

Московский государственный технический университет
им. Н.Э. Баумана

А.М. Рыбачук, Г.Г. Чернышов

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ДУГЕ
И СВАРОЧНОЙ ВАННЕ

*Утверждено редсоветом МГТУ им. Н.Э. Баумана
в качестве учебного пособия*

М о с к в а
Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана
2 0 0 7

УДК 621.791(075.8)
ББК 34.641
Р93

Рецензенты: Э.А. Гладков, Б.В. Конаев

Рыбачук А.М., Чернышов Г.Г.

Р93 Математическое моделирование физических процессов
в дуге и сварочной ванне: Учеб. пособие. – М.: Изд-во МГТУ
им. Н.Э. Баумана, 2007. – 74 с.: ил.

ISBN 978-5-7038-2941-7

В учебном пособии дано математическое описание некоторых процессов, протекающих в дуге и сварочной ванне. Показано влияние параметров режима сварки на тепловые и силовые характеристики дуги и на электрическое поле в изделии и сварочной ванне.

Для студентов старших курсов, обучающихся по специальности «Технология и оборудование сварочного производства».

Ил. 23. Табл. 2. Библиогр. 36 назв.

УДК 621.791(075.8)
ББК 34.641

*Учебное пособие подготовлено
в рамках приоритетного национального проекта
«Образование»*

Введение

Для конкретных технологических сварочных процессов, а также при разработке современного сварочного оборудования, автоматизации сварочных процессов, исследовании формирования сварного соединения, при расчетной оценке напряженно-деформированного состояния сварных соединений, оценке свариваемости при использовании новых материалов и определении норм допустимости дефектов в различных сварных конструкциях при разных условиях нагружения требуется обоснованно находить оптимальные решения.

Эти решения можно получить как экспериментальным, так и расчетным методами.

Использование расчетных методов дает возможность сократить сроки проектирования, сэкономить свариваемые и вспомогательные материалы. Расчетные методы базируются на математическом моделировании сварочных процессов на ЭВМ. Разработка математических моделей, адекватно описывающих процессы при сварке, является одной из основных задач математического моделирования.

Дуговые способы сварки характеризуются одновременным протеканием электрических, тепловых, диффузионных, газодинамических, магнитогидродинамических и деформационных взаимосвязанных процессов. Процессы при сварке протекают в неоднородной среде, характеризуются нелинейностью явлений и часто нестационарны. Поэтому математическое описание явлений при сварке получается достаточно сложным для решения.

Бурный рост достижений в компьютерной технике и микроэлектронике позволяет быстро решать сложные задачи моделирования процессов при сварке и использовать результаты решения в сварочных технологиях для получения нужных качественных показателей сварного соединения.

Дуговая сварка наиболее широко применяется в производстве. Данное пособие, содержащее математическое описание некоторых процессов, протекающих в дуге и сварочной ванне, поможет использовать имеющиеся и разрабатывать новые математические модели.

1. МОДЕЛИРОВАНИЕ. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Моделирование означает осуществление каким-либо способом отображения или воспроизведения действительности для изучения имеющихся в ней объективных закономерностей.

Моделирование выполняют на различных моделях.

Под моделью некоторого объекта понимают другой объект (реальный, знаковый или воображаемый), отличный от исходного, который обладает существенными для целей моделирования свойствами и в рамках этих целей полностью заменяет исходный объект. Модель способна в том или ином отношении замещать оригинал при исследовании процессов, обучении или для получения нужных практических результатов. В связи с этим можно отметить следующие виды моделирования: наглядное; символическое (знаковое); физическое; математическое.

К наглядному моделированию можно отнести создание моделей атомов или молекул в виде объемных конструкций, макетов зданий и объектов, являющихся геометрическими копиями изучаемых или проектируемых объектов.

Символическое (знаковое) моделирование – это упорядоченная запись хода химических реакций условными знаками в виде формул, разнообразные знаковые построения и записи различного рода состояния систем и происходящих в них процессов, основанные на топологии и теории графов.

