рис. 2

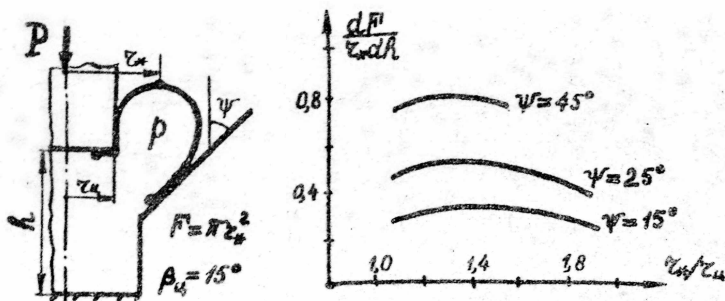


Рис. 3

Силовые сетчатые оболочки из композитов со связующим из синтетических смол изготавливаются обычно по равновесной конфигурации, чтобы избежать больших деформаций при нагружении давлением. Однако, в некоторых случаях, оболочка рассчитанная на одни условия нагружения используется при других (например, при изменении диаметра полюсного отверстия). В связи с этим возникает задача о нагружении оболочки осесимметричной нагрузкой, отличающейся от проектной. В этом случае на начальном этапе нагружения оболочка сильно деформируется, приближаясь к равновесной для данной нагрузки конфигурации. По мере приближения к этой конфигурации оболочка деформируется все медленнее, в основном за счет растяжения нитей арматуры. Существенная нелинейность задачи (жесткость оболочки повышается в десятки раз) затрудняет ее решение. В диссертации решение нелинейной краевой задачи для системы дифференциальных уравнений проводилось по методу Н.В.Валишвили путем разбиения интервала интегрирования на участки и последующей их стыковки. На рис. 4 представлена зависимость перемещения торца оболочки с неравновесной исходной конфигурацией от давления, которая имеет весьма нелинейный характер. На рис. 5 приведена зависимость перемещения торцевой пластины днища баллона высокого давления, изготовленного непрерывной намоткой под действием осевой силы при фиксированном давлении. Как видно из рисунка, совпадение теории с экспериментом удовлетворительное. Разработанный алгоритм расчета оформлен в виде ЭВМ-программы, не требующей вмешательства

ва пользователя в ее текст.

В четвертом разделе рассматриваются конечные неосесимметричные деформации сетчатых оболочек вращения. Нити считаются растяжимыми, связующее учитывается. Полученная система уравнений включает в себя следующие соотношения. Уравнение равновесия, записанное в векторном виде

$$\frac{\partial(\bar{P}_1 \bar{B})}{\partial s} + \frac{\partial(\bar{P}_2 \bar{A})}{\partial \varphi} + \rho \frac{\partial \bar{E}}{\partial s} \times \frac{\partial \bar{E}}{\partial \varphi} + \bar{z}_0 \bar{q} = 0, \quad (8)$$

где $\bar{P}_1 = T_1 \bar{e}_1 + s \bar{t}_2$, $\bar{P}_2 = T_2 \bar{e}_2 + s \bar{t}_1$ - векторы мембранных усилий, $\bar{A} = 1 + e_1$, $\bar{B} = r_0(1 + e_2)$, ρ - избыточное давление, $\bar{q}$ - вектор дополнительной нагрузки, $\bar{E}$ - радиус-вектор точки оболочки. Геометрические соотношения, связывающие деформации нитей и деформации диагоналей ромбов

$$(1 + e_2)^2 = (1 + e_1)^2 \cos^2 \beta_0 + (1 + e_2)^2 \sin^2 \beta_0 + \eta \sin 2\beta_0,$$

$$(1 + e_1)^2 = (1 + e_1)^2 \cos^2 \beta_0 + (1 + e_2)^2 \sin^2 \beta_0 - \eta \sin 2\beta_0,$$

