

1544719

Московский ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции
и ордена Трудового Красного Знамени государственный
технический университет им. Н. Э. Баумана

На правах рукописи

УДК 681.3:521.12:531.715.1

ГЛАДЫШЕВ Владимир Олегович

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ БОЛЬШЕБАЗНОГО СВОДНОМАССОВОГО
МНОГОЛУЧЕВОГО ИНТЕРФЕРОМЕТРА ФАБРИ-ПЕРО

05.13.16 - Применение вычислительной техники, математического
моделирования и математических методов в
научных исследованиях

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Сладков

Москва - 1994 г.

Работа выполнена в Московском государственном техническом университете им. Н. Э. Баумана.

Научные руководители: доктор физико-математических наук,
профессор
М. И. КИСЕЛЕВ
кандидат физико-математических наук,
доцент
А. Н. МОРОЗОВ

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
доцент
Г. Н. ИЗМАЙЛОВ
кандидат технических наук,
доцент
В. В. НЕМТИНОВ

Ведущая организация - Государственный астрономический
институт им. П. К. Штернберга

Защита состоится "21"
заседании специализированной комиссии
Московском государственном техническом
университете им. Н. Э. Баумана по адресу: 1

С диссертацией можно

Автореферат разослан

Ученый секретарь специальной
Ученого Совета, к. т. н. ,

1544719

Актуальность темы. Существование гравитационного излучения следует из общей теории относительности и впервые было предсказано А. Эйнштейном в 1916 г. Техническая реализация первой гравитационной антенны, которая предназначалась для регистрации гравитационных волн (ГВ) от космических источников излучения, была осуществлена Дж. Вебером в 1969 г. на основе механического осциллятора. Экспериментальное подтверждение существования ГВ было получено в работах Дж. Тейлора и Дж. Вейсбергера в 80-х г.г. при исследовании двойной звездной системы PSR 1913+16. Дальнейшее развитие экспериментальной техники и теории измерений позволило найти фундаментальные ограничения для различных физических принципов построения измерительных систем и стимулировало развитие новых методов регистрации ГВ.

В настоящее время среди методов регистрации ГВ наиболее перспективными являются методы оптической многолучевой интерферометрии, которые взяты за основу построения гравитационных антенн третьего поколения. Проекты выполнены по схеме интерферометра Майкельсона, плечи которого содержат резонаторы Фабри-Перо (РФП) или оптические линии задержки. Использование РФП является предпочтительным в связи с удобствами при настройке, меньшим уровнем рассеянного света и наличием резонансных свойств.

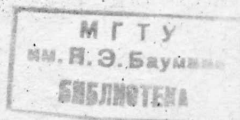
Чувствительность интерференционной гравитационной антенны растет пропорционально оптическим размерам резонатора в пределах половины длины ГВ, поэтому размеры РФП в современных проектах составляют километры, а лучи многократно переотражаются. Для того, чтобы снизить влияние пуассоновского шума флуктуаций числа фотонов в световом потоке используют оптическую накачку большой мощности. Влияние сейсмического шума снижают путем подвеса пробных тел с зеркалами РФП на тонких нитях к основанию и использованием систем сейсмоизоляции. Снижение теплового шума обеспечивается увеличением массы и добротности пробных тел. Поэтому измерительная система, содержащая большебазный многолучевой свободномассовый РФП, значительно усложняется и приобретает ряд свойств, которые невозможно проанализировать по отдельности. Кроме того, сложность проведения экспериментальных работ предъявляет особые требования к исследованию физических свойств резонаторов.

НТБ МГТУ им. Н.Э. Баумана



1544719

Гладышев В.О. Математическ



натора Фабри-Перо на уровне математического моделирования.

