

Определение аэродинамических характеристик космических аппаратов при обтекании разреженным газом

© Н.И. Сидняев, Л.С. Скляринский

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Российская Федерация

Рассмотрена модель расчета аэродинамических сил, учитывающая и силу сопротивления, и подъемную силу, что позволяет получить управляемое движение спутника в разреженной среде. Представлен алгоритм определения аэродинамических характеристик на основе теории Монте-Карло. Проведено численное исследование аэродинамики при действующих возмущениях гравитационного потенциала Земли и неточности знания плотности атмосферы. Постулируется, что при умеренных числах Маха течение может быть охарактеризовано длиной пробега молекул на бесконечности. Допускается, что в разреженном потоке молекулы проходят между столкновениями вдоль потока путь больший, чем в поперечном направлении. Благодаря этой анизотропии наличие сравнительно небольших продольных градиентов делает несправедливыми уравнения сплошной среды, которые остаются справедливыми при наличии больших поперечных градиентов. Отражение молекул полагается диффузным с максвелловским распределением. Средняя скорость отраженных молекул определяется температурой стенки и коэффициентом аккомодации, что дает возможность рассматривать падающий и отраженный потоки молекул независимо, существенно облегчая описание их движения. Показано, что под влиянием сопротивления атмосферы при движении космического аппарата по эллиптической орбите происходят вековые возмущения фокального параметра и эксцентриситета, а орбита аппарата с течением времени все более приближается к круговой. При этом период обращения монотонно убывает, а средняя скорость полета возрастает. Максимальная скорость понижения высоты орбиты приходится на район апогея, минимальная — на район перигея орбиты. По мере снижения спутников с возрастанием плотности атмосферы аэродинамический момент увеличивается, а внутренние колебательные области уменьшаются и исчезают. Продольная ось спутников может перейти в колебания относительно положения равновесия. Построенные зависимости позволяют определить проектно-баллистические параметры спутников стандарта CubeSat, обеспечивающие заданное угловое движение под действием гравитационного и восстанавливающего аэродинамического моментов при снижении с низких круговых орбит.

Ключевые слова: спутник, обтекание, центр масс, разреженное течение, столкновение, аэродинамический момент, аэродинамические характеристики, число Кнудсена

Введение. Издано много работ, посвященных исследованию динамики спутника, подверженного действию гравитационного и аэродинамического моментов [1–3]. Идея использования аэродинамического момента для ориентации спутника и результаты простейших исследований были приведены в работах [4, 5], а более глубокие исследования влияния аэродинамического момента на движение

спутника около центра масс изложены в [5]. Положительные и отрицательные эффекты воздействия сопротивления атмосферы на динамические характеристики гравитационной системы ориентации спутник—стабилизатор проанализированы в [4]. В статье предполагается, что течение может быть охарактеризовано одной длиной пробега l . При обтекании тела при умеренных числах Маха в качестве такой единственной характерной длины пробега может быть выбрана длина пробега молекул на бесконечности l_∞ [6, 7].

Для того чтобы течение было свободномолекулярным при умеренных числах Маха, достаточно потребовать, чтобы число Кнудсена $Kn \rightarrow l_\infty/L \sim 1$ (L — характерный размер течения). В работе [5] методом фазовой плоскости исследованы случаи плоского углового движения спутника на низких круговых орбитах под действием гравитационного момента и восстанавливающего аэродинамического момента, имеющего синусоидальную зависимость от угла атаки, причем изменением плотности атмосферы в процессе движения пренебрегается.

В работе [2] рассмотрены переходные режимы движения спутника относительно центра масс на начальном участке траектории спуска в атмосфере под действием восстанавливающего аэродинамического момента, который имеет вид бигармонического ряда по углу атаки, при этом действием гравитационного момента пренебрегается. В работах [3, 9] исследуются случаи движения спутника относительно центра масс на начальном участке траектории спуска в атмосферу под действием восстанавливающего аэродинамического момента, который описывается рядом Фурье по углу атаки с тремя первыми гармониками, а действием гравитационного момента пренебрегается.

В работе [5] методом фазовой плоскости исследованы случаи плоского движения относительно центра масс спутника при снижении с низких круговых орбит под действием гравитационного момента и восстанавливающего аэродинамического момента, имеющего вид бигармонического ряда по углу атаки. Получены формулы, позволяющие определить высоты полета, на которых происходит изменение характера углового движения спутника, а также формулы вероятности попадания в колебания относительно того или иного положения равновесия по углу атаки. В данной работе на основе результатов, приведенных в [4, 5], выполнен анализ влияния проектно-баллистических параметров на плоское угловое движение спутника стандарта CubeSat при снижении с низких круговых орбит под действием гравитационного и восстанавливающего аэродинамического моментов.

Как показывают эксперименты, в некоторых случаях свободномолекулярный режим достигается при $Kn \approx 2-3$. Как будет показано далее, при обтекании разряженным потоком нельзя указать один

критерий, определяющий область свободномолекулярных или близких к ним течений. Эти критерии оказываются зависящими от формы тела и законов взаимодействия молекул между собой и с поверхностью тела (коэффициентов аккомодации) [8–10].

Рассмотрим особенности разряженных течений [6]. Для получения качественных результатов ограничимся рамками элементарной кинетической теории. Пусть тело обтекается невозмущенным равновесным разряженным потоком со скоростью V , плотностью ρ_∞ и температурой T_∞ . В системе координат, связанной с газом, длина пробега молекул определяется отношением

$$l_\infty = \frac{c}{\rho_\infty \sigma_\infty g}, \quad (1)$$

где c — средняя тепловая скорость; σ_∞ — сечение столкновения молекул; g — средняя относительная скорость.

Поскольку при максвелловском распределении скорости c и g одного порядка, выражение (1) можно представить в виде

$$l_\infty \sim \frac{c}{\rho_\infty \sigma_\infty}. \quad (2)$$

Если движение газа рассматривается в неподвижной системе координат, например в системе координат, связанной с обтекаемым телом, то проходимый молекулами между столкновениями вдоль потока путь, очевидно, можно будет представить следующим образом:

$$l_{11} \sim \frac{l_\infty}{c} V \sim M l_\infty \quad \text{при } M \gg 1. \quad (3)$$

Если L — характерный размер течения, то справедливо неравенство

$$\frac{l_{11}}{L} \sim \frac{l_\infty}{L} M \sim \text{Kn} M. \quad (4)$$

Следовательно, в разряженном потоке молекулы проходят между столкновениями вдоль потока путь в M раз больший, чем в поперечном направлении. Благодаря этой анизотропии наличие сравнительно небольших продольных градиентов делает несправедливыми уравнения сплошной среды, в то время как последние остаются справедливыми при наличии больших поперечных градиентов (например, в разряженном пограничном слое). В определение длины пробега входит сечение столкновения молекул массы m . В общем случае эффективное сечение столкновения зависит от относительной скорости

молекул [9]. Для оценки изменения сечения столкновений используем связь длины пробега с вязкостью:

$$\mu \sim m p c l_{\infty} \sim \rho a l_{\infty} \sim \rho \sqrt{T} l_{\infty} \sim \frac{\sqrt{T}}{\sigma}. \quad (5)$$

Принимая закон Сазерленда изменения вязкости от температуры, получим

$$\sigma = A \left(1 + \frac{S}{T} \right), \quad (6)$$

где A — некоторая постоянная; S — постоянная Сазерленда, которая для таких газов, как азот, кислород, гелий и водород, лежит в диапазоне 80–140.

Если σ_{∞} — сечение столкновения при температуре набегающего потока T_{∞} и относительной скорости $c \sim a_{\infty} \sim \sqrt{T_{\infty}}$, то при относительной скорости V сечение столкновения определяется по формуле

$$\sigma = \sigma_{\infty} \frac{T_{\infty}}{T} \frac{T + S}{T_{\infty} + S}, \quad (7)$$

где $T \sim T_{\infty} V^2 / a_{\infty}^2 l_{\infty} \sim T_{\infty} M^2$.

