

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»

И.Н. Алиев, А.Г. Андреев, В.Н. Аникеев

Момент инерции и крутильные колебания

*Методические указания к выполнению
лабораторной работы*



Москва

ИЗДАТЕЛЬСТВО
МГТУ им. Н. Э. Баумана

2 0 1 8

УДК 531/534

ББК 22.213

A50

Издание доступно в электронном виде на портале *ebooks.bmstu.ru*
по адресу: <http://ebooks.bmstu.press/catalog/70/book1850.html>

Факультет «Фундаментальные науки»
Кафедра «Физика»

*Рекомендовано Редакционно-издательским советом
МГТУ им. Н.Э. Баумана в качестве учебно-методического пособия*

Алиев, И. Н.

A50

Момент инерции и крутильные колебания. Методические указания к выполнению лабораторной работы / И. Н. Алиев, А. Г. Андреев, В. Н. Аникеев. — Москва : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2018. — 14, [2] с. : ил.

ISBN 978-5-7038-4893-7

Представлены материалы по применению метода крутильных колебаний при определении момента инерции тел, для которых аналитический способ вычисления этой динамической характеристики сложен или невозможен. При выполнении работы можно наглядно увидеть причину систематической погрешности и оценить ее значение. Эксперимент выполняется на современном оборудовании фирмы Phywe.

Для студентов 1-го и 2-го курсов всех факультетов МГТУ им. Н.Э. Баумана, изучающих курс общей физики.

УДК 531/534

ББК 22.213

Учебное издание

Алиев Исмаил Новрузович, **Андреев** Александр Григорьевич,
Аникеев Валерий Николаевич

Момент инерции и крутильные колебания

Оригинал-макет подготовлен в Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана.

В оформлении использованы шрифты Студии Артемия Лебедева.

Подписано в печать 15.05.2018. Формат 60×90/16.

Усл. печ. л. 1,25. Тираж 50 экз. Изд. № 434-2018. Заказ

Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана. 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.
press@bmstu.ru. www.baumanpress.ru

Отпечатано в типографии МГТУ им. Н.Э. Баумана.
105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1. baumanprint@gmail.com

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018

© Оформление. Издательство

МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018

ISBN 978-5-7038-4893-7

Предисловие

При изучении различного рода вопросов естествознания очень важно установить базовые законы или принципы, с помощью которых можно объяснить наблюдаемые явления, а также предсказать новые эффекты.

Первоначально из всех разделов физики, к которым применимо это положение, развилась механика — учение, в котором изучается простейшая форма движения материи — механическое движение, т. е. перемещение одних тел или их частей относительно других. Начала механики сформулированы достаточно давно и сводятся к законам сохранения и динамическим связям между механическими величинами. Одними из самых важных законов являются законы механики, связанные с вращательными характеристиками.

Цель лабораторной работы «Момент инерции и крутильные колебания» по курсу общей физики — содействовать формированию у студентов следующих компетенций:

- способности самостоятельно применять методы и средства познания, обучения и самоконтроля;
- способности к целенаправленному применению базовых знаний в области естественных наук в профессиональной деятельности.

В результате выполнения лабораторной работы студент должен:

- знать основные законы динамики вращательного движения твердого тела, быть способным дать определения момента инерции для дискретных и протяженных тел, момента импульса материальной точки и сплошного тел, сформулировать закон сохранения момента импульса;
- уметь вычислять моменты инерции для различных симметричных тел, экспериментально определять моменты инерции тел различной формы, применять теорему Гюйгенса — Штейнера;
- владеть навыками работы с измерительными приборами при определении периода крутильных колебаний;
- иметь представление о вычислении систематической погрешности измерения.

Студенты допускаются к выполнению лабораторной работы в соответствии с графиком проведения лабораторных работ, утвержденным на кафедре.

При подготовке к выполнению текущей лабораторной работы студенты используют методические указания, выпущенные Издательством МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Отчет о лабораторной работе должен содержать номер и название работы, конспект теоретической части, схему экспериментального оборудования и порядок работы на нем, информацию, необходимую для представления сути и результатов лабораторной работы (расчеты и график), контрольные вопросы и письменные ответы на них.

Обработка результатов экспериментов проводится во время занятия, результаты представляются преподавателю, который делает отметку о выполнении работы в лабораторном журнале.

Защита лабораторной работы происходит в часы текущего занятия (в виде собеседования с преподавателем) либо на следующем занятии.

Студент, не составивший конспект, к выполнению лабораторной работы не допускается.

Все графические построения следует выполнять на миллиметровой бумаге с соблюдением ГОСТов.

Техника безопасности при выполнении данной лабораторной работы содержится в инструкции, утвержденной для учебной лаборатории (механика, молекулярная физика и термодинамика).

Цель работы — ознакомление с динамическими характеристиками вращательного движения твердого тела, экспериментальное определение моментов инерции тел различной формы, проверка справедливости теоремы Гюйгенса — Штейнера.

Теоретическая часть

Движение тела в пространстве можно рассматривать как совокупность поступательного и вращательного перемещений. Кинематические характеристики этих двух движений и взаимосвязь характеристик подробно проанализированы в разделе «Кинематика» [1]. Важной динамической характеристикой поступательного движения тела и системы тел является импульс, изменение которого происходит при наличии внешнего воздействия на тело или систему. Связь импульса и скорости тела, или система $\vec{p} = m\vec{v}$, обеспечивает однонаправленность этих векторов, а масса служит мерой инертных свойств тела (системы) в поступательном движении.