Одним из таких свойств является давление оптического излучения на зеркала интерферометра, влияние которого нельзя точно рассчитать без учета других источников механического шума. Вопросам расчета оптического отклика интерферометра Фабри-Перо и проблеме влияния давления оптического излучения на зеркала РФИ были посвящены работы А. Д. Алексеева, А. Ф. Витушкина, Г. Н. Измайлова, В. И. Московского, Н. Н. Колосницына, В. В. Кулагина, В. Н. Руденко, М. В. Сажина, A. Krolak, J. A. Lobo, B. J. Meers, N. Deruelle, P. Tournenc. Однако, модель, которая позволяла бы рассчитывать отклик большебазного многолучевого РФИ в условиях одновременного влияния светового давления, механического шума и гравитационного излучения, не была создана. В результате возникает необходимость создания такой модели резонатора Фабри-Перо, которая позволяла бы рассчитывать движение зеркал и оптический отклик большебазного многолучевого свободномассового РФИ в поле силы светового давления, механического шума и гравитационно-волнового сигнала.

Целью диссертационной работы является создание математической модели многолучевого свободномассового большебазного резонатора Фабри-Перо, позволяющей проводить расчеты оптического и механического отклика РФИ для произвольных законов изменения мощности и начальной фазы оптической накачки, смещения зеркал и произвольного вида ГВ-сигнала. Математическая модель должна позволить исследовать динамические свойства многолучевого интерферометра Фабри-Перо в гравитационно-волновом эксперименте с учетом силы давления оптического излучения, большой оптической базы резонатора и шумов различного происхождения.

Научная новизна работы заключается в том, что впервые:

- получена математическая модель многолучевого резонатора Фабри-Перо, зеркала которого установлены на свободных массах, разнесенных на большое расстояние, с учетом силы давления оптического излучения на зеркала резонатора для произвольных законов изменения мощности и начальной фазы оптической накачки, смещения зеркал и произвольного вида ГВ-сигнала;
- на основе исследования уравнений движения зеркал при анализе математической модели многолучевого РФИ, зеркала которого установлены на свободных массах, показано, что в РФИ существ-

вует явление переноса низкочастотных шумовых возмущений зеркал в более высокочастотную часть спектра, соответствующую спектральному диапазону гравитационно-волнового сигнала;

- проведено изучение уравнений движения зеркал свободно-массового резонатора Фабри-Перо при гетеродинном выделении гравитационно-волнового квазипериодического возмущения с условием модуляции фазовой настройки резонатора;
- получены и исследованы дифференциальные уравнения, описывающие осциллирующую составляющую оптического отклика в математической модели РЭП, и обнаружен низкочастотный оптический резонанс;
- проведено исследование математической модели РЭП на основе численного решения самосогласованной системы из двух дифференциальных уравнений движения зеркал РЭП в поле плоской монохроматической электромагнитной волны оптической накачки и гравитационного излучения.

Достоверность результатов, полученных в работе, обеспечивалась за счет использования строгих теоретических результатов и стандартных методик выполнения расчета.

Практическая ценность работы заключается в том, что на основе проведенных теоретических исследований:

- разработана математическая модель многолучевого свободно-массового большебазного резонатора Фабри-Перо, позволяющая проводить численные расчеты оптического отклика и механического смещения зеркал РЭП для произвольных законов изменения мощности и начальной фазы оптической накачки, смещения зеркал и ГВ-сигнала, и тем самым оптимизировать параметры конструкций, сократить объем экспериментальных работ;
- получена рекуррентная формула для амплитуд ВЧ составляющих спектра колебаний пробных тел в поле светового давления и импульсного шумового возмущения, позволяющая минимизировать явление переноса низкочастотных шумовых возмущений зеркал РЭП в более высокочастотную область спектра для строящихся ЛИГА;
- теоретически обоснован гетеродинный метод регистрации гравитационно-волнового излучения на основе модуляции фазовой настройки РЭП, который обеспечивает уменьшение размеров резонатора и увеличение чувствительности измерений;

(А.с., 1795771 СССР, МКИ4 G 01 V7/00);

- разработаны методы регистрации гравитационного излучения на основе явления низкочастотного оптического резонанса в многолучевом резонаторе Фабри-Перо, позволяющие путем настройки резонатора повышать чувствительность измерений;

Результаты диссертации использовались в госбюджетных работах по теме ОФ-2/86 (1988, 1991 г.г.) и в госбюджетной работе, проводимой в рамках Межвузовской научно-технической программы "ЛИЗМАТ" (1993, 1994 г.г.).

