

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»

З.Н. Русакова

Моделирование задач принятия решений в системе МАТПРОГ

Учебное пособие

Под редакцией И.В. Рудакова



Москва

ИЗДАТЕЛЬСТВО

МГТУ им. Н. Э. Баумана

2018

УДК 681.3.06
ББК 32.973-018
Р88

Издание доступно в электронном виде на портале *ebooks.bmstu.ru*
по адресу: <http://ebooks.bmstu.ru/catalog/199/book1725.html>

Факультет «Информатика и системы управления»
Кафедра «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

*Рекомендовано Редакционно-издательским советом
МГТУ им. Н.Э. Баумана в качестве учебного пособия*

Русакова, З. Н.

Р88 Моделирование задач принятия решений в системе
МАТПРОГ : учебное пособие / З. Н. Русакова; под ред.
И. В. Рудакова. — Москва : Издательство МГТУ им. Н. Э. Бау-
мана, 2018. — 41, [3] с. : ил.

ISBN 978-5-7038-4772-5

Дано подробное описание инструментального средства поддержки принятия решений МАТПРОГ, предназначенного для выполнения лабораторного практикума по дисциплине «Типы и структуры данных». На конкретных примерах продемонстрированы методики и приемы решения задач принятия решений. Приведены краткие теоретические сведения, а также контрольные вопросы и задания.

Для студентов 2-го курса, изучающих дисциплину «Типы и структуры данных».

УДК 681.3.06
ББК 32.973-018

ISBN 978-5-7038-4772-5

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018
© Оформление. Издательство
МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018

ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемое учебное пособие предназначено для студентов 2-го курса МГТУ им. Н.Э. Баумана четвертого семестра бакалавриата по направлению «Программная инженерия», изучающих дисциплину «Типы и структуры данных».

Цель пособия — изучение методов моделирования задач принятия решений: оптимизационных, статистических, экспертных. Для автоматизации процесса решения преподавателями кафедры «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии» разработан программный инструментарий системы поддержки принятия решений МАТПРОГ.

В системе МАТПРОГ можно выполнять моделирование следующих прикладных задач:

- потоковые задачи в сетях (определение максимального потока и минимального разреза сети, определение дерева разрезов сети, поисковых задач в графах);
- поиск в графах И–ИЛИ, описывающих произвольную предметную область;
- оптимизационные задачи линейного программирования (симплекс-метод, транспортная задача);
- задачи регрессионного анализа (оценивание параметров линейных регрессий для заданной матрицы плана и вектора наблюдений, вычисление обратной матрицы).

Разработанное инструментальное средство позволяет осуществить моделирование потоковых и поисковых задач в графах, моделирование семантических сетей, планирование вычислений при логическом синтезе программ, моделирование оптимизационных задач.

В пособии рассмотрены методы решения задач, дана их математическая постановка и приведен алгоритм решения, руководство пользователя представлено в справках меню системы МАТПРОГ.

После изучения материалов учебного пособия студенты овладеют методами моделирования задач принятия решений.

1. ОПТИМАЛЬНОЕ РЕШЕНИЕ ОБЩЕЙ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

1.1. Математическая модель

В общей задаче линейного программирования (ЗЛП) требуется определить максимум (или минимум) линейной целевой функции

$$z = \sum_{j=1}^n c_j x_j.$$

При линейных ограничениях вида

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i, \text{ или } \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i,$$

где $i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n; x_j > 0$.

Введением слабых переменных запишем ЗЛП в канонической форме:

$$Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max(\min)$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i,$$

где $i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n; x_j \geq 0$.

Оптимальное решение задачи достигается в одной из угловых точек пространства решений. На основе этой идеи разработан симплекс-метод решения ЗЛП.

1.2. Решение симплекс-методом

Рассмотрим последовательность решения ЗЛП симплекс-методом применительно к задаче максимизации (минимизации). По условию задачи составим ее математическую модель. Составленную модель преобразуем к канонической форме. Все ограничения преобразуем в равенства с неотрицательной правой частью. Все переменные неотрицательны.

Целевую функцию требуется максимизировать или минимизировать.

Каноническую модель задачи запишем в форме симплекс-таблицы так, чтобы все свободные члены были неотрицательными. При этом может определиться базис с начальным опорным планом. Если начальный опорный план выделен, то следует перейти к проверке его оптимальности.

В противном случае ищем начальный опорный план, выполняя симплексные преобразования с положительными разрешающими элементами, отвечающими минимальным симплексным отношениям. Если в ходе преобразований встретится нулевая строка, все элементы которой, кроме свободного члена, нули, то система ограничительных уравнений задачи несовместна. Если же встретится нулевая строка, в которой, кроме свободного члена, других положительных элементов нет, то система ограничительных уравнений не имеет неотрицательных решений.

Найденный начальный опорный план исследуем на оптимальность.

Если в индексной строке (f -строке) нет отрицательных элементов (не считая свободного члена), то план оптимален. Если при этом нет и нулевых элементов, то оптимальный план единственный. Если же есть хотя бы один нулевой элемент, то оптимальных планов бесконечное множество. Если в f -строке есть хотя бы один отрицательный элемент, которому соответствует столбец неположительных элементов, то $f \rightarrow \infty$.

Если в f -строке есть хотя бы один отрицательный элемент, а в его столбце есть хотя бы один положительный, то переходим к новому опорному плану, более близкому к оптимальному. Для этого указанный столбец назначим разрешающим, по минимальному симплексному отношению определим разрешающую строку.