где $\eta = \frac{\partial \bar{E}}{\partial s} \cdot \frac{\partial \bar{E}}{\partial \varphi}$ - мера деформации сдвига, e_n, e_λ - деформации нитей правого и левого семейств. Соотношения упругости

$$T_1(1 + e_2) = \frac{\partial W}{\partial e_1} + \frac{\nu \cos \beta_0}{4s r_0} (1 + e_1) \left(\frac{N_n}{1 + e_n} + \frac{N_\lambda}{1 + e_\lambda} \right),$$

$$T_2(1 + e_1) = \frac{\partial W}{\partial e_2} + \frac{\nu \sin \beta_0}{4s r_0} (1 + e_2) \left(\frac{N_n}{1 + e_n} + \frac{N_\lambda}{1 + e_\lambda} \right), \quad (10)$$

$$s = \frac{\partial W}{\partial \eta} + \frac{\nu \sin \beta_0}{4s r_0} \left(\frac{N_n}{1 + e_n} - \frac{N_\lambda}{1 + e_\lambda} \right),$$

$$e_n = f(N_n), \quad e_\lambda = f(N_\lambda),$$

где N_n, N_λ - натяжение нитей правого и левого семейств, ν - общее количество нитей в оболочке, s' - сдвигающее мембранное усилие.

Показано, что те же уравнения в несколько ином виде могут быть получены как естественные условия стационарности смешанного функционала

$$\begin{aligned} & \text{Внеинтегральные члены} + \iint_{S\varphi} \left\{ -\frac{\rho}{3} \bar{E}_s \times \bar{E}_\varphi \cdot \bar{E} + \right. \\ & + \frac{T^* \tau_0}{2 \operatorname{tg} \beta_0} (\bar{E}_s^2 - 1) + \frac{T^* \tau_0 \operatorname{tg} \beta_0}{2} \left(\frac{\bar{E}_\varphi^2}{\tau_0^2} - 1 \right) + \\ & \left. + \beta^* \bar{E}_s \cdot \bar{E}_\varphi + \tau_0 W(e, e_s, r) - \tau_0 \psi(T^*, S^*) \right\} ds d\varphi, \end{aligned}$$

где T^* , S^* — свободноварьируемые силовые переменные, имеющие размерность мембранных усилий, $\psi(T^*, S^*)$ — дополнительная работа деформаций нитей. Величины T^* и S^* могут быть выражены через натяжение нитей

$$\begin{aligned} T^* &= \frac{\sin \beta_0}{4\pi \tau_0} \left(\frac{N_n}{1+e_n} + \frac{N_\lambda}{1+e_\lambda} \right), \\ S^* &= \frac{\sin \beta_0}{4\pi \tau_0} \left(\frac{N_\lambda}{1+e_\lambda} - \frac{N_n}{1+e_n} \right). \end{aligned}$$

При варьировании функционала по $\bar{E}$ получается уравнение равновесия, при варьировании по T^* и S^* — соотношения упругости. В случае нерастяжимых нитей $\psi \equiv 0$ и T^* , S^* становятся множителями Лагранжа при условиях нерастяжимости нитей

$$\bar{E}_s^2 + \frac{\operatorname{tg}^2 \beta_0}{\tau_0^2} \bar{E}_\varphi^2 = 1 + \operatorname{tg}^2 \beta_0,$$

$$\bar{E}_s \cdot \bar{E}_\varphi = 0.$$

Полученные нелинейные уравнения линейризованы в окрестности равновесной (осесимметричной) конфигурации. В результате получена система шести линейных дифференциальных уравнений первого порядка, разрешенная относительно первых производных основных неизвестных. Отличие ее от аналогичных систем, известных в теории сетчатых оболочек, в том, что в уравнения входят не усилия в нитях, а проекции мембранных усилий на осевое, радиальное и окружное направления, что позволяет удобно записывать силовые граничные условия. Линейная система уравнений позволяет