На защиту выносятся следующие положения:

1. Математическая модель многолучевого свободномассового большебазного резонатора Фабри-Перо, полученная для произвольных законов изменения мощности и начальной фазы оптической накачки, смещения зеркал и произвольного вида ГВ-сигнала.
2. Расчет переноса низкочастотных шумовых возмущений зеркал РФП в более высокочастотную область спектра, соответствующую спектральному диапазону гравитационно-волнового сигнала.
3. Теоретическое обоснование гетеродинного метода регистрации гравитационно-волнового квазипериодического возмущения на основе модуляции фазовой настройки свободномассового резонатора Фабри-Перо.
4. Исследование явления низкочастотного оптического резонанса в многолучевом резонаторе Фабри-Перо.

Апробация результатов работы.

Основные положения работы обсуждались на 41-й Всесоюзной научно-технической конференции АЗИНТЕТЕХИМ им. М. Азизбекова (Баку, 1988 г.); на межреспубликанской научно-технической конференции "Актуальные проблемы фундаментальных наук" (Москва, 1989 г.); на Всесоюзной научной студенческой конференции "Физическая оптика" (Томск, 1989 г.); на Всесоюзной научно-технической конференции "Актуальные проблемы информатики, управления, радиоэлектроники и лазерной техники" (Москва, 1989 г.); на Международной молодежной научно-технической конференции "Актуальные проблемы информатики, управления, радиоэлектроники и лазерной техники" (Пушкино, 1989 г.); на Всесоюзном совещании-семинаре "Инженерно-физические проблемы новой техники" (Звенигород, 1990 г.; Москва, 1992 г.)

Публикации. По теме диссертации опубликовано 12 печатных работ.

Структура и объем диссертационной работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав с выводами, заключения и списка литературы. Текст изложен на 151 машинописной странице, включая 19 рисунков и список литературы из 31 наименования. В приложении помещен текст программы на языке TURBO-PASCAL.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность выбранной темы, сформулирована цель диссертационной работы. Представлен краткий обзор полученных результатов, данные о научной новизне и практической ценности полученных результатов. Дана характеристика работы по главам.

В первой главе дана краткая характеристика исследований многолучевого резонатора Фабри-Перо. Получена математическая модель свободно-массового многолучевого большебазного интерферометра Фабри-Перо как элемента гравитационной антенны, включающая систему уравнений фазового отклика РЭП для произвольных законов изменения координат зеркал, амплитуды и фазы когерентной оптической накачки.

Поскольку зеркала резонатора Фабри-Перо установлены на свободных массах и находятся в поле светового давления, в математическую модель входит давление света на зеркала резонатора. Математическая модель позволяет проводить расчеты при большой мощности оптической накачки P_0 и больших размерах резонатора L_0 . При различных методах регистрации ГВ может быть использована модуляция начальной фазы или амплитуды оптической накачки.

В математической модели гравитационно-волновой сигнал может иметь произвольный вид, а внешнее механическое шумовое возмущение - различное спектральное распределение. Поэтому наибольший интерес представляет математическая модель РЭП, отражающая эти требования и записанная в наиболее общем виде.

Математическая модель включает уравнения движения зеркал резонатора Фабри-Перо в гравитационном поле Земли, подвешенных на

упругих нерастяжимых нитях к основанию, на которые действуют силы давления оптического излучения, силы, обусловленные взаимодействием гравитационной волны и случайным механическим шумом.

При выводе нелинейных уравнений фазового оптического отклика резонатора Фабри-Перо в поле плоской электромагнитной волны предполагается использование когерентного оптического излучателя с частотой ω_e и мощностью $P_0(t)$, создающий на входе в резонатор амплитуду световой волны $E_0(t)$. Пусть зеркало S_1 установлено в положении с координатой X_1 и характеризуется амплитудными коэффициентами отражения R_1 , пропускания T_1 и поглощения B_1 , а зеркало S_2 , установленное в положении с координатой X_2 , характеризуется соответственно амплитудными коэффициентами R_2 , T_2 и B_2 (рис. 1.1). Величина $L_0 = X_2 - X_1$ является невозмущенной длиной РФП. Считаем потери на зеркалах достаточно малыми, так что выполняется условие

$$R_i^2 + T_i^2 + B_i^2 = 1, \quad i = 1, 2. \quad (1)$$

Пусть зеркала S_1 , S_2 обладают массами покоя M_1 и M_2 и испытывают произвольные воздействия, которые приводят к изменению положения зеркал по законам $X_1(t)$ и $X_2(t)$. Суммарное смещение зеркал относительно положений равновесия соответствует следующему выражению $X(t) = X_2(t) - X_1(t) - L_0$.