При нормальных условиях в воздухе относительная скорость молекул составляет порядка $5 \cdot 10^4$ см/с, так как $T_{\infty} \sim 300$ К). При увеличении относительной скорости молекул сечение может максимально измениться на одну треть (при $T \rightarrow \infty$). Сравнительно слабое изменение сечения столкновения обусловлено тем, что уже при комнатной температуре относительная скорость молекул оказывается достаточно большой, так что взаимодействие молекул определяется крутым участком потенциальной кривой [8]. Если температура T_{∞} достаточно низкая, так что столкновения молекул определяются дальними пологими участками потенциальной кривой, то при увеличении относительной скорости молекул эффективное сечение может измениться во много раз. С таким явлением можно встретиться, например, в аэродинамических трубах, работающих на гелии. Температура потока в рабочей части трубы может составлять 5...10 К, в то время как скорость набегающих молекул относительно молекул, отраженных от помещенного в поток тела, может соответствовать температуре $T \geq 300$ К.

Для иллюстрации влияния изменения сечения столкновения в зависимости от относительной скорости рассмотрено два предельных случая: «жестких» молекул с $\sigma = \text{const}$ и «мягких» молекул с σ ,

обратно пропорциональным относительной их скорости. Последний случай соответствует максвелловскому газу.

Отражение молекул будем считать диффузным с максвелловским распределением. Средняя скорость отраженных молекул V_2 определяется температурой стенки T_w и коэффициентом аккомодации α_e . При рассмотрении обтекания тела необходимо рассматривать несколько характерных длин пробега [8]: длину пробега набегающего потока в поле отраженных от тела молекул l_{12} , длину пробега отраженных молекул на набегающих молекулах l_{21} , длину пробега отраженных молекул на отраженных l_{22} , а также введенные выше длины пробега l_{11} и l_{∞} . Заметим, что в общем случае $l_{12} \neq l_{21}$.

Цель работы — разработка методов расчета аэродинамических характеристик КА в разреженных средах при различных высотных характеристиках, давлениях и тепловых потоках для требуемого коридора входа в плотные слои атмосферы.

Функция распределения Максвелла по скоростям. При свободно молекулярном обтекании у молекул, отраженных от тела, длина свободного пробега l больше характерного размера тела d , поэтому взаимодействие отраженных молекул с набегающими молекулами вблизи КА незначительно. Это дает возможность рассматривать падающий и отраженный потоки молекул независимо, что существенно облегчает описание их движения (рис. 1).

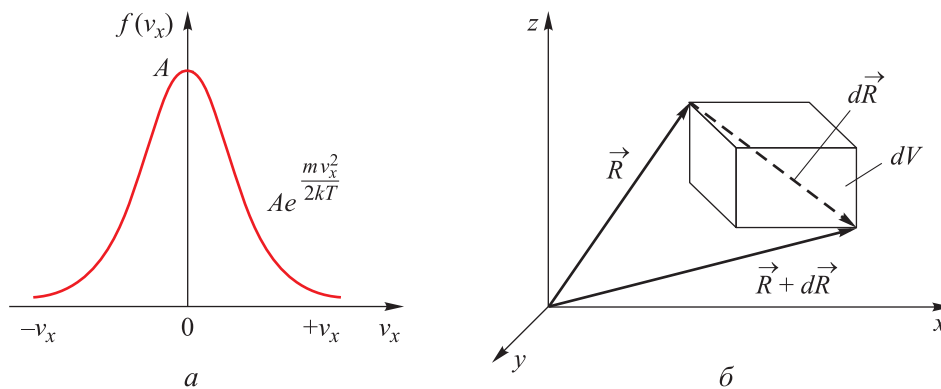


Рис. 1. Функция вероятности распределения частиц

Функции распределения частиц газа по декартовым компонентам скорости имеют вид

$$\varphi(v_x) = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} e^{-\frac{m}{2kT} v_x^2}; \quad \varphi(v_y) = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} e^{-\frac{m}{2kT} v_y^2}; \quad \varphi(v_z) = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} e^{-\frac{m}{2kT} v_z^2},$$

где $\varphi(v_x)$, $\varphi(v_y)$, $\varphi(v_z)$ — функция распределения скоростей молекул соответственно по осям x , y , z ; m — масса молекулы; k — постоянная Больцмана.

В результате получим обобщенную функцию распределения Максвелла вида

$$f(\vec{v}) = \varphi(v_x)\varphi(v_y)\varphi(v_z) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}}. \quad (8)$$

Функция распределения (8) описывает вероятность того, что скорость частиц массой m газа будет находиться в элементарном объеме $dV = dv_x dv_y dv_z$ вблизи скорости $\vec{v}$ в пространстве скоростей.

Движение любой молекулы можно считать как бы складывающимся из двух видов:

во-первых, молекулы участвуют в направленном движении набегающего потока, и их скорость равна скорости потока в целом;

во-вторых, одновременно молекулы участвуют в хаотическом тепловом движении [8], перемещаясь с разными скоростями, значения которых описываются распределением Максвелла (см. рис. 1). Применение кинетической теории газов дает принципиальную возможность рассчитать как давление газа на поверхность КА, так и количество теплоты, которое она получает или отдает при взаимодействии с молекулами газа, для выбора оптимального коридора входа в плотные слои атмосферы (рис. 2). Для этого необходимо знать законы отражения молекул от поверхности КА для определения предельной температуры поверхности $T_{\text{пов}}$.

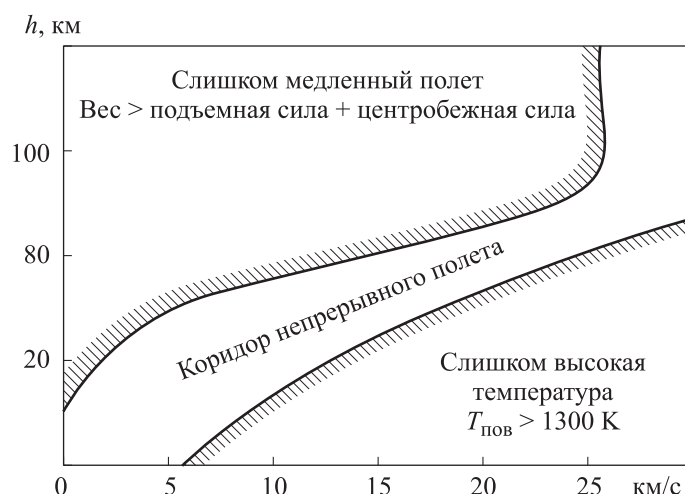


Рис. 2. Коридор оптимального входа КА в плотные слои атмосферы

Для снижения сопротивления летящего тела выгодно зеркальное отражение, а также малые углы падения молекул на поверхность, так как при этом увеличивается вероятность зеркального отражения.

Существенным параметром также является так называемый коэффициент термической аккомодации b , который характеризует изменение энергии молекулы после ее отражения. Значения b могут изменяться от 0 до 1. Если после отражения энергия молекулы не изменилась и осталась равной энергии падающей молекулы, то $b = 0$. Если средняя энергия отраженной молекулы соответствует температуре стенки КА, то это означает, что она отдала стенке всю возможную энергию и $b = 1$. Очевидно, что аэродинамический нагрев тем меньше, чем меньше b .

Согласно теории статистической физики, если газ состоит из N независимых молекул (частиц), то вероятность dP_v того, что частица массой m имеет абсолютную скорость из интервала $[v, v + dv]$, с одной стороны, по определению функции распределения

$$dP_v = F(v)dv, \quad F(v) = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}, \quad (9)$$

а с другой стороны, та же вероятность dP_v — это отношение количества частиц dN с интересующими скоростями (рис. 3) к общему количеству N частиц массой m в газе $dP_v = dN/N$ или $dP_v = F(v)dv = dN/N$. Тогда количество частиц dN со скоростями в интервале $[v, v + dv]$ можно определить как $dN = NF(v)dv$.

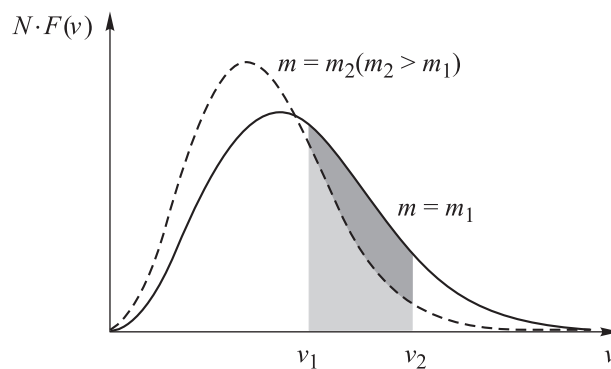


Рис. 3. Вероятности распределения частиц при абсолютной скорости для разных масс

Однако точное математическое описание движения разреженного газа с помощью уравнений кинетической теории представляет значительные трудности [9]. Это заставляет развивать приближенные методы. Например, реальное отражение молекулы от КА заменяется

зеркально-диффузной схемой (рис. 4), согласно которой одна часть молекул отражается от поверхности тела зеркально, другая — рассеивается диффузно, в соответствии с законом Ламберта (законом косинуса).

