

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени Н.Э. БАУМАНА

ПРОЧНОСТЬ, УСТОЙЧИВОСТЬ И КОЛЕБАНИЯ ФЕРМЕННЫХ И РАМНЫХ КОНСТРУКЦИЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

*Рекомендовано редсоветом МГТУ им. Н.Э. Баумана
в качестве учебного пособия по курсам
«Прочность конструкций аэрокосмических систем»,
«Строительная механика конструкций аэрокосмических
систем»*

Москва
Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана
2006

УДК 629.7.02:531.21+531.3(075.8)

ББК 39.62+22.251

П84

Рецензенты: *М.А. Кузьмин, А.Н. Сдобников*

П84 Прочность, устойчивость и колебания ферменных и рамных конструкций аэрокосмических систем: Учеб. пособие по курсам «Прочность конструкций аэрокосмических систем», «Строительная механика конструкций аэрокосмических систем» / А.В. Беляев, Д.М. Биденко, Ю.И. Клюев, Б.Г. Попов. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. – 80 с.: ил.

Представлен алгоритм решения задач прочности, устойчивости и колебаний упругих конструкций, состоящих из балок, колец и твердых тел. Изложен способ преобразования матриц жесткостей, масс, начальных напряжений и вектора узловых сил, полученных в локальной системе координат при переходе к глобальной системе координат. Приведен алгоритм решения динамических задач, позволяющий получить решения в аналитической форме в виде сходящихся матричных рядов.

Для студентов старших курсов машиностроительных специальностей, аспирантов, научных работников и преподавателей.

Ил. 16. Табл. 8. Библиогр. 8 наим.

УДК 629.7.02:531.21+531.3(075.8)

ББК 39.62+22.251

ВВЕДЕНИЕ

Ферменные и рамные конструкции, широко применяемые при строительстве мостов, зданий, опор линий электропередачи (и т. д.), успешно используются и в ракетно-космической технике. Они служат для передачи нагрузки от ракетных двигателей на корпус летательного аппарата, являются межблочными отсеками при «горячем» разделении ступеней, обеспечивают расположение полезной нагрузки под головным обтекателем ракеты. Данные конструкции состоят из двух силовых колец, соединенных между собой прямыми стержнями постоянного поперечного сечения и одинаковой длины. Материалом служит свариваемый сплав, например, АМгб. Методика проектировочного расчета конического переходного отсека, удовлетворяющего условиям симметрии конструкции и нагружения, приведена в [1]. Основой расчета является анализ устойчивости стержней фермы, работающих только на растяжение или сжатие. Более подробные математические модели используются на этапе поверочного анализа разработанной конструкции с целью уточнения ее запасов по прочности, жесткости, устойчивости и определения динамических характеристик.

В учебном пособии рассмотрена методика и предложен алгоритм поверочного анализа стержневых систем. Считается, что стержни трубчатого сечения работают на изгиб в двух плоскостях: на растяжение или сжатие и кручение. На краях они попарно жестко связаны между собой и упругими силовыми кольцами, как в рамных конструкциях. Допускается, что на верхнем кольце закреплено твердое тело с известными геометрическими и массовыми характеристиками.

В пособии матрицы жесткости, масс и векторы узловых сил получены, в отличие от традиционного метода конечных элементов,

на основе строгого решения системы дифференциальных уравнений, описывающих пространственное движение стержня или кольца с учетом поперечного сдвига. Разрешающие уравнения записаны в глобальной системе координат, что упрощает последующий анализ результатов.

Предлагаемая методика анализа стержневых конструкций аэрокосмических систем позволяет существенно снизить трудоемкость решения типовых задач статики и динамики: 1) расчет напряженно-деформированного состояния; 2) определение собственных частот и форм колебаний; 3) определение критической нагрузки и формы потери устойчивости. Пользователь программы, имеющий базовые знания по курсам «Сопротивление материалов», «Строительная механика летательных аппаратов», в течение 20 — 30 мин (время на формирование файла исходных данных) получит первые результаты поверочного расчета. Дальнейшее исследование стержневой системы рекомендуется совместить с изучением методики, подробно рассмотренной в пособии.

1. НЕЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ БАЛКИ С УЧЕТОМ ПОПЕРЕЧНОГО СДВИГА

1.1. Нелинейные геометрические соотношения при пространственной деформации балки

В соответствии с гипотезой Тимошенко кинематические соотношения для участка балки (рис. 1) примем в виде

$$\begin{aligned}u_{z,y}(x, y, z) &= u(x) + \theta_y(x)z + \theta_z(x)y; \\v_y(x, y) &= v(x); \\w_z(x, z) &= w(x),\end{aligned}\tag{1.1}$$

где $u_{z,y}, v_y, w_z$ — проекции полного перемещения произвольной точки поперечного сечения балки на оси координат x, y, z соответственно; θ_y, θ_z — углы поворота сечения относительно осей y и z ; $\theta_x(x)$ — угол кручения (для цилиндрических стержней обычно обозначается буквой φ).