Уравнения движения пробных тел с зеркалами резонатора представляют собой уравнения осциллятора, в правую часть которых входит сумма всех внешних сил

$$\ddot{X}_i + 2\gamma_i \dot{X}_i + \omega_i^2 X_i = \frac{1}{M_i} (F_{излi} + F_{внi} + F_{мехi}), \quad i=1, 2 \quad (2)$$

где γ_i - коэффициенты затухания, ω_i - собственные частоты пробных тел с зеркалами РФП, $F_{излi}$ - силы давления оптического излучения, $F_{внi}$ - силы, обусловленные гравитационно-волновым сигналом, $F_{мехi}$ - случайные механические силы.

Силы давления излучения на зеркала свободномассового большого многолучевого резонатора Фабри-Перо имеют следующий вид

$$F_{изл1}(t) = \frac{S^{(1)}}{c} (I_o(t) + I_R(t) - I^{(1)}(t) - I^{(1)}(t)), \quad (3)$$

$$F_{изл2}(t) = \frac{S^{(2)}}{c} (I^{(2)}(t) + I^{(2)}(t) - I_T(t)), \quad (4)$$

где $S^{(i)}$ - площади зеркал, $I_o(t)$, $I_R(t)$, $I_T(t)$ - интенсивности падающего, отраженного и прошедшего резонатор излучения, $I^{(1)}(t)$, $I^{(1)}(t)$, $I^{(2)}(t)$, $I^{(2)}(t)$ - интенсивности падающего и отраженного излучения внутри резонатора для зеркал S_1 и S_2 соответственно.

Силы, обусловленные действием гравитационно-волнового сигнала на пробные массы с зеркалами резонатора Фабри-Перо:

$$F_{вн1}(t) = - \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} L_o \ddot{h}(t), \quad (5)$$

$$\ddot{h}(t) - \text{вторая производная функции изменения метрики пространства.} \quad (6)$$

Выражения для интенсивностей электромагнитных волн отраженных и прошедших резонатор, а также внутри резонатора были получены для произвольных законов изменения амплитуды $E_o(t)$ и фазы $\varphi_o(t)$ оптической накачки, смещения зеркал $X(t)$ РФП.

Интенсивность электромагнитного излучения, прошедшего резонатор Фабри-Перо, образована суммой всех интерферирующих лучей и имеет вид

$$I_T(t) = \frac{1}{2} \varepsilon_o c T_1^2 T_2^2 \left[(X_T(t))^2 + (Y_T(t))^2 \right], \quad (7)$$

$$\begin{Bmatrix} X_T(t) \\ Y_T(t) \end{Bmatrix} = \sum_{n=1}^{\infty} E_o(t - (2n-1)t_o) (R_1 R_2)^{n-1} \begin{Bmatrix} \cos \Phi_{nr}(t) \\ \sin \Phi_{nr}(t) \end{Bmatrix},$$

$$\begin{aligned} \Phi_{nr}(t) = & \varphi_o(t - (2n-1)t_o) - (n-1)\delta - k_e (X_2(t) + \\ & + \sum_{m=1}^{n-1} [X_2(t - 2mt_o) - X_1(t - 2(m-1)t_o)]). \end{aligned}$$

где ϵ_0 - диэлектрическая проницаемость, c - скорость света в вакууме, n - номер интерферирующего луча, $t_0 = L_0/c$ - интервал времени, равный однократному прохождению расстояния между зеркалами, k_e - волновой вектор.

Проведен анализ основных условий, которые были использованы при выводе уравнений, входящих в математическую модель. Показано, что уравнения движения зеркал в поле светового давления, гравитационно-волнового сигнала и механического шума являются самосогласованными и могут быть использованы при расчетах оптического и механического отклика РФП как элемента гравитационной антенны третьего поколения.

Во второй главе посвящена исследованию детальной структуры механического отклика свободно-массового большебазного многолучевого резонатора Фабри-Перо на основе анализа полученной математической модели.