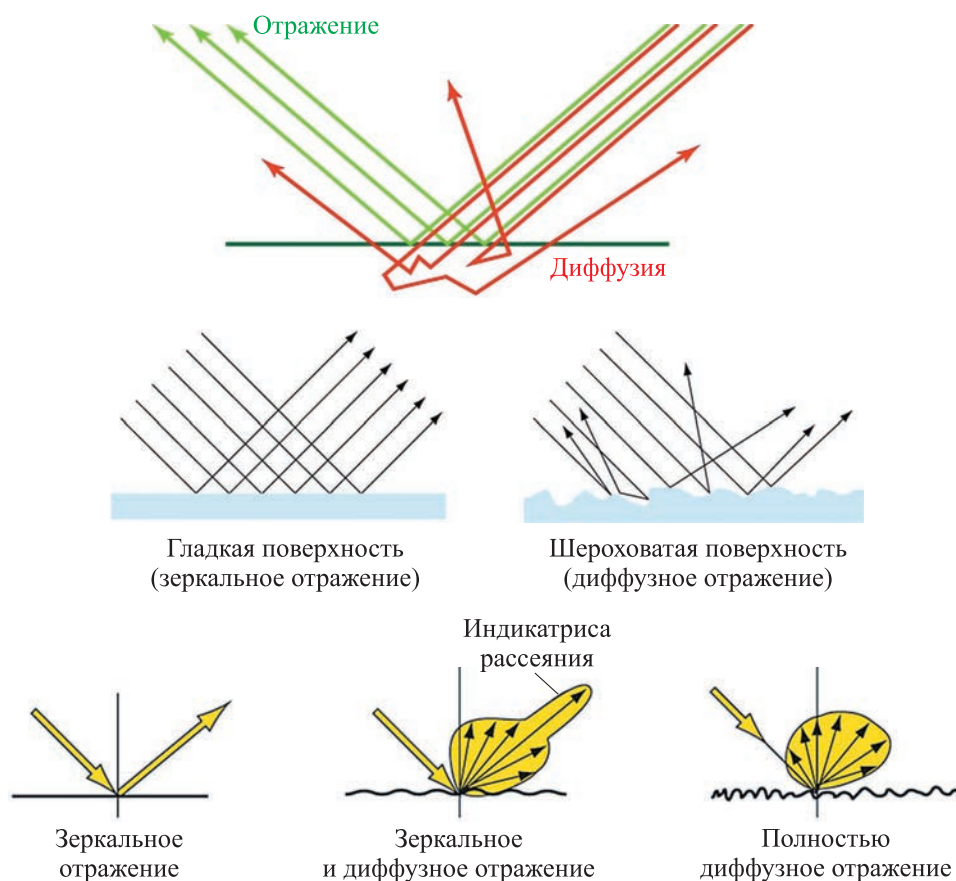


Рис. 4. Схемы диффузного отражения от различных поверхностей

Отношение количества диффузно рассеянных молекул к их общему числу определяет степень диффузности рассеяния, которая характеризуется числом f (при $f = 0$ происходит только зеркальное отражение, при $f = 1$ — только диффузное) [6–8].

Отражение характеризуется углом падения и углом отражения, которые отсчитываются от поверхности к вектору скорости молекулы (см. рис. 4).

Функция распределения частиц, набегающих на КА, имеет вид

$$f_{\infty} = \frac{n_{\infty}}{(2\pi kT/m)^{3/2}} \exp \left[-\frac{(\xi_x - \vec{U}_{\infty} \cos \psi_i)^2 + (\xi_y + \vec{U}_{\infty} \sin \varphi_i)^2 + \xi_z^2}{2kT_{\infty}/m} \right].$$

Число молекул, взаимодействующих с поверхностью КА, определяется по формуле

$$N_i = \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \xi_x f_\infty d\xi_x d\xi_y d\xi_z = n_\infty \sqrt{\frac{kT_\infty}{2\pi m}} \chi(S_n),$$

где $S_n = U_n / (2kT_\infty / m)^{1/2}$; $\xi_x, \xi_y, \xi_z, \chi(S_n)$ — компоненты отраженного вектора и функция распределения скорости.

Аэродинамические характеристики. Под влиянием сопротивления атмосферы при движении КА по эллиптической орбите происходят вековые возмущения фокального параметра p и эксцентриситета e . Изменение этих величин за один оборот КА определяется по следующим приближенным формулам:

1) для орбит с начальным эксцентриситетом в интервале $0 < e < (2H/a)$:

$$\Delta p = -4\pi C_p \rho_{cp} p^2 \left(1 + \frac{v^2}{4} + \frac{v^4}{64} + \frac{v^6}{2304} + \dots \right);$$

$$\Delta e = -2\pi C_p \rho_{cp} p \left[v \left(1 + \frac{v^2}{8} + \frac{v^4}{192} + \dots \right) + e \left(1 + \frac{3v^2}{8} + \frac{5v^4}{192} + \dots \right) \right],$$

где $v = ae/H$ (a — большая полуось орбиты); $\rho_{cp} = \rho_1 e^{-v}$;

2) для орбит с начальным эксцентриситетом в интервале $(1,5H/a) < e < 0,5$:

$$\Delta p = -\frac{2c_\tau \rho_\pi p^2}{1-e^2} \sqrt{\frac{2\pi}{v}} (f_0 - 0,5e^2 f_2 - 0,125e^4 f_4 - \dots);$$

$$\Delta e = -2c_\tau \rho_\pi p \sqrt{\frac{2\pi}{v}} (f_0 - 0,5e^2 f_2 - 0,125e^4 f_4 - \dots).$$

$$\left(f_0 = 1 + \frac{1}{8v} + \frac{9}{128v^2} + \frac{75}{1024v^3} + \dots; f_1 = 1 - \frac{3}{8v} - \frac{15}{128v^2} - \frac{105}{1024v^3} - \dots; \right.$$

$$f_2 = 1 - \frac{7}{8v} + \frac{57}{128v^2} + \frac{195}{1024v^3} + \dots; f_3 = 1 - \frac{11}{8v} + \frac{225}{128v^2} - \frac{945}{1024v^3} + \dots;$$

$$\left. f_4 = 1 - \frac{15}{8v} + \frac{489}{128v^2} - \frac{5445}{1024v^3} + \dots \right);$$

3) для орбит с начальным эксцентриситетом в интервале $0,5 < e < 1$:

$$\Delta p \approx 2 f_0 c_{\tau} \rho_{\text{п}} \sqrt{2 \pi r^3 H / e};$$

$$\Delta e \approx 2 f_1 c_{\tau} \rho_{\text{п}} (1 + e) \sqrt{2 \pi r H / e}.$$

Под влиянием сопротивления атмосферы (рис. 5) орбиты КА с течением времени все более приближаются к круговой. При этом период обращения монотонно убывает, а средняя скорость полета возрастает. Максимальная скорость понижения высоты орбиты приходится на район апогея, минимальная — на район перигея орбиты.

