

**Применение функций чувствительности
в задачах математического моделирования
систем с распределенными параметрами**

*Методические указания
к курсовому и дипломному проектированию*

В двух частях

Часть 2



Москва

ИЗДАТЕЛЬСТВО
МГТУ им. Н. Э. Баумана

2 0 1 4

УДК 51(075.8)

ББК 22.1

П76

Издание доступно в электронном виде на портале *ebooks.bmstu.ru*
по адресу: <http://ebooks.bmstu.ru/catalog/96/book725.html>

Факультет «Фундаментальные науки»
Кафедра «Вычислительная математика
и математическая физика»

*Рекомендовано Редакционно-издательским советом
МГТУ им. Н. Э. Баумана в качестве методических указаний*

Рецензент

д-р техн. наук, профессор С. В. Аринчев

П76 Применение функций чувствительности в задачах математического моделирования систем с распределенными параметрами : методические указания : в 2 ч. — Ч. 2 / А. Ю. Бушуев, В. А. Кутыркин, В. Н. Тимофеев, Д. О. Яковлев. — Москва : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2014. — 44, [4] с. : ил.

ISBN 978-5-7038-4065-8

В соответствии с требованиями к квалификационной работе по специальности «Прикладная математика» и направлению подготовки «Математика и компьютерные науки» приведен пример реализации основных этапов дипломной работы, в которой предложен современный подход к оптимизации конструкций на базе применения метода линеаризации и функций чувствительности.

Для студентов старших курсов, обучающихся по указанной специальности, выполняющих курсовые и дипломные проекты.

УДК 51(075.8)

ББК 22.1

© МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2014

© Оформление. Издательство

МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2014

ISBN 978-5-7038-4065-8

ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Прикладная математика — область математики, предоставляющая научный инструмент для создания математических моделей объектов, систем, процессов и технологий, предназначенных для проведения расчетов, анализа, подготовки решений и разработки наукоемкого программного обеспечения во всех сферах производственной, хозяйственной, экономической, социальной, управленческой деятельности, в науке, технике, медицине и образовании.

Объект профессиональной деятельности специалиста в области прикладной математики — математические модели, численные методы и программное обеспечение.

В качестве тем дипломных работ могут быть выбраны математические проблемы исследования операций, принятия решений и распознавания образов, а также разработка численных методов в механике сплошных сред.

Дипломная работа по специальности «Прикладная математика» и направлению подготовки «Математика и компьютерные науки» должна состоять из следующих разделов.

1. Концептуальная постановка задачи (физическая модель исследуемого явления, описание технического объекта).
2. Критический обзор научной литературы по исследуемой теме.
3. Построение общей математической модели исследуемого объекта.

Под математической моделью понимают систему положений, допущений, приводящую к некоторой математической системе соотношений, представляющих интерес с точки зрения их численного решения.

4. Анализ общей математической модели и разработка предложений по уточнению существующей модели или построению новой модели либо по разработке методов решения конкретной задачи.

5. Разработка новой уточненной модели и/или метода численного решения задачи.

6. Математическое исследование задачи и/или численного метода (вопросы существования решения, аппроксимации и устойчивости).

7. Разработка программного продукта, реализация разработанного численного метода.

8. Отладка программного продукта.

9. Проведение тестовых расчетов и сравнение результатов численных и имеющихся аналогичных решений.

10. Проведение основных численных расчетов.

11. Параметрический анализ результатов и разработка рекомендаций по применению полученных результатов.

12. Выводы.

13. Список литературы.

В качестве примера далее рассмотрены некоторые важные разделы дипломной работы, которая выполнена под руководством канд. техн. наук, доцента А.Ю. Бушуева студентом Аэрокосмического факультета МГТУ им. Н.Э. Баумана Д.О. Яковлевым. Сокращены разделы обзора литературы и разработки программного обеспечения и его тестирования (не приводится код программного комплекса), анализ вопросов аппроксимации ограничен рассмотрением только собственных частот.

Консультации по некоторым вопросам вычислительной математики и математического моделирования выполнены доцентами В.А. Кутыркиным и В.Н. Тимофеевым.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время стендовые испытания космических аппаратов (КА) и их составляющих, как правило, сопровождаются компьютерным моделированием. При этом для анализа и оптимизации конструкций используют конечно-элементное моделирование. Зачастую конечно-элементная модель конструкции является лишь приближением к реальной конструкции, вследствие чего наблюдается расхождение между динамическими характеристиками модели и конструкции. В связи с этим целесообразной представляется задача идентификации математической модели упругой конструкции по результатам стендовых испытаний с целью обеспечить наименьшее расхождение между динамическими характеристиками модели и конструкции при одинаковых входных воздействиях.

Об актуальности этой проблемы для систем с распределенными параметрами, а также возникающих при этом трудностях неоднократно говорилось в научных работах [1, 2].