На основе решения уравнения для интенсивностей и фаз электромагнитного излучения получена формула давления оптического излучения на зеркало РФП для произвольных коэффициентов отражения и пропускания в низкочастотном пределе движения зеркал. Сила давления оптического излучения на зеркало S_2 РФП имеет существенно нелинейный характер, что приводит к возникновению нелинейности в уравнениях движения пробных тел с зеркалами. Для используемых в современных проектах гравитационных антенн параметров системы лазер-РФП сила давления оптического излучения может составлять 10^{-5} Н и вносить изменения в спектр колебаний зеркал РФП.

Получено стационарное решение уравнения Фоккера-Планка для движения пробного тела с учетом давления оптического излучения при случайных механических возмущениях, имеющих спектральное распределение Гаусса. Если $F_{\text{мех}}$ возможно аппроксимировать белым гауссовым шумом с интенсивностью $2D$, то для уравнения движения пробного тела с зеркалом РФП можно записать уравнение Фоккера-Планка, характеризующее функцию распределения $\zeta(x, p, t)$ флуктуаций координаты и импульса пробного тела. Интегрирование функции $\zeta(x, p, t)$ по всем возможным значениям импульса позволяет получить стационарное распределение флуктуаций пробного тела по координате

$$f_0(x) = S \exp \left[- \left(\frac{1}{2} M \Omega_0^2 x^2 - V(x) \right) / W \right], \quad (8)$$

$$\text{где} \quad S^{-1} = \int_{-x_0}^{\infty} \exp \left[- \left(\frac{1}{2} M \Omega_0^2 x^2 - V(x) \right) / W \right] dx, \quad (9)$$

$$W = 2 \gamma M / D$$

W - средняя энергия случайных колебаний пробного тела, $V(x)$ - потенциальная энергия поля светового давления, $V(x) = P_0 T_1^2 / c k_e^2 (x_0 + x)$, k_e - волновой вектор электромагнитной волны.

Численный расчет интеграла (9) был осуществлен по методу трапеций с оценкой погрешности вычислений, которая не превышала 0.1% при любых значениях используемых параметров. Функция распределения центра масс пробного тела с зеркалом РФП отличалась от гауссовой; слева она ограничена значением $-x_0$, а максимум ее смещен из начала координат вправо. Расчеты показали, что при увеличении светового давления происходит усиление отличия функции распределения от распределения Гаусса.

Получено выражение для определения изменения периода установившихся колебаний зеркал РФП в поле электромагнитной волны после импульсного механического возмущения. Предполагалось, что после однократного импульсного возмущения, вызванного, например, сейсмической волной, пробное тело приобретало энергию W , диссипирующую за время $t \sim \gamma^{-1}$. В течение этого времени массы предполагаются свободными. Для периода колебаний пробной массы с зеркалом РФП получено аналитическое выражение, содержащее эллиптический интеграл 3-го рода. Выполнен численный расчет, показывающий, что период колебаний зеркала резонатора Фабри-Перо для энергии сейсмической волны 10^{-12} Дж уменьшается более чем в 2 раза по сравнению с периодом собственных колебаний пробного тела с зеркалом РФП, что отражает смещение частоты колебаний зеркал в поле светового давления в высокочастотную область спектра.

Проведен расчет гармоник нелинейного эффекта переноса низкочастотных механических возмущений зеркал свободномассового большебазаного многолучевого резонатора Фабри-Перо в поле светового

давления в высокочастотную область спектра. Получено решение уравнения движения зеркала РПП в поле светового давления в предположении, что функция смещения зеркала разложима в ряд Фурье по собственной частоте зеркала Ω_0 . Решение имеет вид рекуррентной формулы для вычисления амплитуд колебаний зеркал РПП в поле светового давления. Проведены расчеты амплитуды сотой гармоники колебаний зеркала резонатора. Проведен анализ влияния изменения спектра колебаний зеркал РПП на существующие и стоящие лазерные интерференционные гравитационные антенны. Сделан вывод о возможном превышении шума в рабочей области спектра регистрации ГВ над уровнем детектируемого сигнала.