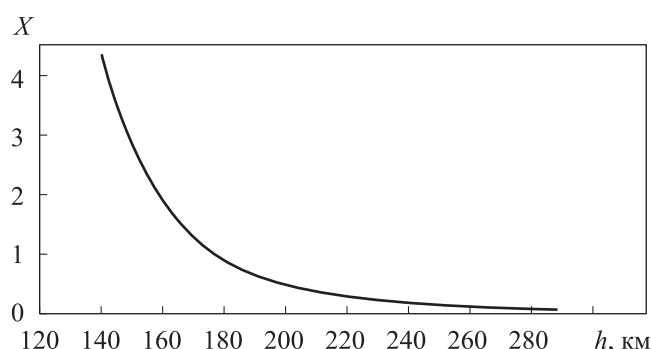


Рис. 5. Зависимость силы лобового сопротивления КА от его высоты над уровнем Земли

Моменты аэродинамических сил стабилизируют ось X геометрической симметрии спутника по направлению набегающего потока. На невысоких орбитах могут на один-два порядка превосходить значения моментов гравитационных сил, и в таких случаях целесообразно использовать моменты аэродинамических сил для пассивной стабилизации спутника. Наиболее естественным и целесообразным путем создания системы пассивной стабилизации представляется путь сочетания гравитационной и аэродинамической стабилизации, поскольку, как показывает проведенный анализ, можно создать такую конструкцию спутника, в которой эти два эффекта дополняют и усиливают друг друга. На круговых и слабо эллиптических орбитах в диапазоне высот от 250 до 350 км для ориентации оси симметрии спутника по набегающему потоку, направление которого мало отличается от направления касательной к орбите, можно использовать аэродинамические моменты. Если спутник аэродинамически устойчив, то при нарушении нормальной ориентации возникают восстанавливающие моменты по тангажу и рысканью, стремящиеся совместить продольную ось спутника с вектором скорости набегающего потока. Наиболее экономичным способом стабилизации углового положения КА является

стабилизация вращением в заданном, ориентируемом положении и управление скоростью вращения.

Определим аэродинамические характеристики спутников стандарта CubeSat [4]. Если считать, что набегающий на поверхность спутника поток газа свободномолекулярный, характер взаимодействия молекул с поверхностью зеркально-диффузный, молекулы газа испытывают однократные соударения с поверхностью спутника, то нормальное P_n и касательное P_τ напряжения, действующие на элементарную площадку поверхности dS , можно определить по следующим формулам:

$$P_{n_i} = q \left\{ (2 - a_n) 2 \cos^2 \psi_i + a_n \left[\frac{\pi(\chi - 1)}{\chi} \right]^{1/2} t_w^{1/2} \cos \psi_i \right\}, \quad (10)$$

$$P_{\tau_i} = q a_\tau 2 \sin \psi_i \cos \psi_i. \quad (11)$$

Здесь ψ_i — местный угол наклона i -го элемента поверхности к вектору скорости $\vec{V}_\infty$ набегающего потока в случае плоского движения зависит только от угла атаки α ; a_n , a_τ — коэффициенты аккомодации нормального и касательного импульсов соответственно; χ — отношение удельных теплоемкостей (показатель адиабаты); $t_w = T_w / T_0$ — температурный фактор; T_0 , T_w — температура торможения и температура поверхности спутника.

Значения коэффициентов a_n , a_τ в выражениях (10) и (11) зависят от физических свойств газа и поверхности спутника. Величину коэффициентов определяют экспериментально. Исследования, приведенные в [8], показывают, что значения коэффициентов аккомодации для воздуха, взаимодействующего с алюминием и сталью, составляют от 0,87 до 0,97. Значения температурного фактора t_w могут изменяться от 0,001 до 1,0 [9].

Аэродинамические характеристики (коэффициент нормальной c_n и тангенциальной c_τ аэродинамических сил) определяются интегрированием зависимостей (10)–(11) по обтекаемой потоком газа поверхности КА. Проанализируем влияние величин a_n , a_τ и t_w на аэродинамические характеристики КА (рис. 6).

При $a_n = 0,87$, $a_\tau = 0,97$, $t_w = 1$ зависимости коэффициентов c_n и c_τ от угла атаки принимают максимальные значения (штрихпунктирная линия на рис. 6, а и б), а при $a_n = 0,97$, $a_\tau = 0,87$, $t_w = 0,001$ — минимальные (пунктирная линия на рис. 6, а и б). Взаимодействие молекул с поверхностью спутника является не абсолютно неупругим.

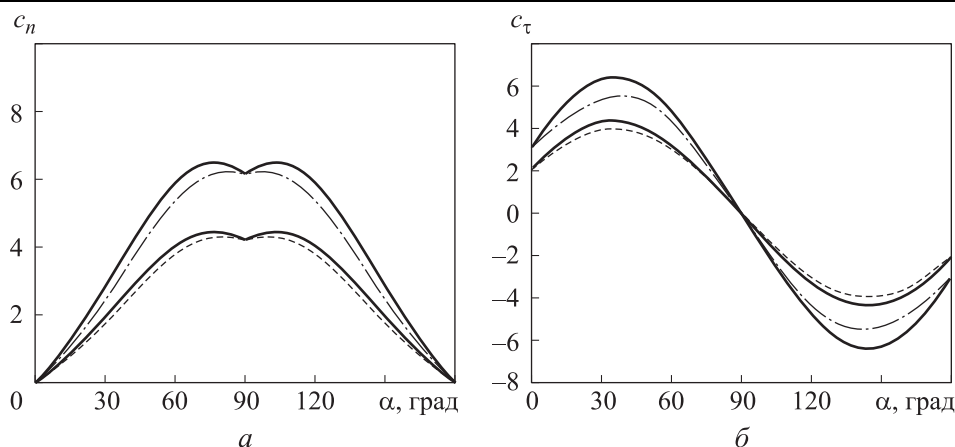


Рис. 6. Зависимость коэффициентов c_n и c_τ от угла атаки α для спутника CubeSat2U (а) и CubeSat3U (б) соответственно [4]

В случае, когда $a_n = 1$, $a_\tau = 1$, $t_w = 0$, взаимодействие молекул с поверхностью спутника является абсолютно неупругим (все молекулы полностью теряют свою энергию при столкновении со спутником и не отражаются). В этом случае аэродинамические характеристики определяются проекцией площади спутника на плоскость, перпендикулярную вектору скорости набегающего потока, и могут быть вычислены по формулам:

$$c_n = c_0 \tilde{S} \sin \alpha, \quad c_\tau = c_0 \tilde{S} \cos \alpha, \quad (12)$$

где c_0 — коэффициент, соответствующий значению c_τ , полученному при условии $\alpha = 0$, и в случае абсолютно неупругого удара равен 2; $\tilde{S}$ — проекция площади спутника на плоскость, перпендикулярную вектору скорости набегающего потока, отнесенная к характерной площади. Для спутника стандарта CubeSat2U $\tilde{S} = 2|\sin \alpha| + |\cos \alpha|$, для CubeSat3U $\tilde{S} = 3|\sin \alpha| + |\cos \alpha|$.

Значения коэффициентов c_n и c_τ в случае абсолютно неупругого удара, вычисленные путем интегрирования по поверхности зависимостей (10)–(11), совпадают со значениями коэффициентов c_n и c_τ вычисленными по формулам (12).

Формулы (12) могут использоваться для вычисления аэродинамических характеристик и в случае не абсолютно неупругого удара. В этом случае коэффициент c_0 рассчитывается по формуле

$$c_0 = \left(2(2 - a_n) + a_n \sqrt{\pi(\chi - 1)t_w/\chi} \right). \quad (13)$$

В случае не абсолютно неупругого удара значение коэффициента c_0 варьируется от 2 до 3.

Сплошными линиями на рис. 6 изображены зависимости коэффициентов $c_n(\alpha)$ и $c_\tau(\alpha)$, вычисленные по формулам (12), (13). Определяя аэродинамические характеристики в случае не абсолютно неупругого удара по формулам (12), (13), необходимо учитывать погрешность [11–14]. Максимальная относительная погрешность вычисления аэродинамических характеристик спутников CubeSat2U и CubeSat3U составляет 12 % и 16 % для $c_{n_{\max}}$ и $c_{\tau_{\max}}$, а для $c_{n_{\min}}$ и $c_{\tau_{\min}}$ — 8 % и 9 % соответственно.

Равнодействующая аэродинамических сил приложена в геометрическом центре спутников. В этом случае коэффициент восстанавливающего аэродинамического момента (см. рис. 7) определяется по формуле

$$m_\alpha = \bar{z}_T c_n, \quad (14)$$

где $\bar{z}_T = z_T / l$ (z_T — положение центра масс, отсчитываемое от геометрического центра спутника).

