

Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана

В.И. Вербицкий, А.Ю. Коротченко

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССОВ С ПОМОЩЬЮ ЭКСПЕРИМЕНТА

*Методические указания
к выполнению лабораторной работы
по курсу «Основы научных исследований
и техника эксперимента»*

Москва

Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана

2010

УДК 621.74.041+519.24

ББК 34.61.в6

В31

Рецензент *В.А. Рыбкин*

Вербицкий В.И.

В31 Оптимизация процессов с помощью эксперимента : метод. указания к выполнению лабораторной работы по курсу «Основы научных исследований и техника эксперимента» / В.И. Вербицкий, А.Ю. Коротченко. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. — 18, [2] с. : ил.

Методические указания содержат описание лабораторной работы № 3 лабораторного практикума «Основы научных исследований». Дано описание двух методов оптимизации процессов — симплекс-метода и метода крутого восхождения и показано их применение на примере выбора химического состава высокопрочного серого чугуна.

Для студентов 5-го курса, обучающихся по специальности «Машины и технологии литейного производства».

УДК 621.74.041+519.24

ББК 34.61.в6

Лабораторный практикум по курсу «Основы научных исследований» включает три лабораторные работы. Работы № 1 и 2 посвящены формализованной процедуре выбора формы зависимости и методике построения регрессионной зависимости по экспериментальным данным с использованием метода наименьших квадратов. В работе № 3, описание которой приведено ниже, используются два метода оптимизации — симплекс-метод и метод крутого восхождения. Студенты осваивают оба указанных метода при выборе химического состава высокопрочного серого чугуна. Каждый студент получает индивидуальное задание — координаты начальной точки, двигаясь из которой, нужно найти координаты в заданной области, где прочность чугуна больше или равна 245 МПа.

Цель работы — овладение методами оптимизации процессов с помощью эксперимента.

ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Постановка задачи

В экспериментальной и производственной практике часто требуется определить условия, при которых исследуемый процесс протекает в оптимальных условиях. В области литейного производства могут быть поставлены, например, такие задачи:

1) найти состав многокомпонентного литейного сплава, при котором литейные или служебные свойства отливки являются наилучшими;

2) определить режим уплотнения формовочной смеси (число ударов встряхивания, давление прессования и др.), при котором качество изготавливаемых полуформ будет наилучшим;

3) выбрать параметры литья под давлением (давление прессования, скорость прессования, температуру заливки, температуру нагрева пресс-формы и т. п.), при которых качество отливок наилучшее; и т. д.

Особенностью такой постановки задачи является наличие параметра (критерия) оптимизации (свойство сплава — в первом случае; качество полуформы — во втором; качество отливки — в третьем случае) и нескольких входных переменных (химический состав сплава или технологические режимы), при определенном значении которых параметр оптимизации принимает наилучшее значение. С математической точки зрения такие задачи состоят в отыскании значений независимых переменных x_i , при которых функция отклика принимает минимальное или максимальное значение. При известной функциональной зависимости $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ задача сводилась бы к определению экстремума функции нескольких переменных методами математического анализа. Когда эта зависимость неизвестна, оптимум находят с помощью некоторой последовательности планируемых экспериментов. Процесс оптимизации в трех измерениях напоминает подъем на холм: из некоторой точки (набора значений независимых переменных) на холме необходимо подняться на его вершину наиболее эффективным способом (путем). В теории эксперимента разработаны эффективные методы оптимизации процессов, из которых наиболее часто применяют симплекс-метод и метод крутого восхождения.

Симплексный метод оптимизации

Симплексный метод оптимизации характеризуется простотой и эффективностью и находит широкое применение при поиске экстремума функции многих переменных при решении инженерных задач.

Симплексом называется простейшая выпуклая геометрическая фигура, образованная множеством $(n + 1)$ точек в n -мерном пространстве независимых переменных x_i ($i = \overline{1, n}$) и обладающая минимальным числом вершин. *Вершинами* называются точки, образующие симплекс. В пространстве размерности 1, представляющем собой прямую, симплексом является отрезок, в двумерном

пространстве треугольник, в трехмерном — треугольная пирамида, в пространстве размерности 4 и выше симплекс представляет собой гиперпирамиду. Симплекс называется *регулярным*, если расстояния между его вершинами равны.

Экспериментальная оптимизация осуществляется следующим образом: в каждой из $(n + 1)$ -й вершин симплекса проводят эксперимент и определяют значение функции отклика y_i ($i = \overline{1, n+1}$); далее находят вершину, соответствующую самому плохому отклику; на грани, противоположной этой вершине, с помощью зеркального отображения строят новый симплекс. Новая точка, добавляемая к симплексу, определяет условия проведения нового эксперимента; таким образом, при каждом продвижении план эксперимента включает n старых экспериментов и один новый. После выполнения эксперимента в новой вершине процедуру повторяют. Схема построения нового симплекса и движение в область оптимума для правильных симплексов при двух и трех независимых переменных показаны на рис. 1. Вершина 1 соответствует наихудшему отклику. Стрелка указывает направление улучшения (a — симплекс для двух переменных; b — для трех переменных).