В третьей главе проведено исследование гетеродинного метода детектирования квазипериодических затухающих сигналов на основе решения уравнений движения зеркал, входящих в математическую модель интерферометра Фабри-Перо, с использованием модуляции фазовой настройки резонатора.

Получено решение уравнений движения пробных тел с зеркалами РПП в поле плоской электромагнитной волны и ГВ-сигнала при модуляции фазовой настройки резонатора по синусоидальному закону. Предполагалось в первом приближении, что вторым и третьим членами уравнений (2) можно пренебречь при низких значениях δ_i и ω_i .

Гравитационно-волновой сигнал выбирался следующего вида

$$h(t) = h_0 \alpha^2 t^2 \exp(-\alpha t) \sin \Omega t, \quad (10)$$

где h_0 - относительная амплитуда вариаций метрики пространства, которая приводит к изменению расстояния $x(t) = L_0 h(t)$, α - затухание сигнала, Ω - частота ГВ.

Фазовая настройка РПП изменялась по гармоническому закону

$$\delta(t) = -\delta_0 \sin(\Omega_m t + \varphi_0), \quad (11)$$

где δ_0 - амплитуда модуляции фазовой настройки, Ω_m - частота модуляции, φ_0 - начальная фаза.

Решение уравнения относительных колебаний пробных масс с зеркалами РПП в низкочастотном пределе имеет вид

$$x(t) = \frac{8P_0 L_0 h_0}{M c k_e} \frac{T_1^2 \delta_0 \cos \varphi_0}{[2(1-R_1 R_2)^2 + \delta_0^2]^2} t^2 \exp(-\alpha t). \quad (12)$$

Численные расчеты показывают, что механический отклик увеличивается за счет введения в измерительную систему из двух пробных масс динамической жесткости.

Для более точного описания измерительной системы рассчитана спектральная плотность сигнала на входе колебательной системы и проведена оптимизация мощности выходного сигнала. Рассчитано отношение сигнал/шум для случая ограничения чувствительности измерительной системы тепловым шумом. Получено решение уравнения движения пробного тела с зеркалами РФП в поле плоской электромагнитной волны и ГВ-сигнала при выделении выходного сигнала на частоте приходящего сигнала.

На основе проведенного теоретического анализа обоснован гетеродинный метод и схема регистрации ГВ-сигналов с использованием РФП.

Модуляция величины фазовой настройки РФП в данном варианте осуществляется модуляцией длины волны излучения благодаря изменению размеров резонатора лазерного источника излучения. Электрические сигналы на выходе емкостных датчиков смещений, которые установлены рядом с пробными массами, несут информацию о динамике пробных масс, характер которой зависит от мощности оптической накачки, частоты модуляции фазовой настройки, параметров РФП, амплитуды и формы гравитационно-волнового сигнала.

Приходящая гравитационная волна вблизи частоты модуляции фазовой настройки, задаваемой подстраиваемым генератором синусоидального напряжения, вызовет колебания масс, повторяющие форму огибающей пришедшего всплеска. Эти колебания пробных масс регистрируются с помощью емкостных датчиков. Перестраивая генератор синусоидального напряжения на необходимую частоту, можно увеличивать механический отклик пробных тел на частоте модуляции и проводить обнаружение гравитационных волн в различных спектральных диапазонах.

Сделан вывод о возможности повышения чувствительности и

уменьшения размеров интерференционной гравитационной антенны.

В четвертой главе на основе анализа уравнений электромагнитной части математической модели свободномассового большебазного многолучевого РФП проведено исследование низкочастотного оптического резонанса и получено численное решение системы уравнений, составляющих полную математическую модель РФП.