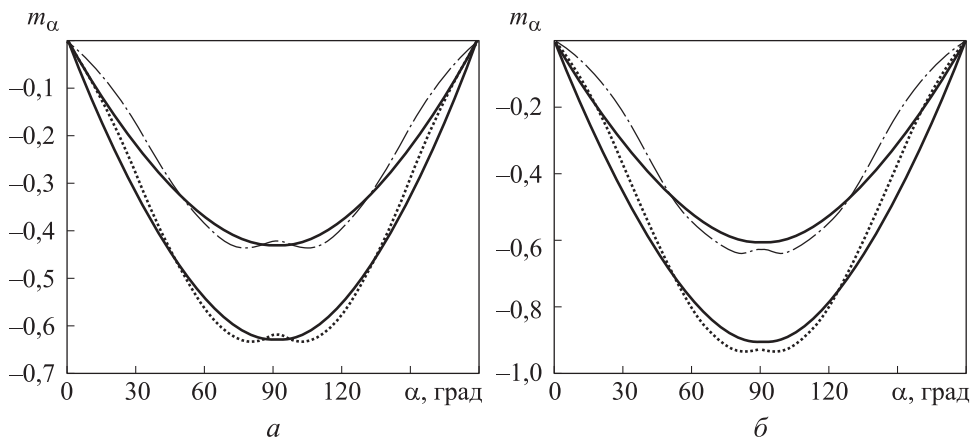


Рис. 7. Зависимость коэффициента m_α от угла атаки для спутника CubeSat2U (а) и CubeSat3U (б)

Зависимость коэффициента m_α от угла атаки при $\bar{z}_T = 0,1$ приведена на рис. 7 (пунктирная линия для $c_{n_{\max}}(\alpha)$, точечная — для $c_{n_{\min}}(\alpha)$). Зависимость коэффициента $m_\alpha(\alpha)$ можно аппроксимировать синусоидальной зависимостью $\alpha_0^\alpha \sin \alpha$ (сплошная линия на рис. 7). Значения коэффициента α_0^α , соответствующие $c_{n_{\min}}(\alpha)$ и $c_{n_{\max}}(\alpha)$, для спутника CubeSat2U равны $-0,43$ и $-0,62$, а для спутника CubeSat3U равны $-0,61$ и $-0,91$.

Выбор проектно-баллистических параметров, обеспечивающих заданное угловое движение. Для определения проектно-баллистических параметров, обеспечивающих заданное угловое движение динамически симметричным спутникам стандарта CubeSat, представлены номограммы в зависимости от начальных значений угла атаки α_0 , угловой скорости $\dot{\alpha}_0$ и высоты полета $H_0 = 320$ км. Кривые, определяющиеся уравнением (3), изображены на рис. 8. Они построены для относительных запасов статической устойчивости $z_T = 0,025; 0,05; 0,1$, коэффициентов α_0^a , соответствующих $c_{n_{\min}}(\alpha)$, для значений плотности ночной атмосферы при минимальном индексе солнечной активности [10] и разных отношений продольного и поперечного моментов инерции спутников C/B . Для спутника CubeSat2U, имеющего продольный момент инерции $C = 3,3 \cdot 10^{-3}$ кг·м², отношение $C/B = 0,2$ (рис. 8, а, сплошная линия) и $C/B = 0,3$ (см. рис. 8, а, линия с маркерами). Для спутника CubeSat3U, у которого продольный момент инерции равен $5,0 \cdot 10^{-3}$ кг·м², отношение $C/B = 0,1$ (рис. 8, б, сплошная линия) и $C/B = 0,2$ (см. рис. 8, б, линия с маркерами). При начальных значениях α_0 и $\dot{\alpha}_0$, соответствующих значениям из областей, расположенных над кривой, проходящей через точку $\alpha = 180^\circ$, спутник совершает вращательное движение, а под кривыми — колебательные движения относительно положения равновесия по углу атаки $\alpha = 0$. При начальных значениях, соответствующих значениям из областей, расположенных под кривыми, проходящими через точку $\alpha = 0$, спутник совершает колебания относительно положения равновесия по углу атаки $\alpha_* = \pm \arccos(-0,5a / (b + c))$.

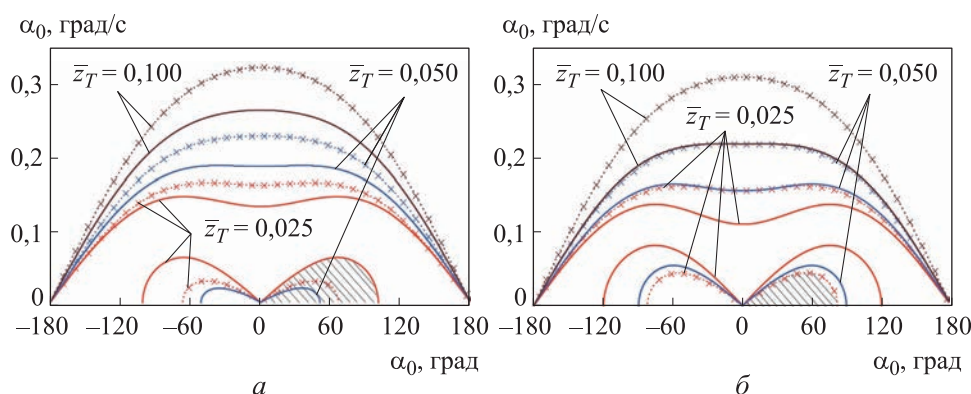


Рис. 8. Номограммы зависимости для выбора проектно-баллистических параметров спутника CubeSat2U (а) и CubeSat3U (б) на высоте $H_0 = 320$ км [5]

Как видно на рис. 8, если начальные значения α_0 и $\dot{\alpha}_0$ соответствуют значениям из внутренней колебательной области (см. рис. 8, заштрихованная область), то при движении с высоты $H_0 = 320$ км продольная ось спутника CubeSat2U с относительным запасом статической устойчивости $\bar{z}_T = 0,10$ и отношением моментов инерции $C/B = 0,2$ будет совершать колебательные движения относительно положения равновесия $\alpha_* = 66^\circ$, а продольная ось спутника CubeSat3U с тем же запасом и отношением моментов инерции — относительно $\alpha_* = 55^\circ$. По мере снижения спутников с увеличением плотности атмосферы аэродинамический момент растет, а внутренние колебательные области уменьшаются и исчезают. Продольная ось спутников может перейти в колебания относительно положения равновесия по углу атаки $\alpha = 0$. Высоты перехода из колебательного движения относительно положения равновесия α_* в колебательное движение относительно положения равновесия по углу атаки $\alpha = 0$ определяются из решения уравнения (5).

Если начальные значения α_0 и $\dot{\alpha}_0$ соответствуют вращательному движению, то в процессе снижения спутники могут перейти в колебательное движение относительно положения равновесия по углу атаки $\alpha = 0$. В этом случае высота перехода определяется из решения уравнения (4).

График на рис. 6 соответствует случаю, когда аэродинамический момент является преобладающим для динамически симметричных спутников CubeSat. В этом случае в процессе снижения возможен только один переход — переход вращения в колебание относительно устойчивого положения равновесия по углу атаки $\alpha = 0$. Таким образом, построенные в данной работе зависимости позволяют определить проектно-баллистические параметры спутников стандарта CubeSat, обеспечивающие заданное угловое движение под действием гравитационного и восстанавливающего аэродинамического моментов при снижении с низких круговых орбит.

В работе [5] предложен полуэмпирический приближенный метод, основанный на численных и экспериментальных данных для расчетов аэродинамических характеристик сложных тел. Коэффициенты давления C_p и трения C_f для поверхности элемента с локальным углом падения α вычисляются по соответствующим формулам:

$$C_p = P_0 + P_1 \sin \alpha + P_2 \sin^2 \alpha; \quad C_f = \tau_0 \cos \alpha + \tau_1 \cos \alpha \sin \alpha.$$

Здесь коэффициенты режима течения P_0 , P_1 , P_2 , τ_0 и τ_1 зависят от параметров подобия, например, от числа Рейнольдса ($Re_0 = \rho_\infty V_\infty L / \mu_0$,

где μ_0 — вязкость в точке торможения T_0), числа Маха (M_∞), отношения теплоемкостей ($\gamma = c_p/c_v$), температурного фактора ($t_w = T_w/T_0$, где T_w и T_0 — температуры стенки и температура торможения соответственно). Уравнения коэффициентов режима течения можно записать следующим образом:

$$P_0 = P_0^{id} + (P_0^{fm} - P_0^{id})F_{P_0}, \quad P_1 = P_1^{fm}F_{P_1};$$

$$P_2 = P_2^{id} + (P_2^{fm} - P_2^{id})F_{P_2}, \quad \tau_0 = \tau_0^{fm}F_{\tau_0}, \quad \tau_1 = \tau_1^{fm}F_{\tau_1},$$

где fm и id — свободномолекулярного и континуального режима соответственно. Более конкретно, свободномолекулярное условие зависит от нормальных и тангенциальных компонент импульса, обмениваемых между газом и поверхностью. Континуальное условие зависит от коэффициента давления в точке торможения. В частности, от видов функций F_{τ_0} , F_{τ_1} , F_{P_0} , F_{P_1} и F_{P_2} , получаемых с помощью полуэмпирической процедуры [12–16]. Это зависит от результатов, проведенных численных расчетов и экспериментальных данных, полученных для разных тел и при разных условиях испытаний.