Нелинейные соотношения для деформаций, согласно [2], получают на основании зависимостей для упругого тела в прямоугольной системе координат:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u_{z,y}}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u_{z,y}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_z}{\partial x} \right)^2 \right]; \\ \varepsilon_{zx} &= \frac{\partial u_{z,y}}{\partial z} + \frac{\partial w_z}{\partial x}; \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{\partial u_{z,y}}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x}.\end{aligned}\tag{1.2}$$

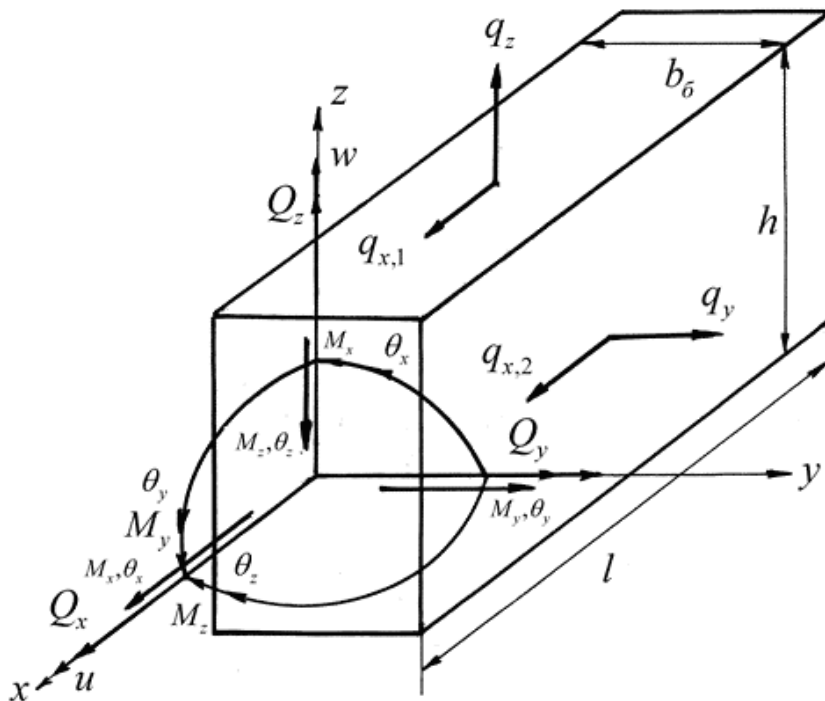


Рис. 1

Деформация сдвига в плоскости поперечного сечения, связанная с кручением, для цилиндрических стержней имеет вид

$$\gamma_x = \rho_\kappa \frac{\partial \theta_x}{\partial x},$$

где ρ_κ — текущий радиус.

Для стержней произвольного поперечного сечения

$$\gamma_x = b(z, y) \frac{\partial \theta_x}{\partial x},$$

где $b(z, y)$ — функция кручения, определяющая закон распределения сдвиговых деформаций и зависящая от формы поперечного сечения балки [3].

В первой формуле (1.2) можно пренебречь членом $\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_{z,y}}{\partial x} \right)^2$ как величиной второго порядка малости по сравнению с $\frac{\partial u_{z,y}}{\partial x}$. Кроме того, в выражениях для ε_{zx} и ε_{xy} удерживают только линейные члены.

Будем считать, что температура t участка балки постоянна по площади поперечного сечения, а по длине балки изменяется по линейному закону

$$t(x) = t_0 + xt_1, \quad t_1 = \frac{t_l - t_0}{l}.$$

Из обобщенного закона Гука с учетом нагрева следуют соотношения:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= E(\varepsilon_{xx} - \alpha t); \quad \sigma_{zx} = G_{zx}\varepsilon_{zx}; \\ \sigma_{xy} &= G_{xy}\varepsilon_{xy}; \quad \tau = G_k\gamma, \end{aligned}$$

где α — коэффициент линейного расширения.

1.2. Использование принципа возможных перемещений для получения уравнений движения

Для вывода уравнений движения воспользуемся принципом возможных перемещений

$$\delta\Pi = \delta W - \delta A, \quad (1.3)$$

где Π — полная потенциальная энергия; W — потенциальная энергия деформации; A — работа внешних сил;

$$\delta W = \int_0^l \iint_F (\delta\varepsilon_{xx}\sigma_{xx} + \delta\varepsilon_{zx}\sigma_{zx} + \delta\varepsilon_{xy}\sigma_{xy} + \delta\gamma_x\tau) dF dx; \quad (1.4)$$

$$\begin{aligned} \delta\varepsilon_{xx} &= \delta \frac{\partial u_{zy}}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \delta \frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial w_z}{\partial x} \delta \frac{\partial w_z}{\partial x} = \\ &= \delta \frac{\partial u}{\partial x} + z \delta \frac{\partial \theta_y}{\partial x} + y \delta \frac{\partial \theta_z}{\partial x} + \delta \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + \delta \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x}; \end{aligned} \quad (1.5)$$

$$\delta\varepsilon_{zx} = \delta\theta_y + \delta \frac{\partial w}{\partial x}; \quad (1.6)$$

$$\delta\varepsilon_{xy} = \delta\theta_z + \delta \frac{\partial v}{\partial x}.$$