Для уравнения оптического отклика РФП получена эквивалентная система из двух дифференциальных уравнений, одно из которых является уравнением низкочастотного осциллятора с одной степенью свободы:

$$\ddot{Z} + 2\gamma \dot{Z} + \omega_0^2 Z = \dot{E}_0(t) + z E_0(t), \quad (13)$$

где

$$\gamma = -\frac{\ln(R_1 R_2)}{2t_0} - \frac{\ddot{\Phi}(t)}{\dot{\Phi}(t)},$$

$$\omega_0^2 = \dot{\Phi}^2(t) + \frac{\ln(R_1 R_2)}{2t_0} \left(\frac{\ln(R_1 R_2)}{2t_0} - \frac{\ddot{\Phi}(t)}{\dot{\Phi}(t)} \right),$$

$$z = -\frac{\ln(R_1 R_2)}{2t_0} - \ddot{\Phi}(t)/2\dot{\Phi}(t),$$

$$\dot{\Phi}(t) = \delta/2t_0 + k_e x(t)/t_0 + \dot{\Phi}_0(t).$$

Показано, что периодическому решению уравнения осциллятора, соответствует возникновение низкочастотного оптического резонанса стоячей электромагнитной волны в многолучевом РФП. Обсуждаются физические аспекты возникновения низкочастотного оптического резонанса и его возможного использования.

Получено численное решение самосогласованной системы уравнений математической модели большебазного свободномассового многолучевого интерферометра Фабри-Перо. Целью численных расчетов являлось подтверждение адекватности математической модели реальному объекту исследований - многолучевому резонатору Фабри-Перо, зеркала которого разнесены друг от друга на большое расстояние и подвешены к основанию. В расчетах использовались реальные параметры РФП, при которых по аналитическим оценкам существует нес-

олько известны физических явлений, позволяющих провести проверку полученной математической модели РЭП.

Расчеты проводились при отсутствии внешних шумовых возмущений зеркал резонатора для параметров, при которых возникает низкочастотный оптический резонанс, что позволило детально исследовать это физическое явление в РЭП.

Решение дифференциальных уравнений проведено на основе разностной схемы, построенной по методу Эйлера. Ошибка вычислений минимизировалась увеличением числа интерферирующих лучей и не превосходила 1%. Рассчитан оптический отклик РЭП на гравитационно-волновой сигнал (10) при различных частотах сигнала в окрестности расчетной резонансной частоты низкочастотного оптического резонанса.

Проведены расчеты спектральных характеристик оптического отклика РЭП. Спектральная плотность и мощность оптического отклика рассчитывались стандартным способом по разложению функции в ряд Фурье, интегралы, вычислялись по методу трапеций.

Результаты численных расчетов с высокой точностью согласуются с аналитическими формулами и подтверждают увеличение амплитуды оптического отклика интерферометра вследствие низкочастотного оптического резонанса.

Полученное уравнение (13) представляет собой уравнение осциллятора, в правую часть которого входят функции начальной фазы $\varphi_0(t)$ и амплитуды $E_0(t)$ электромагнитной волны оптической накачки, а также смещение зеркал $x(t)$. Следовательно, оптический резонанс на низких частотах может возникать для любого из этих сигналов, главное условие для получения резонансного отклика - это наличие в сигнале спектральной составляющей на частоте, близкой к резонансной. Использование таких различных сигналов как $E_0(t)$ и $x(t)$ может приводить к появлению в спектре возмущения амплитуды электромагнитного поля внутри РЭП суммарных и разностных частот.

Смещение в область резонанса можно обеспечить модуляцией оптической накачки $E_0(t)$ на частоте, близкой к ω_0 и существенно большей, чем частота гравитационной волны, что обеспечивает малую длину РЭП $L_0 = \delta_0 c / 2 \omega_0$.

Показано, что при использовании ВЧ модуляции амплитуды опти-

ческой накачки можно повышать оптический отклик резонатора сравнительно небольших размеров для гармонических смещений зеркал в рабочей области спектра. Проведен численный эксперимент по регистрации гравитационного излучения с частотой $2 \cdot 10^3$ Гц на основе многолучевого интерферометра Фабри-Перо с модуляцией амплитуды оптической накачки на частоте 10^5 Гц. Получено увеличение амплитуды оптического отклика, согласующееся с высокой точностью с полученными аналитическими оценками.

Сделаны выводы о возможности увеличения чувствительности методов регистрации гравитационных волн при использовании низкочастотного оптического резонанса в многолучевом интерферометре Фабри-Перо.