В работе [9] приведены значения коэффициентов трения C_f и давления C_p , основанные на корреляции для сферы методом прямого статистического моделирования Монте-Карло в переходном режиме. Также показано, что соотношение между коэффициентом трения в переходном (C_f) и в свободномолекулярном режиме (C_{ffm}) может быть соотнесено с помощью параметра Z :

$$Z = f(\theta) \frac{\left[M_\infty / \sqrt{\text{Re}_\infty} \right] (T_\infty / T_w)^{(1-\omega)/2} (80H_w / H_0)^y}{\sin \theta},$$

где $f(\theta)$ — функция корреляции для сферы, $f(\theta) = 1 + \sin \theta$ (θ — угол между местной нормалью к поверхности и скоростью свободного потока); $y = V^{2,7} (V^{3,1} + 180)$, $V = M_\infty / \sqrt{\text{Re}_\infty}$.

Вычислялись C_f и C_{ffm} уравнения Максвелла [1, 4] с использованием двух корреляционных уравнений для $\theta \leq 75^\circ$:

$$C_f / C_{ffm} = \left[0,24 / (0,24 + Z^{1,3}) \right]^{1,25}, \quad \text{если } Z > 1;$$

$$C_f / C_{ffm} = 0,1284Z, \quad \text{если } Z \leq 1.$$

Отношение коэффициентов C_f / C_{ffm} в интервале $75^\circ < \theta \leq 90^\circ$ вычисляется путем линейной интерполяции между значением

C_f/C_{ffm} на $\theta = 75^\circ$ по указанным уравнениям и значением $\theta = 90^\circ$ путем умножения правой части первого из предыдущих двух уравнений на коэффициент $1+887,5/(7,46+Z^{1.14})^2$, если $Z \geq 1$ или умножения правой части второго уравнения на коэффициент $1+12Z^2$, если $Z < 1$.

Для оценки значения p/p_∞ , авторы работы [9] коррелируют это соотношение в зависимости от M_∞/Re_∞ , причем точнее:

$$p_i/p_{fm} = 1 - (1 - p_i/p_{fm}) / \left[1 + (0,6 + \theta)^4 (M_\infty/Re_\infty)^{1/2} \right], \quad \text{если } p_i \leq p_{fm};$$

$$p/p_{fm} = 1 + (p_i/p_{fm} - 1) / \left[1 + 0,6 (M_\infty/Re_\infty)^{1/2} \right], \quad \text{если } p_i > p_{fm},$$

где p_i и p_{fm} — давления, соответствующие невязкому потоку и свободномолекулярному, которые вычисляются по известному уравнению Максвелла [4, 5]. Давление p_i определяется из отношения p_i/p_∞ , которое аппроксимируется кривой, полученной методом характеристик для случая гиперзвукового обтекания шара:

$$p_i/p_\infty = 1 + 1,895 S_\infty^2 (1 + 0,191\theta - 2,143\theta^2 + 1,564\theta^3 - 0,334\theta^4).$$

В работе [6] предложена глобальная мостовая функция для вычисления коэффициентов аэродинамических сил:

$$C = P_b C_{fm} + (1 - P_b) C_{cont},$$

где C — глобальные давления и трения; C_{fm} и C_{cont} — значения коэффициентов в свободномолекулярном и континуальном режиме соответственно.

Мостовая функция P_b определяется в соответствии с вариацией между режимами свободномолекулярного и континуального с помощью чисел Кнудсена, Маха, Рейнольдса и т. д. Мостовая функция имеет вид

$$P_b = \sin^2 \phi, \quad \phi = \pi (a_1 + a_2 \log_{10} Kn_\infty), \quad 0 \leq \phi \leq \frac{\pi}{2},$$

где a_1 и a_2 — постоянные, зависящие от числа Кнудсена; Kn_{fm} и Kn_{cont} — числа Кнудсена в свободномолекулярном и континуальном режиме.

Здесь

$$P_b = \frac{1}{2} \left(1 + \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{\pi}}{\Delta Kn} \left(\frac{Kn_\infty}{Kn_m} \right) \right) \right),$$

где Kn_m — определено в переходном режиме, что $P_b = 0,5$, а ΔKn — логарифмическая ширина при переходном режиме. При $\text{Kn}_{cont} = 10^{-3}$ и $\text{Kn}_{fm} = 10$ получим $a_1 = 0,375$ и $a_2 = 0,175$ в качестве регулируемых параметров, которые были использованы в работах [3, 10] для определения коэффициентов аэротермодинамических характеристик высокоскоростных летательных аппаратов.

В работах [1–3] используются выражения для элементарных сил давления и трения $p = p_0 \sin^2 \theta + p_1 \sin \theta$, $\tau = \tau_0 \sin \theta \cos \theta$. Здесь коэффициенты p_0 , p_1 , τ_0 (коэффициенты режима течения) зависят от числа Рейнольдса Re_0 [5–7].

Границы рассматриваемых областей течения весьма условны. Для различных тел появление признаков, характеризующих ту или иную область, может наступить при разных значениях параметра разреженности l/d . В связи со сложностью теоретических расчетов и необходимостью определения ряда эмпирических констант, входящих в практические методы расчета тепловых и аэродинамических характеристик, особое значение в аэродинамике разреженных газов приобретает эксперимент [7]. Результаты полученного анализа представлены на рис. 9. Необходимо отметить, что до высот над поверхностью Земли 200...300 км преобладают аэродинамические моменты, на высотах больше 500 км — гравитационные моменты. Магнитные моменты везде сравнимы с гравитационными.

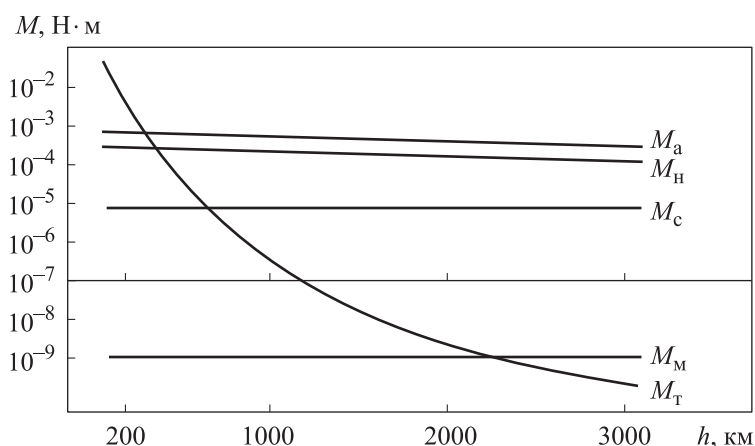


Рис. 9. Моменты сил, действующих на спутник Земли, в зависимости от высоты h орбиты:

M_a — аэродинамический момент; M_H — момент магнитных сил; M_c — момент сил светового давления; M_M — момент от воздействия микрометеоритов; M_T — гравитационный момент

Величина магнитного момента может быть гораздо больше (на два-три порядка) при наличии на спутнике сильных постоянных магнитов, сильных токовых систем [9] и т. п. Моменты сил светового давления на один-два порядка меньше гравитационных на рассмотренном диапазоне высот (до 3000 км), однако уже при $h > 700$ км эти моменты сравнимы с аэродинамическими или превосходят их. Магнитный момент земного диполя $\mu_E = 8 \cdot 10^{25} \text{ Г}^{1/2} \cdot \text{см}^{5/2}/\text{с}$, давление солнечного излучения на орбите Земли $p_{c.o} = 4,64 \cdot 10^{-5} \text{ дн/см}^2$. Можно оценить момент M_M от ударов микрометеоритов, приняв плотность метеоритного вещества в окрестности Земли $\rho_M = 1,5 \cdot 10^{-20} \text{ г/см}^3$, а скорость спутника относительно метеоритного вещества 7–8 км/с.