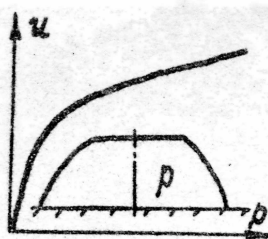


Рис. 4

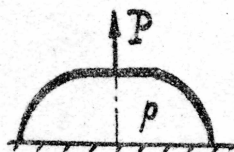


Рис. 5а

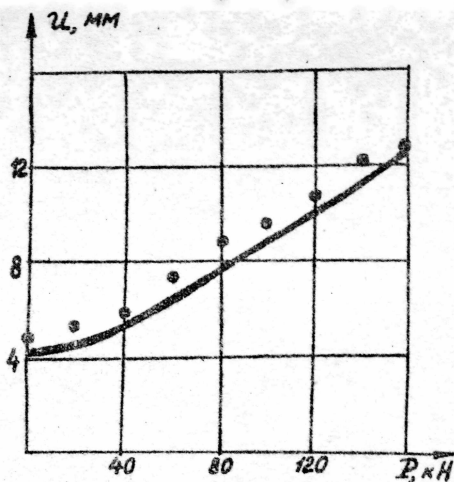


Рис. 5б

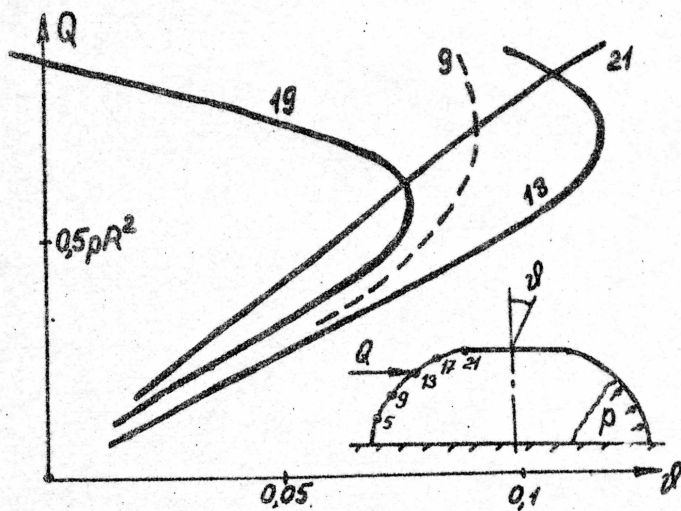


Рис. 6

учитывать связующее, так как его упругие постоянные входят в коэффициенты системы. Формулы коэффициентов системы были получены на ЭВМ с использованием процедур перемножения и сложения матриц полиномов.

Для решения нелинейной системы дифференциальных уравнений в частных производных применялся следующий алгоритм. Первые производные основных неизвестных $\bar{E}$ и $\bar{P}_B$ по меридиальной координате выражались через основные же неизвестные и их производные по окружной координате

$$\frac{\partial \bar{E}}{\partial s} = \bar{F}_1(\bar{E}, \bar{P}_B, \frac{\partial \bar{E}}{\partial \varphi}, \frac{\partial \bar{P}_B}{\partial \varphi}, \dots), \quad (II)$$

$$\frac{\partial \bar{P}_B}{\partial s} = \bar{F}_2(\bar{E}, \bar{P}_B, \frac{\partial \bar{E}}{\partial \varphi}, \frac{\partial \bar{P}_B}{\partial \varphi}, \dots).$$

В общем случае это можно сделать неявно, а в случае нерастяжимых нитей явно — путем последовательных подстановок. Проекция основных неизвестных $\bar{E}(s, \varphi)$ и $\bar{P}_B(s, \varphi)$ раскладывались в тригонометрические ряды по окружной координате

$$\begin{aligned} \bar{E} = & (z_{11} + z_{13} \cos \varphi + z_{15} \cos 2\varphi + \dots) \bar{L}_1 + \\ & + (z_{22} \sin \varphi + z_{24} \sin 2\varphi + \dots) \bar{L}_2 + \\ & + (z_{31} + z_{33} \cos \varphi + z_{35} \cos 2\varphi + \dots) \bar{L}_3, \end{aligned} \quad (I2)$$

$$\begin{aligned} \bar{P}_B = & (Y_{11} + Y_{13} \cos \varphi + Y_{15} \cos 2\varphi + \dots) \bar{L}_1 + \\ & + (Y_{22} \sin \varphi + Y_{24} \sin 2\varphi + \dots) \bar{L}_2 + \\ & + (Y_{31} + Y_{33} \cos \varphi + Y_{35} \cos 2\varphi + \dots) \bar{L}_3, \end{aligned}$$

где $z_{ij} = z_{ij}(s)$, $Y_{ij} = Y_{ij}(s)$ — функции только меридианальной координаты, $\bar{L}_1$, $\bar{L}_2$, $\bar{L}_3$ — орты цилиндрической системы координат. Так как дифференциальные уравнения конечных деформаций нелинейные, то при подстановке в них выражений (I2) не удается явно найти производные величин z_{ij} и Y_{ij} . Эти производные находились в общем случае при помощи численного разложения правых частей (II) $\bar{F}_1$ и $\bar{F}_2$ в тригонометрические ряды.