В ходе выполненных расчетов была получена высокая степень точности аналитических и численных результатов, выполненных на основе разработанной математической модели свободномассового большебазного многолучевого резонатора Фабри-Перо и подтверждена возможность использования полученной математической модели при оптимизации лазерных интерференционных гравитационных антенн третьего поколения.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ РАБОТЫ

1. Разработана математическая модель многолучевого свободномассового большебазного резонатора Фабри-Перо, полученная для произвольных законов изменения мощности и начальной фазы оптической накачки, смещения зеркал и произвольного вида ГВ-сигнала.
2. Проведено исследование явления переноса низкочастотных шумовых возмущений зеркал РФП в более высокочастотную область спектра, соответствующую спектральному диапазону гравитационно-волнового сигнала.
3. Получено теоретическое обоснование гетеродинного метода регистрации гравитационно-волнового квазипериодического возмущения на основе модуляции фазовой настройки свободномассового резонатора Фабри-Перо.
4. Проведено исследование явления низкочастотного оптического резонанса в многолучевом интерферометре Фабри-Перо.

Основные положения диссертации
опубликованы в следующих работах:

1. Морозов А. Н., Гладышев В. О. Особенности отклика лазерной интерференционной гравитационной антенны на низкочастотные возмущения//Измерительная техника. -1990. -№10. -С. 26-28.
2. Морозов А. Н., Гладышев В. О. К эффекту нелинейной генерации ВЧ оптического шума в резонаторе Фабри-Перо//Письма в ЖТФ. -1990. -Т.16. -вып. 5. -С.57-60.
3. Гладышев В. О., Морозов А. Н. Гетеродинный метод регистрации затухающих сигналов с использованием резонатора Фабри-Перо//Письма в ЖТФ. -1991. -Т.17. -№19. -С.11-15.
4. Гладышев В. О., Морозов А. Н. Низкочастотный оптический резонанс в многолучевом интерферометре Фабри-Перо//Письма в ЖТФ. -1993. Т.19. Вып.14. С. 38-42.
5. Гладышев В. О., Морозов А. Н., Суетина Н. В. Оценка чувствительности лазерной интерференционной гравитационной антенны //Оптико-электронные приборы: Сборник статей. -М.: Изд-во МГТУ. -1993. -С.152-171.
6. А. с., 1795771 СССР, МКИ4 G 01 V7/00. Лазерный гравитационно-волновой измеритель/В. О. Гладышев, А. Н. Морозов (СССР). -Бс.
7. Гладышев В. О., Морозов А. Н. Нелинейный эффект воздействия лазерного излучения на РФП в ЛИГА//Инженерно-физические проблемы новой техники: Тез. докл. I Всесоюзн. совещ.-семинара., г.Звенигород. - М.: Изд-во МГТУ. -1990. -С.155-156.
8. Гладышев В. О., Морозов А. Н. Низкочастотный резонанс стоячей оптической волны в многолучевом интерферометре Фабри-Перо // Инженерно-физические проблемы новой техники: Тез. докл. II Всесоюзн. совещ.-семинара. -М.: Изд-во МГТУ. 1992. -С.104-105.
9. Гладышев В. О., Морозов А. Н., Суетина Н. В. Лазерная интерференционная гравитационная антенна//Актуальные проблемы фундаментальных наук: Тез. докл. Межреспубл. конф. -М.: Изд-во МВТУ. -1989. -С. 37-39.
10. Гладышев В. О., Морозов А. Н., Суетина Н. В. Лазерный интерферометр для регистрации гравитационных волн//Актуальные проблемы информатики, управления, радиозлектроники и лазерной техники: Сб. докл. и сообщ. Междунар. молодежной научно-техничес-

кой конф. -М.:Изд-во МГТУ. -1989. -С.85-89.

11. Гладышев В.О., Морозов А.Н., Суетина Н.В. Интерференционный метод регистрации гравитационных волн//Физическая оптика: Тез. докл. Всесоюз. научной студенч. конф. -Томск.: Изд-во Том. ун-та. -1989. -С.97.

12. Гладышев В.О., Морозов А.Н., Суетина Н.В. Лазерный интерферометр для регистрации гравитационных волн//Актуальные проблемы информатики, управления, радиозлектроники и лазерной техники: Тез. докл. Всесоюз. конф. -М.:Изд-во МВТУ. -1989. -С.150.

Подписано к печати 27.04.94г. Заказ 296.

Объем 1.0 п. л. Тир. 100 экз.

Типография МГТУ