На высотах менее 600 км от Земли плотность атмосферы относительно велика, поэтому аэродинамические силы, действующие на КА, не являются пренебрежимо малыми, и их можно использовать для создания управляющих моментов [12]. Если центр давления аэродинамических сил не совпадает с центром масс спутника, то возникает аэродинамический момент, который может быть использован для ориентации и стабилизации спутников.

Закключение. Проанализирован подход к определению аэродинамических характеристик КА на низкой околоземной орбите. Предложена простая модель определения аэродинамических сил, позволяющая рассчитать угловое положение спутника относительно набегающего разряженного потока для создания требуемой аэродинамической силы для обеспечения необходимого коридора безопасного входа КА в плотные слои атмосферы. При заданных параметрах модели найдена область допустимого управления КА в условиях разряженной среды. Рассмотрен алгоритм определения аэродинамических характеристик, основанный на методе Монте-Карло. Предложен метод исследования области параметров алгоритма, при которых на заданных отклонениях аэродинамических характеристик расчетное управление будет находиться в области допустимых значений. Проведено численное исследование аэродинамики при действующих возмущениях гравитационного потенциала Земли и неточности знания плотности атмосферы.

Для спускаемых космических аппаратов вопросы минимизации лобового сопротивления и обеспечения высокой маневренности отходят на второй план. Однако остро встает вопрос минимизации массы тепловой защиты без потери ее надежности. Чрезмерно большая масса конструкции спускаемого аппарата по сравнению с полезной нагрузкой может отразиться на экономической целесообразности проекта, в то время как потеря надежности тепловой защиты приведет к катастрофе. Особенно важно обеспечить надежность тепловой защиты на системах многоразового использования. Очевидно, что для решения перечисленных задач необходимо достоверно знать все

особенности процессов термогазодинамики и тепломассообмена на поверхности аппарата еще на этапе его проектирования. Решение данной задачи является достаточно сложным, потому что в разреженных средах около КА в полной мере проявляются атомно-молекулярные высокотемпературные физико-химические процессы.

Предложенная методика исследования позволяет найти такие параметры баллистических алгоритмов с заданными аэродинамическими характеристиками, которые обеспечат управления при заданных предельных отклонениях траектории от требуемой. Для конкретного примера использования низких чисел Кнудсена было показано, что плотность атмосферы, принятая в алгоритме, должна быть больше реальной плотности для обеспечения управления баллистическим полетом.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Суржиков С.Т. Пространственная задача аэрофизики сверхорбитального космического аппарата на больших высотах. *Доклады Академии наук*, 2018, т. 482, № 3, с. 270–274.
- [2] Белоконов И.В., Тимбай И.А., Оразбаева У.М. Особенности движения низковысотного аэродинамически стабилизированного наноспутника. *Известия вузов. Приборостроение*, 2016, т. 59, № 6, с. 507–512.
DOI: 10.17586/0021-3454-2016-59-6-507-512
- [3] Koon W.S., Lo M.W., Marsden J.E., Ross S.D. Dynamical systems, the three-body problem and space mission design. *Control and Dynamical Systems, Caltech and JPL*. Pasadena, California, USA, 2000, pp.1167–1181.
- [4] Белоконов И.В., Тимбай И.А., Николаев П.Н. Анализ и синтез движения аэродинамически стабилизированных космических аппаратов нанокласса формата Cubesat. *Гироскопия и навигация*, 2018, т. 26, № 3 (102), с. 69–91.
DOI: 10.17285/0869-7035.2018.26.3.069-091
- [5] Глухова Л.В., Тимбай И.А. Исследование плоского движения относительно центра масс космического аппарата под действием гравитационного и аэродинамического моментов при снижении с круговых орбит. *Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета*, 2010, № 4 (24), с. 30–37.
- [6] Сидняев Н.И., Складчинский Л.С. Аэротермохимическое взаимодействие между гиперзвуковым потоком и поверхностями различных геометрических форм. *Теплофизика и аэромеханика*, 2026, т. 33, № 1, с. 181–198.
DOI: 10.63430/TIA202601021
- [7] Сидняев Н.И., Складчинский Л.С. Сублимирующие и разлагающиеся теплозащитные материалы в авиационно-космической технологии. *Инженерно-физический журнал*, 2025, т. 98, № 4, с. 1029–1040.
- [8] Сидняев Н.И. Математические модели газофазных реагирующих химических потоков в условиях превращения продуктов разложения. *Сибирские электронные математические известия*, 2025, т. 22, № 2, с. А146–А174.
<https://doi.org/10.33048/semi.2025.22.A10>
- [9] Макриденко Л.А., Геча В.Я., Сидняев Н.И., Онуфриев В.В. Аэромеханика низкоорбитальных космических аппаратов. *Тезисы докладов Четвертой международной научно-технической конференции «Актуальные проблемы создания космических систем дистанционного зондирования Земли»*. Москва, АО «Корпорация «ВНИИЭМ», 2016, с. 62–65.

- [10] Суржиков С.Т. Радиационная газовая динамика сверхорбитального космического аппарата Fire-II. *ЖТФ*, 2016, т. 86, вып. 3, с. 31–40.
- [11] Сидняев Н.И. Методики расчета влияния электродинамического поля в ионосфере на космический аппарат. *Космические исследования*, 2022, т. 60, № 3, с. 196–205. DOI: 10.31857/S0023420622020066
- [12] Зея Мьо Мьинт, Хлопков А.Ю. Аэродинамические характеристики летательного аппарата сложной формы с учетом потенциала взаимодействия молекулярного потока с поверхностью. *Ученые записки ЦАГИ*, 2010, т. XLI, № 5, с. 33–45.
- [13] Сидняев Н.И. Аккомодационные факторы и механизмы разрушения композиционного материала на основе углерода и керамики. *Теоретическая и математическая физика*, 2022, т. 213, № 3, с. 555–578.
<https://doi.org/10.4213/tmf10322>
- [14] Khlopkov Yu.I., Zay Yar Myo Myint, Khlopkov A.Yu. Aerodynamic Investigation for Prospective Aerospace Vehicle in the Transitional Regime. *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, 2013, vol. 14, no. 3, pp. 215–221.
- [15] Morsa L., Zuppardi G., Schettino A., Votta R. Analysis of Bridging Formulae in Transitional Regime. In: *Proceeding of 27th international symposium on rarefied gas dynamics. AIP Conference Proceedings*, 2011, vol. 1333, pp. 1319–1324.

Статья поступила в редакцию 30.04.2026

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Сидняев Н.И., Скляринский Л.С. Определения аэродинамических характеристик космических аппаратов при обтекании разреженным газом. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2026, вып. 9. EDN AYZFNL

Сидняев Николай Иванович — д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой «Высшая математика», МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: sidnyaev@yandex.ru
SPIN-код: 6588, Scopus Author ID: 8336164900,
Web of Science Researcher ID: K-3449-2017.