Задача идентификации систем с распределенными параметрами распадается на ряд самостоятельных подзадач:

- а) выбор метода решения;
- б) планирование и проведение эксперимента;
- в) выбор критерия качества;
- д) выбор метода оптимизации;
- е) анализ чувствительности модели;
- ж) анализ погрешности решения.

Методы параметрической идентификации, имеющие отношение к колебаниям распределенных систем, могут быть разбиты на три группы.

Методы первой группы позволяют рассматривать дискретизированные или дискретные модели и идентифицировать параметры,

содержащиеся в дискретной модели, или собственные решения, связанные с ними [3].

Методы второй группы относятся к фактически распределенным системам и позволяют идентифицировать параметры, содержащиеся в уравнениях движения, непосредственно по реакции системы [4].

Методы третьей группы — инструмент для идентификации собственных решений, связанных с распределенной системой, и параметров, содержащихся в уравнениях движения, на основе идентифицируемых собственных решений [5].

В дипломной работе рассмотрены методы первой группы как наиболее разработанные в связи с эффективным использованием метода конечных элементов (МКЭ) для решения широкого круга задач анализа и синтеза сложных механических систем. Кроме того, для решения задачи идентификации параметров конечно-элементной модели упругих конструкций использован современный аппарат функций чувствительности [6–8]. Это дает преимущество по сравнению с традиционным подходом, так как не увеличивает размеров итоговых матриц. Такой подход эффективен, поскольку использование МКЭ приводит к большому порядку матриц, входящих в разрешающие уравнения, и соответствующим вычислительным трудностям.

Таким образом, представляет интерес построение методики идентификации математической модели упругой конструкции с использованием функций параметрической чувствительности, что и является целью дипломной работы.

1. КОНЦЕПТУАЛЬНАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Объектом рассмотрения является балочная модель КА (рис. 1.1).

Необходимо разработать методику идентификации математической модели упругой конструкции с использованием функций параметрической чувствительности первого порядка динамических характеристик конструкции к вариациям параметров стандартных конечных элементов (КЭ) модели конструкции.

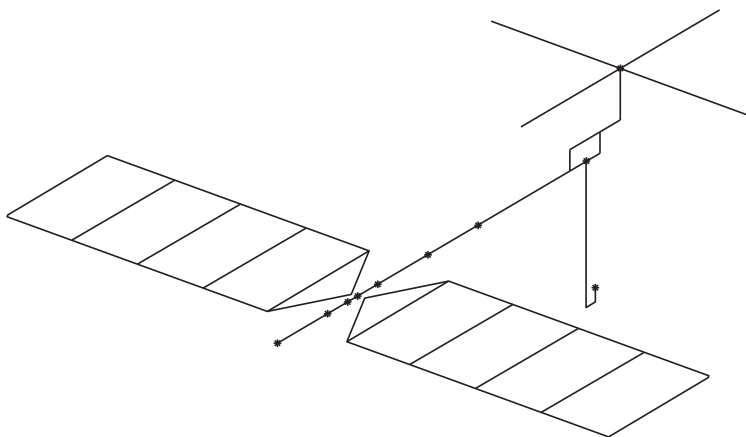


Рис. 1.1. Балочная модель КА (точками обозначены точечные массы)

Исходными данными являются набор параметров КЭ модели и набор собственных частот колебаний конструкции.

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

2.1. Вариационное уравнение состояния системы

Для нахождения частот и форм собственных колебаний конечно-элементной модели предложим вариационную формулировку задачи динамики упругой системы.

Основной идеей МКЭ является замена исходной непрерывной системы (деформируемого тела) множеством связанных материальных точек.

Будем считать, что выбрана неподвижная система координат (глобальные координаты), по отношению к которой определяется движение материальных точек. В дальнейшем *узлами* будем называть принадлежащие деформируемому твердому телу материальные точки, для которых указаны начальные координаты и нумерация, причем каждая точка имеет уникальный номер. Число точек будем считать конечным.

Некоторое множество таких точек принимают за вершины многогранника, причем множество всех возможных многогранни-

ОГЛАВЛЕНИЕ

Общие положения	3
Введение	5
1. Концептуальная постановка задачи	6
2. Математическая постановка задачи	7
2.1. Вариационное уравнение состояния системы	7
2.2. Математическая постановка задачи идентификации.....	9
3. Разработка метода решения задачи.....	10
3.1. Методика решения задачи.....	10
3.2. Метод вычисления функций чувствительности.....	12
3.3. Решение обобщенной проблемы собственных значений	18
3.4. Вычисление матриц жесткости и масс для балочного конечного элемента.....	21
3.5. Численный метод поиска оптимального решения	28
4. Разработка программного комплекса.....	30
5. Результаты вычислительного эксперимента	32
5.1. Модельная задача.....	32
5.2. Анализ решения задачи	35
5.3. Инженерная задача.....	36
Заключение	43
Литература.....	44