При физическом моделировании исследования проводят на установках, сохраняющих полностью или в основном природу явлений. По параметрам модели получают параметры оригинала путем пересчета через масштабные коэффициенты.

Математическое моделирование представляет собой метод исследования объектов, явлений и процессов реального мира с помощью их приближенных описаний на языке математики, т. е. математических моделей. Под математическим моделированием в технике понимают адекватную замену исследуемого технического устройства или процесса соответствующей математической моделью и последующее изучение модели методами вычислительной математики с привлечением средств современной вычислительной техники [1, 2].

Математическое моделирование осуществляют следующим образом. Накапливают информацию о сути физических процессов и явлений, устанавливают внутренние связи и законы, которые присущи данным физическим процессам и явлениям, изучаемым объектам. Затем составляют феноменологическую модель, которая представляет собой логическую цепь фундаментальных закономерностей, качественно объясняющих преобразование причин в следствие в данном объекте. Феноменологическую модель изображают в виде графов или кибернетической схемы, которые отображают характер преобразования одного параметра объекта в другой [3]. После этого составляют математическую модель в виде записи на языке математики законов природы, управляющих протеканием исследуемого процесса или описывающих функционирование изучаемого объекта. Математическая модель – существенная и очень важная часть естественных и технических наук. Созданные математические модели закрепляют уровень знаний исследуемого процесса или явления.

Математическая модель включает основные уравнения, описывающие процессы в исследуемом явлении, а также уравнения состояния, граничные и начальные условия.

2. ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ СВАРОЧНАЯ ДУГА. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Электрическая дуга – это физическое явление прохождения электрического тока в газе. Сварочная дуга позволяет ввести в подлежащий обработке материал удельную мощность до 10^5 Вт/см². Такая концентрация энергии обеспечивает нагрев и расплавление металла, сварку, резку и другие виды локальной тепловой обработки изделий.

Явление – это совокупность процессов, т. е. изменений, происходящих в системе (среде). В электрической дуге, разогретой до температуры в десятки тысяч градусов, движется плазма со скоростью сотни метров в секунду в магнитном поле, созданном сварочным током, протекающим в дуге. Электрическая дуга – это совокупность электрических, тепловых, электрогазодинамических, магнитогидродинамических и других процессов.

Изменения данного состояния процесса во времени и пространстве характеризуются некоторыми показателями, которые в литературе называют по-разному: текущими переменными, пере-

менными параметрами, обобщенными координатами, параметрами процесса, параметрами режима.

К параметрам процесса (режима) относят значения мощностей, токов, напряжений, частоты, сил, ускорений, давлений, скорости сварки, скорости движения жидкого металла в ванне и потоков плазмы в дуге и др.

Процессы происходят в системе (среде), состоящей из элементов, которые характеризуются своими параметрами, называемыми параметрами системы. Это коэффициенты электропроводности, теплопроводности, трения и вязкости, значения плотности и т. д.

Системы, в которых параметры среды неизменны в течение всего изучаемого процесса или изменяются независимо от его протекания, называются линейными системами, или системами с переменными параметрами. Системы, у которых хотя бы один параметр изменяется в функции одного или нескольких параметров процесса, называются нелинейными.

При математическом описании процессов выбирают систему координат для системы уравнений, связывающих между собой параметры процесса и системы. Форма уравнений различна в зависимости от поставленной задачи и выбранной системы координат.

Таким образом, явление рассматривается как комплекс процессов, которые могут быть описаны уравнениями, связывающими параметры процессов и системы и записанными в выбранной системе координат.

Процессы, происходящие в дуге, описываются системой дифференциальных уравнений: уравнениями энергии, движения, неразрывности (сплошности) и электродинамики. Для анализа изменений, происходящих в системе, и расчета параметров процесса уравнения решают совместно.