В случае нерастяжимых нитей и простого вида выражения энергии деформаций связующего $W(e, e, r)$ удается значительно сэкономить время счета применением вместо процедуры численного определения коэффициентов ряда Фурье процедуры перемножения тригонометрических рядов, рекомендованной в работах А.М.Тимошина, Я.М.Григоренко, М.П.Контанисова. Выигрыш времени счета достигается за счет того, что вычисления ведутся не со значениями тригонометрических рядов, а с их коэффициентами. Применение этой процедуры наиболее целесообразно, если нити нерастяжимы и связующее не учитывается. В этом случае система (II) имеет наиболее простой вид:

$$\begin{aligned}\frac{\partial E}{\partial s} &= \frac{1}{H} (\bar{P}_1 B - S E_y), \\ \frac{\partial (\bar{P}_1 B)}{\partial s} &= - \frac{\partial (\bar{P}_1 A)}{\partial \varphi} - \frac{P}{H} (\bar{P}_1 B) \times E_y - \tau_0 \bar{q}, \\ S &= \frac{(\bar{P}_1 B) \cdot \bar{E}_y}{E_y^2}, \quad H = \sqrt{\frac{(\bar{P}_1 B)^2 - S^2 \bar{E}_y^2}{1 + (1 - E_y^2 / \tau_0^2) \tan^2 \beta_0}}, \\ \bar{P}_2 A &= S (\bar{P}_1 B - S E_y) / H + H (\tan^2 \beta_0 / \tau_0^2) \bar{E}_y,\end{aligned}\tag{13}$$

где H — промежуточный параметр, имеющий размерность силы. В этой системе, кроме операции умножения, также встречается операция деления и извлечения квадратного корня. Деление тригонометрических рядов сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений. Для извлечения квадратного корня из тригонометрического ряда $x = \sqrt{a}$ применялся итерационный процесс

$$x^+ = \frac{1}{2} \left(x + \frac{a}{x} \right)$$

где x — предыдущее приближение, x^+ — следующее приближение квадратного корня. Этот процесс быстро сходится. Таким образом задача оказалась сведенной к нелинейной системе обыкновенных дифференциальных уравнений с неизвестными $E_y(s)$ и $V_y(s)$.

Краевые условия были записаны с учетом закрепления торцев. На заделанном торце E_y являются известными. На под-

вижном торце задаются как кинематические, так и силовые граничные условия, являющиеся условиями равновесия торцевой пластины. Для решения краевой задачи здесь, как и в третьем разделе, использовался прием разделения интервала интегрирования на отдельные участки с последующей стыковкой этих участков. Возникающая в результате система нелинейных алгебраических уравнений стыковки участков и граничных условий решалась методом Ньютона-Канторовича в сочетании с шаговым нагружением.

С помощью описанного алгоритма была решена задача об управлении поворотом торца сетчатой оболочки усилием, приложенным к ее боковой поверхности. В результате расчета были получены зависимости угла поворота торца от величины усилия, а также, положение точки меридиана, приложение усилия к которой дает наибольший угол поворота. Схема нагружения и расчетные кривые представлены на рис. 6. Точкой наибольшей чувствительности оказалась точка, расположенная на расстоянии около $2/3$ высоты от основания оболочки. Эта точка была обнаружена первоначально при линейном расчете. Как видно из рис. 6, выигрыш в управляющем усилии, требуемом для получения угла поворота порядка $1^\circ \dots 2^\circ$, за счет рационального выбора точки приложения усилия составляет почти 50%.

Пятый раздел содержит описание экспериментов как по осесимметричному нагружению, так и по боковому нагружению сетчатых оболочек. Экспериментально определяется податливость корда резинокордного амортизатора ЛИА35256. Результаты расчета композитной оболочки, нагруженной давлением и осевой силой, а также давлением, боковой силой и изгибающим моментом на торце, полученные с учетом растяжимости нитей и упругости связующего на основе описанных выше алгоритмов, сопоставляются с экспериментальными данными.