Аналогичной по важности динамической характеристикой тела во вращательном движении является момент импульса (момент количества движения, угловой момент) $\vec{L}$. В системе координат с центром в точке O [1] величина $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v}$ определяет вектор момента импульса материальной точки m , положение которой задано радиусом-вектором $\vec{r}$.

Момент инерции I твердого тела (мера инертности при вращательном движении) относительно оси определяется выражением

$$I = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2,$$

где m_i , r_i — соответственно масса и расстояние от оси вращения i -й точки твердого тела.

Момент инерции зависит от распределения масс относительно интересующей нас оси и является величиной аддитивной. Достаточно просто момент инерции может быть вычислен только для однородных тел простой геометрической формы (стержень, цилиндр, шар). Вычисление момента инерции тела произвольной формы относительно той или иной оси — довольно сложная в математическом отношении задача, поэтому единственным вариантом определения этой важной характеристики является эксперимент.

Если тело представляет собой дискретную совокупность N точек, то вектор $\vec{L} = \sum_{i=1}^N \vec{L}_i$ представляет собой момент импульса тела относительно точки O . В некоторый момент времени вращательное движение тела характеризуется вектором угловой скорости $\vec{\omega}$. В отличие от поступательного движения, связь векторов $\vec{L}$ и $\vec{\omega}$ в общем случае оказывается достаточно сложной.

Совместим одну из осей, например, ось z системы координат, закрепленной на теле, с вектором угловой скорости $\vec{\omega}$. Если не принимать специальных мер в виде внешнего воздействия на ось вращения, то добиться неподвижного положения оси вращения в пространстве в общем случае не удастся. На практике мы встречаемся с такой ситуацией, наблюдая, например, «скачку» стиральной машины по полу в режиме отжима при неравномерном распределении белья по объему бака или испытывая дискомфорт при движении транспортного средства с несбалансированными колесами, а также в других подобных случаях.

Однако возможны случаи вращения тела относительно оси, положение которой остается неизменным и без внешнего воздействия. Такая ось называется *свободной*. Опыт показывает, что любое твердое тело имеет три взаимно перпендикулярные свободные оси, проходящие через центр инерции тела. Эти свободные оси называют еще главными осями инерции. Для тела, у которого форма и распределение плотности симметричны относительно некой оси, данная ось представляет собой *главную ось инерции*.

Если ось вращения не является главной осью инерции, то для сохранения ее положения в пространстве применяют устройства, называемые подшипниками. Они и создают то внешнее воздействие, которое делает ось вращения неподвижной.

Для твердого тела (его форма не изменяется во время вращения) с неподвижной осью вращения (пусть это будет ось z) величина проекции вектора $\vec{L}$ на ось Oz определяется выражением [1, 2]

$$L_z = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2 \omega_z = I_z \omega_z, \quad (1)$$

где ω_z — угловая скорость вращения тела вокруг оси z .

Величину $m_i r_i^2$ в выражении (1) называют моментом инерции материальной точки относительно оси вращения, а $I_z = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2$ — моментом инерции тела относительно оси вращения. На практике мы встречаемся с непрерывным распределением вещества тела по его объему V , поэтому моментом инерции тела относительно произвольной оси z называют величину

$$I_z = \int_V dm r^2 = \int_V \rho r^2 dV. \quad (2)$$

Здесь ρ — плотность вещества тела, которая может быть функцией координат.

Уравнение динамики вращательного движения для системы материальных точек $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}^{\text{внеш}}$ в проекции на ось Oz можно записать

в виде $\frac{d(I_z \omega_z)}{dt} = M_z^{\text{внеш}}$ и, учитывая, что $I_z = \text{const}$, получить

$$I_z \varepsilon = M_z, \quad (3)$$

где ε — угловое ускорение вращающегося тела; M_z — суммарный момент сил, приложенных к телу, в проекции на ось вращения.

Уравнение (3) динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси вращения аналогично уравнению динамики поступательного движения тела с постоянной массой $m\vec{a} = \vec{F}$.

В уравнении (3) величина I_z определяет инертные свойства тела во вращательном движении и зависит не только от массы тела, но и от распределения этой массы относительно оси вращения. Например, стержень массой m и тонкий диск с такой же массой при приложении к этим телам одинакового момента сил будут изменять свою угловую скорость по-разному (рис. 1).

Расчет по формуле (2) момента инерции тела относительно оси, проходящей через центр массы, для симметричных тел простой формы (стержень, диск, обруч, кольцо, шар) выполнить достаточно легко. Как и масса, момент инерции является аддитивной величиной, т. е. момент инерции системы тел равен сумме моментов инерции отдельных тел относительно общей оси.

Содержание

Предисловие	3
Теоретическая часть	5
Экспериментальная часть	10
Описание лабораторной установки	10
Порядок выполнения эксперимента	11
Задание 1. Определение коэффициента D упругости пружины	12
Задание 2. Определение момента инерции подвижной оси (включая элементы крепления объектов и пружину)	12
Задание 3. Определение момента инерции сплошного цилиндра	13
Задание 4. Определение момента инерции диска	13
Задание 5. Определение момента инерции сферического тела	13
Задание 6. Определение момента инерции пустотелого цилиндра	14
Задание 7. Проверка справедливости теоремы Гюйгенса — Штейнера	14
Требования к отчету	15
Контрольные вопросы и задания	15
Литература	15