Если в столбце свободных членов есть отрицательные числа, то разрешающий элемент выберем следующим образом: просмотрим строку, отвечающую какому-либо отрицательному свободному члену, например, f -строку, и выберем в ней какой-либо отрицательный элемент, а соответствующий ему столбец примем за разрешающий. Затем составим отношения элементов столбца свободных членов к соответствующим элементам разрешающего столбца, имеющим одинаковые знаки (симплексные отношения). Из симплексных отношений выберем наименьшее. Оно и опреде-

лит разрешающую строку. Разрешающий элемент находится на пересечении разрешающего столбца и разрешающей строки.

Полученный опорный план вновь исследуем на оптимальность. Описанный процесс повторяем до получения оптимального плана либо до установления неразрешимости задачи. Если разрешающим оказывается элемент f -строки, то после симплексного преобразования свободный член этой строки станет положительным. В противном случае на следующем шаге вновь обращаемся к f -строке. Если задача разрешима, через некоторое число шагов в столбце свободных членов не останется отрицательных элементов.

При вычислении симплексных отношений используется правило прямоугольника, элементы которого расположены в вершинах воображаемого прямоугольника:

$$\begin{array}{ccc} b_{ij} & \dots & b_{is} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ b_{kj} & \dots & b_{ks} \end{array}$$

Диагональ этого прямоугольника, на которой расположены разрешающий b_{ks} и преобразуемый b_{ij} элементы, называется главной, а другая диагональ побочной. Преобразованный элемент b_{ij} равен разности произведений элементов главной и побочной диагоналей, деленной на разрешающий элемент.

Признак оптимальности решения: если при решении задачи на максимум в индексной строке симплекс-таблицы (строке целевой функции) все элементы положительны и все свободные члены, не считая индексной строки, положительны, то такой план оптимален; если при решении задачи на минимум в индексной строке симплекс таблицы (строке целевой функции) все элементы отрицательны, а все свободные члены, не считая индексной строки, положительны, то такой план оптимален.

Признак бесконечности множества оптимальных планов: если в индексной строке симплекс-таблицы, содержащей оптимальный план, имеется хотя бы одна нулевая оценка, соответствующая свободной переменной, то ЗЛП имеет бесконечное множество оптимальных планов.

Признак неограниченности целевой функции: если в индексной строке симплекс-таблицы при решении задачи на максимум или минимум имеется отрицательная оценка, а в соответствующем столбце свободной переменной нет ни одного положительного

элемента (или отрицательного), то целевая функция не ограничена сверху (или не ограничена снизу) и ЗЛП имеет бесконечное множество оптимальных планов.

1.3. Моделирование решения в системе МАТПРОГ

Для решения в системе МАТПРОГ математическую модель ЗЛП предварительно приведем к канонической форме. По математическому описанию задачи создадим средствами системы файл описания ЗЛП (или откроем ранее созданный).

После запуска системы выберем в основном меню пункт «Симплекс-метод». Для создания нового файла данных выберем пункт «Создать новый файл» из меню «Симплекс-метод». В результате появляются диалоговые окна для задания числа ограничений и числа переменных задачи (рис. 1.1).

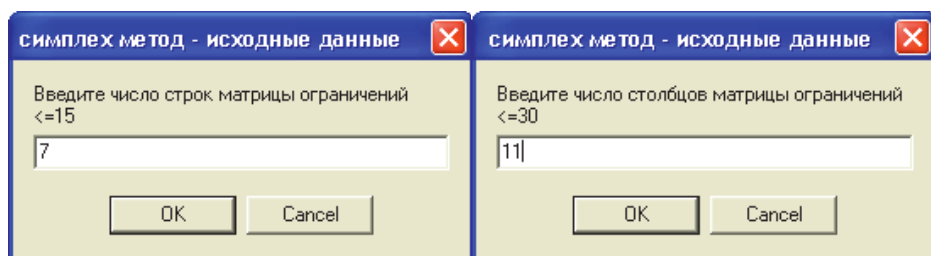


Рис. 1.1. Диалоговые окна для задания числа ограничений и числа переменных задачи

Далее укажем, минимум или максимум целевой функции ищем (рис. 1.2). Введем нуль, если задача на минимум, введем единицу 1, если задача на максимум.

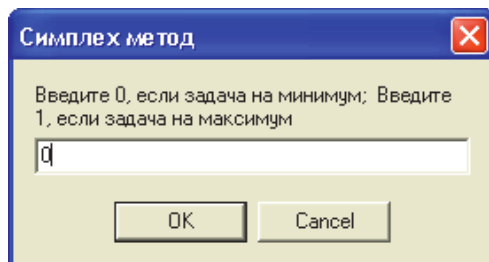


Рис. 1.2. Минимум или максимум целевой функции

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
1. Оптимальное решение общей задачи линейного программирования	4
1.1. Математическая модель	4
1.2. Решение симплекс-методом	4
1.3. Моделирование решения в системе МАТПРОГ	7
Контрольные вопросы и задания	12
2. Транспортная задача как прикладная задача линейного программирования	13
2.1. Математическая модель	13
2.2. Метод потенциалов	14
2.3. Моделирование транспортной задачи в системе МАТПРОГ	16
Контрольные вопросы и задания	21
3. Сетевые задачи. Потоки в сетях	23
3.1. Теорема Форда — Фолкерсона. Максимальный поток и минимальный разрез	23
3.2. Создание графического и табличного описания сети в системе МАТПРОГ	24
3.3. Расчет потока и разреза в системе МАТПРОГ	29
Контрольные вопросы и задания	32
4. Логический вывод в семантических сетях. Поиск в графах И—ИЛИ	34
4.1. Математическая модель сети	34
4.2. Создание файла базы описания сети	35
4.3. Построение дерева решения	37
Контрольные вопросы и задания	39
5. Линейная регрессия. Матрица плана	40
Контрольные вопросы и задания	41
Литература	42