В приложении приведены

- интегралы векторного уравнения равновесия оболочки, имеющие смысл уравнений равновесия конечной части оболочки;
- вариационный вывод уравнения равновесия и соотношений упругости сетчатых оболочек;
- результаты численных расчетов ряда систем: резинокордного амортизатора ЛИА35256 и амортизатора с кочической направ-

лящей, композитных сетчатых оболочек с неравновесной исходной конфигурацией;

- текст ЭВМ-программы на алгоритмическом языке ФОРТРАН;
- соотношения, описывающие равновесную конфигурацию сетчатой оболочки вращения с неравными углами нитей левого и правого семейств.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Предложен метод учета жесткости связующего, позволяющий расширить пределы применимости теории сетчатых оболочек. Этот метод сводится к замене известного в теории сетчатых оболочек соотношения между мембранными усилиями в сечениях оболочки на более общее, учитывающее жесткость связующего.

2. С использованием этого метода аналитически найдены осевая и боковые податливости цилиндрического упругого элемента с резинокордной оболочкой.

3. Предложена методика и составлена ЭВМ-программа общего вида расчета осесимметричных деформаций композитных оболочек вращения с неравновесной исходной конфигурацией. Рассчитаны нелинейные зависимости осевого перемещения композитной оболочки от действия внутреннего давления и осевой силы. Сопоставление расчетных результатов с экспериментальными данными дало удовлетворительное совпадение.

4. При расчете рукавной оболочки вместо интегрирования системы дифференциальных уравнений вычислялись квадратуры. Это позволило устранить трудности, связанные с наличием быстро возрастающих решений системы дифференциальных уравнений. Приведен реальный пример расчета характеристик рукавного амортизатора с профилированным поршнем.

5. Предложена методика расчета производной эффективной площади по ходу штока для резинокордного амортизатора с профилированной направляющей. Методика основана на одновременном интегрировании системы нелинейных уравнений, описывающих равновесную конфигурацию сетчатой оболочки и системы уравнений, полученных дифференцированием по параметру. Благодаря этому одновременно рассчитывается как конфигурация амортизатора, так и его жесткость.

6. Предложены уравнения, описывающие конечные неосесимметричные деформации безмоментных сетчатых оболочек вращения с учетом жесткости связующего и растяжимости нитей. Предложенные нелинейные уравнения линеаризованы. Приведено два варианта линейных соотношений – в проекциях на оси локальной и глобальной систем координат.

7. Нелинейные уравнения использованы для решения задачи об управлении поворотом торца оболочки путем приложения нагрузки к ее боковой поверхности. Рассчитаны кривые зависимости угла поворота торца оболочки от величины силы и точки ее приложения. На меридиане оболочки найдена точка, к которой целесообразно прикладывать боковую нагрузку, чтобы получить максимальный угол поворота.

8. Разработан комплекс программ на алгоритмическом языке ФОРТРАН, позволяющий реализовать предложенные расчетные методики на ЭВМ типа ЕС и ПЭВМ типа **IBM PC**.

9. Результаты работы в виде расчетных методик и ЭВМ-программ переданы для практического использования в ЦНИИСМ.

По теме диссертации опубликованы следующие работы:

1. Сорокин Ф.Д. Исследование деформированного состояния резинокордного пневматического упругого элемента// ИВУЗ. Машиностроение. – 1984. – №10. – С. 158.

2. Сорокин Ф.Д. Влияние жесткости резины на деформации резинокордных оболочек с нерастяжимыми нитями// ИВУЗ. Машиностроение. – 1985. – №8. – С. 3-6.

3. Бидерман В.Л., Мартянова Г.В., Сорокин Ф.Д. Учет жесткости связующего и растяжимости арматуры при расчете оболочки вращения из композитного материала// Механика композитных материалов (Рига). – 1987. – №5. – С. 825-832.

4. Сорокин Ф.Д. Податливость цилиндрического резинокордного упругого элемента при боковых нагрузках// ИВУЗ. Машиностроение. – 1987. – №5. – С. 49-53.

5. Бидерман В.Л., Мартянова Г.В., Сорокин Ф.Д. Расчет боковой податливости пневматического резинокордного амортизатора с приближенным учетом растяжимости нитей корда// ИВУЗ. Машиностроение. – 1989. – №8. – С. 24-27.