2.1. Уравнение энергии

В основе этого уравнения лежит закон сохранения энергии. Уравнение представляет баланс энергии в неподвижном элементе объема, через который течет плазма, в единицу времени:

$$\sigma E^2 - W(T) - \rho c_p \bar{V} \text{grad} T + \text{div} \lambda q \text{grad} T = 0, \quad (2.1)$$

где σ – удельная электропроводность; E – напряженность электрического поля; T – температура; ρ – плотность плазмы; c_p –

изобарная теплоемкость; V – скорость движения плазмы; λ – удельная теплоемкость.

В формуле (2.1) E, V, T – параметры процесса, а $\sigma, \rho, c_p, \lambda$ – параметры среды (системы).

Энергия σE^2 выделяется в единице объема плазмы в единицу времени при прохождении сварочного тока.

Плазма дуги обладает высоким электрическим сопротивлением. Удельное электрическое сопротивление плазмы приблизительно на два порядка превышает удельное электрическое сопротивление металла. По закону Джоуля – Ленца энергия, выделяемая в единице объема, равна $\rho_3 j^2$, где ρ_3, j – удельное электрическое сопротивление и плотность тока соответственно. Учитывая, что $\vec{j} = -\sigma \text{grad} U$ и $\vec{E} = -\text{grad} U$, где U – потенциал электрического поля, получаем

$$\rho_3 j^2 = \sigma E^2.$$

Ввиду равнозначности записи в уравнение энергии (2.1) можно вписать первый член в любом виде.

Теплота, выделяемая в элементарном объеме, распространяется излучением, конвекцией и теплопроводностью.

Энергия $W(T)$ теряется элементом объема излучением.

В зависимости от способа сварки энергия излучения дуги может теряться в окружающем пространстве бесполезно либо расплавлять сварочный флюс, нагревать расплавленный металл при сварке заглубленной дугой или использоваться непосредственно для расплавления металла и сварки при сварке световой дугой. Доля энергии, передаваемой излучением от дуги, зависит от способа сварки и режима и достигает 20 % от общей мощности дуги.

Энергия излучения дуги часто определяется следующим образом:

$$W(T) = \begin{cases} 0 & \text{при } 0 \leq S < S_1; \\ A(S - S_1) & \text{при } S_1 \leq S \leq S_0. \end{cases}$$

Здесь A – коэффициент, отражающий зависимость энергии излучения от температуры [5]; S – вспомогательная тепловая функция:

Оглавление

Введение	3
1. Моделирование. Основные понятия	4
2. Электрическая сварочная дуга. Математическая модель	5
2.1. Уравнение энергии	6
2.2. Уравнение движения	9
2.3. Уравнение неразрывности	12
2.4. Уравнения электродинамики	15
2.5. Уравнения состояния	18
2.6. Граничные условия	19
3. Силовое воздействие дуги	20
3.1. Собственное магнитное поле дуги	21
3.2. Радиальные электромагнитные силы в дуге	23
3.3. Осевые электромагнитные силы в дуге	26
3.4. Расход газа, захваченного в дугу	29
3.5. Статическая и динамическая составляющие полного давления дуги	31
3.6. Влияние параметров режима сварки на давление дуги	33
3.7. Распределение давления дуги	35
3.8. Параметры дуги при нормальном распределении давления	36
3.9. Влияние коэффициента сосредоточенности дуги на процесс сварки и качество шва	38
4. Распределение температуры в дуге	39
5. Расчет параметров электрической дуги с неплавящимся электро- дом	41
6. Распределение сварочного тока в изделии и в ванне	49
6.1. Деформация электрического поля при дуговой сварке	51
6.2. Моделирование распределения тока по пластине при дуговой сварке	53
6.3. Подобие электрического и температурного полей при дуговой сварке	58
6.4. Связь между температурным и электрическим полями при дуговой сварке	59
6.5. Электрическое поле в изделии при дуговой сварке	65
Список литературы	71