Скляринский Леонид Сергеевич — аспирант кафедры «Высшая математика», МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: sklyarinskij@mail.ru

Determination of the Aerodynamic Characteristics of Spacecraft in Rarefied Gas Flow

© N.I. Sidnyaev, L.S. Sklyarinskij

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russian Federation

The article uses a model for calculating aerodynamic forces, taking into account both drag and lift, which makes it possible to obtain controlled motion of the satellite in a discharged environment. An algorithm for determining aerodynamic characteristics based on Monte Carlo theory is presented. A numerical study of aerodynamics at the current perturbations of the Earth's gravitational potential and inaccuracy of knowledge of the density of the atmosphere was carried out. It is postulated that at moderate Mach numbers, the current can be characterized by the travel length of molecules at infinity. It is assumed that in a discharged flow, molecules pass between collisions along the flow a path greater than in the transverse direction. Due to this anisotropy, the presence of relatively small longitudinal gradients makes the equations of a continuous medium unfair, while the latter remain valid in the presence of large transverse gradients. The reflection of the molecules is assumed to be diffuse with a Maxwell distribution. The average velocity of reflected molecules is determined by the wall temperature and accommodation coefficient, which makes it possible to consider the incident and reflected flows of molecules independently, which greatly facilitates the description of their movement. It has been shown that under the influence of atmospheric drag during the movement of the spacecraft in an elliptical orbit, secular perturbations of the focal parameter and eccentricity occur, the orbit of the spacecraft over time is increasingly approaching circular. At the same time, the period of revolution decreases monotonously, and the average flight speed increases. The maximum rate of lowering the altitude of the orbit falls on the apogee region, the minimum — on the perigee region of the orbit. As satellites decrease with increasing atmospheric density, the aerodynamic moment increases, the internal vibrational regions decrease and disappear. The longitudinal axis of the satellites can oscillate relative to the equilibrium position. The relationships built in this work make it possible to determine the design and ballistic parameters of CubeSat satellites, which provide a given angular motion under the influence of gravitational and restoring aerodynamic moments when descending from low circular orbits.

Keywords: satellite, flow, center of mass, discharged current, collision, aerodynamic moment, aerodynamic characteristics, Knudsen number

REFERENCES

- [1] Surzhikov S.T. Prostranstvennaya zadacha aerofiziki sverborbitalnogo kosmicheskogo apparata na bolshikh vysotakh [Spatial Problem of the Aerophysics of a Superorbital Space Vehicle at High Altitudes]. *Doklady Akademii nauk — Doklady Physics*, 2018, vol. 482, no. 3, pp. 270–274.
- [2] Belokonov I.V., Timbai I.A., Orazbaeva U.M. Osobennosti dvizheniya nizkovysotnogo aerodinamicheski stabilizirovannogo nanosputnika [Special features of low-altitude aerodynamically stabilized nanosatellite movement]. *Izvestiya vuzov. Priborostroenie — Journal of Instrument Engineering*, 2016, vol. 59, no. 6, pp. 507–512. DOI: 10.17586/0021-3454-2016-59-6-507-512
- [3] Koon W.S., Lo M.W., Marsden J.E., Ross S.D. Dynamical systems, the three-body problem and space mission design. In: *International Conference on Differential Equations (Equadiff '99)*. Berlin, August 1–7, 1999. Singapore, World Scientific, 2000, vol. 2, pp. 1167–1181.

- [4] Belokonov I.V., Timbay I.A., Nikolaev P.N. Analiz i sintez dvizheniya aerodinamicheskii stabilizirovannykh kosmicheskikh apparatov nanoklassa formata CubeSat [Analysis and Synthesis of Motion of Aerodynamically Stabilized Nanosatellites of the CubeSat Design]. *Giroskopiya i navigatsiya — Gyroscopy and Navigation*, 2018, vol. 26, no. 3 (102), pp. 69–91. DOI: 10.17285/0869-7035.2018.26.3.69-91
- [5] Glukhova L.V., Timbay I.A. Issledovanie ploskogo dvizheniya otositel'no tsentra mass kosmicheskogo apparata pod deystviem gravitatsionnogo i aerodinamicheskogo momentov pri snizhenii s krugovykh orbit [Research of planar motion of spacecraft around its center of mass under the influence of the gravitational and the aerodynamic moments during its descent from circular orbits]. *Vestnik Samarskogo universiteta. Aerokosmicheskaya tekhnika, tekhnologii i mashinostroenie — VESTNIK of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*, 2010, no. 4 (24), pp. 30–37.
- [6] Sidnyaev N.I., Sklyarinsky L.S. Aerotermokhimicheskoe vzaimodeystvie mezhdru giperzvukovym potokom i poverkhnostyami razlichnykh geometricheskikh form [Aerothermochemical interaction between hypersonic flows and surfaces of various geometric shapes]. *Teplofizika i aeromekhanika — Thermophysics and Aeromechanics*, 2026, vol. 33, no. 1, pp. 181–198. DOI: 10.63430/TIA202601021
- [7] Sidnyaev N.I., Sklyarinskii L.S. Sublimiruyushchie i razlagayushiesya teplozaschitnye materialy v aviatsionno-kosmicheskoy tekhnologii [Sublimable and Degradable Thermal Protection Materials in Aerospace Technology]. *Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal — Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2025, vol. 98, no. 4, pp. 1042–1053. <https://doi.org/10.1007/s10891-025-03182-3>
- [8] Sidnyaev N.I. Matematicheskie modeli gazofaznykh reagiruyushchikh khimicheskikh potokov v usloviyakh prevrascheniya produktov razlozheniya [Mathematical models of gas-phase reacting chemical flows under conditions of transformation of decomposition products]. *Sibirskie elektronnye matematicheskie izvestiya — Siberian Electronic Mathematical Reports*, 2025, vol. 22, no. 2, pp. A146–A174. DOI: 10.33048/semi.2025.22.A10
- [9] Makridenko L.A., Gecha V.Ya., Sidnyaev N.I., Onufriev V.V. Aeromekhanika nizkoorbital'nykh kosmicheskikh apparatov [Aeromechanics of low-orbit spacecraft]. In: *Tezisy dokladov Chetvertoy mezhdunarodnoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii «Aktualnye problemy sozdaniya kosmicheskikh sistem dstantsionnogo zondirovaniya Zemli»* [Abstracts of the Fourth International Scientific and Technical Conference “Actual Problems of Creating Space Systems for Remote Sensing of the Earth”]. Moscow, VNIIE Corporation JSC, 2016, pp. 62–65.
- [10] Surzhikov S.T. Radiatsionnaya gazovaya dinamika sverkhorbital'nogo kosmicheskogo apparata Fire-II [Radiation gas dynamics of the Fire-II superorbital space vehicle]. *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki — Technical Physics*, 2016, vol. 86, iss. 3, pp. 31–40.
- [11] Sidnyaev N.I. Metodiki rascheta vliyaniya elektrodinamicheskogo polya v ionosfere na kosmicheskii apparat [Methods for Calculating the Influence of the Electrodynamical Field in the Ionosphere on a Spacecraft]. *Kosmicheskie issledovaniya — Cosmic Research*, 2022, vol. 60, no. 3, pp. 196–205. DOI: 10.31857/S0023420622020066
- [12] Zeya Myo Myint, Khlopkov A.Yu. Aerodinamicheskie kharakteristiki letatel'nogo apparata slozhnoy formy s uchetom potentsiala vzaimodeystviya molekulyarnogo potoka s poverkhnostyu [Aerodynamic Characteristics of a Complex-Shaped Aircraft Taking into Account the Potential of Interaction of Molecular Flow with the Surface]. *Uchenye zapiski TsAGI — TsAGI Science Journal*, 2010, vol. XLI, no. 5, pp. 33–45.

- [13] Sidnyaev N.I. Akkomodatsionnye faktory i mekhanizmy razrusheniya kompozitsionnogo materiala na osnove uglya i keramiki [Accommodation factors and mechanisms for the destruction of carbon- and ceramics-based composite materials]. *Teoreticheskaya i matematicheskaya fizika — Theoretical and Mathematical Physics*, 2022, vol. 213, no. 3, pp. 555–578.
DOI: 10.4213/tmf10322
- [14] Khlopkov Yu.I., Zay Yar Myo Myint, Khlopkov A.Yu. Aerodynamic Investigation for Prospective Aerospace Vehicle in the Transitional Regime. *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, 2013, vol. 14, no. 3, pp. 215–221.
- [15] Morsa L., Zuppardi G., Schettino A., Votta R. Analysis of Bridging Formulae in Transitional Regime. In: *Proceedings of the 27th International Symposium on Rarefied Gas Dynamics. AIP Conference Proceedings*, 2011, vol. 1333, pp. 1319–1324.

Sidnyaev N.I., Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of the Department of Higher Mathematics, Bauman Moscow State Technical University (National Research University).
e-mail: sidnyaev@yandex.ru. SPIN-code: 6588, Scopus Author ID: 8336164900, Web of Science ResearcherID: K-3449-2017

Sklyarinskij L.S., Postgraduate Student, Department of Higher Mathematics, Bauman Moscow State Technical University (National Research University).
e-mail: sklyarinskij@mail.ru