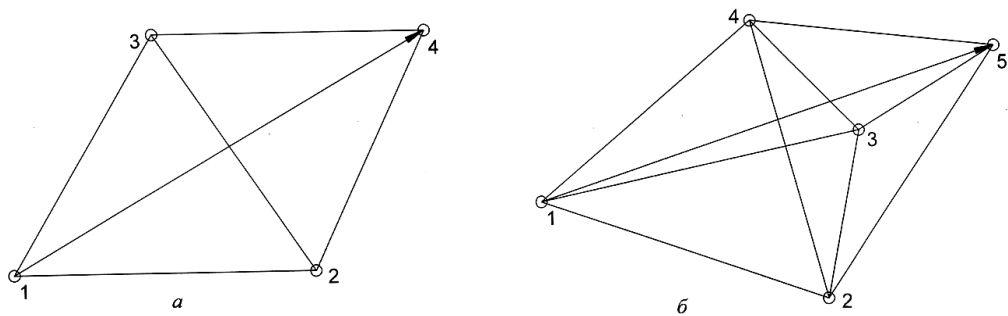


Рис. 1

Схема последовательного движения симплексов к оптимуму для целевой функции двух независимых переменных x_1 и x_2 представлена на рис. 2. Контурами показаны значения независимых переменных, при которых функции имеют одинаковое значение (линии равного уровня). Стрелками отмечено направление отображения симплекса, цифрой — порядковый номер отображения. Отображение 6 выполнено с расширением на шаге 7.

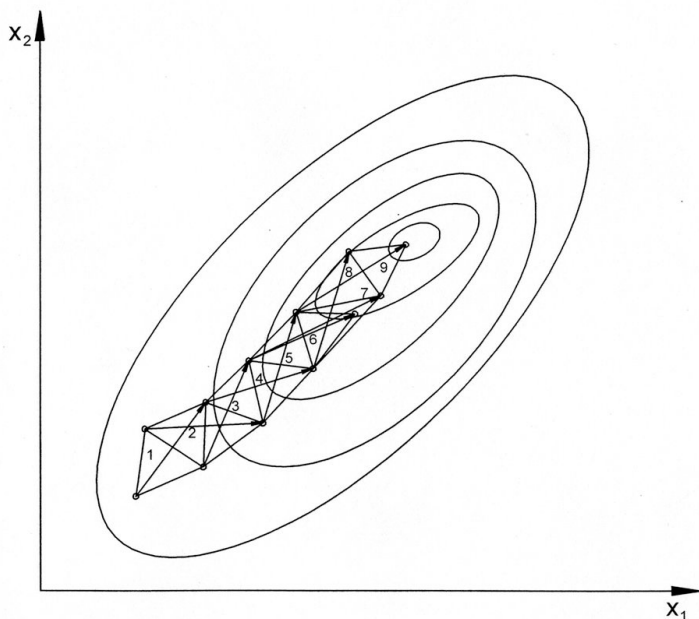


Рис. 2

Порядок оптимизации с помощью симплекс-метода в случае, когда необходимо найти значения переменных $x_1, x_2, \dots, x_n$, при которых функция отклика y имеет максимум, осуществляется в такой последовательности.

1. Выбирают исходную точку в пространстве заданных переменных, которая принимается за центр симплекса. Выбор исходной точки сводится к определению значений переменных $x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0$; эта точка и представляет собой центр симплекса в n -мерном пространстве.

2. Выбирают величину интервала варьирования по каждому фактору $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$. При выборе интервалов варьирования желательно придерживаться правила, чтобы при изменении каждой из переменных x_i на значение интервала варьирования Δx_i функция отклика y изменялась приблизительно на одно и то же значение.

3. Выполняют преобразование переменных x_i в кодированные переменные X_i по формуле

$$X_i = \frac{x_i - x_i^0}{\Delta x_i}; \quad i = \overline{1, n}. \quad (1)$$

В кодированных переменных X_i центр симплекса имеет координаты $X_i = 0$ ($i = \overline{1, n}$), т. е. центр симплекса помещен в начало координат.

4. По табл. 1 координат вершин симплекса определяют план эксперимента в кодированных переменных X_i (координаты вершин регулярного симплекса приведены при расстоянии между вершинами, равном единице, они получены аналитически). На основании данных табл. 1 составляют план эксперимента для переменных в натуральном масштабе, для этого переход к натуральным переменным осуществляется по формуле

$$x_i^k = x_i^0 + X_i^k \Delta x_i, \quad (2)$$

где $i = \overline{1, n}$ — номер (координата) переменной; $k = \overline{1, n+1}$ — номер вершин симплекса (порядковый номер эксперимента).

Величины R_0, R_1, R_2 в табл. 1 представляют собой радиусы вписанных в симплекс и описанных вокруг него гиперсфер:

$$R_0 = \frac{1}{\sqrt{2(n+1)}}; \quad R_1 = \frac{(n-1)\sqrt{n+1}+1}{n\sqrt{2(n+1)}}; \quad R_2 = \frac{\sqrt{n+1}-1}{n\sqrt{2(n+1)}}.$$

Таблица 1

Координаты вершин регулярного симплекса

Вершина k	Координаты				
	X_1^k	X_2^k	...	X_{n-1}^k	X_n^k
1	$-R_0$	$-R_0$	...	$-R_0$	$-R_0$
2	R_1	$-R_2$	...	$-R_2$	$-R_2$
3	$-R_2$	R_1	...	$-R_2$	$-R_2$
...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...
n	$-R_2$	$-R_2$	...	R_1	$-R_2$
$n+1$	$-R_2$	$-R_2$	...	$-R_2$	R_1

5. После расчета значений переменных в вершинах симплекса, т. е. после составления плана эксперимента, определяют значение функции отклика в каждой вершине ($k = \overline{1, n+1}$). Условия прове-

ОГЛАВЛЕНИЕ

Основные теоретические сведения	3
Постановка задачи.....	3
Симплексный метод оптимизации.....	4
Содержание работы	15
Организация работы	17
Требования к отчету.....	17
Приложение	18