

TERRA MECHANICA





КУРС ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

Под редакцией К.С. Колесникова, В.В. Дубинина

6-е издание, исправленное



Москва
ИЗДАТЕЛЬСТВО
МГТУ им. Н.Э. Баумана
2023

УДК 531.8
ББК 22.21
К93

Авторы:

В.И. Дронг, В.В. Дубинин, М.М. Ильин, К.С. Колесников,
В.А. Космодемьянский, Б.П. Назаренко, А.А. Панкратов, П.Г. Русанов,
Ю.С. Саратов, Ю.М. Степанчук, Г.М. Тушева, П.М. Шкапов

Рецензенты:

*кафедра теоретической механики Московского государственного
авиационного института (Государственного технического университета);
д-р физ.-мат. наук В.В. Сазонов*

Курс теоретической механики : учебник для вузов / [В. И. Дронг
и др.] ; под ред. К. С. Колесникова, В. В. Дубинина. — 6-е изд., испр. —
Москва : Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2023. — 580 [4] с. : ил.

ISBN 978-5-7038-6116-5

Изложены кинематика, статика, динамика точки, твердого тела и механической системы; аналитическая механика; теория колебаний; теория удара; введение в динамику тел переменной массы; основы небесной механики. Приведены примеры решения задач.

Содержание учебника соответствует программе и курсу лекций, которые авторы читают в МГТУ им. Н. Э. Баумана.

Для студентов машиностроительных вузов и технических университетов. Может быть полезен аспирантам и преподавателям, а также специалистам в области статики и динамики механических систем.

УДК 531.8
ББК 22.21

ISBN 978-5-7038-6116-5

© Оформление. Издательство
МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2023

Предисловие

Учебник является результатом многолетней преподавательской деятельности авторов в МГТУ им. Н.Э. Баумана, выпускающем инженеров-конструкторов и исследователей, которые специализируются в области машино- и приборостроения. Ему предшествовали учебники, написанные также преподавателями университета В.В. Добронравовым, А.Л. Дворниковым, Н.Н. Никитиным, которые переиздавались несколько раз и сыграли большую роль в обучении студентов.

Переход к университетскому инженерному образованию потребовал расширения содержания курса, более полной физической трактовки ряда вопросов и естественного усложнения используемого математического аппарата. С этой целью в разделе «Кинематика» более полно изложен материал главы «Общий случай движения твердого тела».

Статика излагается как самостоятельный раздел, поскольку такие предметы, как сопротивление материалов, теория механизмов и механика машин, детали машин, предметы инженерного проектирования, требуют от студента четкого представления о способах преобразования и передачи силовых взаимодействий в механизмах машины.

Значительные дополнения сделаны к разделу «Динамика». Здесь введены интегральные вариационные принципы, элементы небесной механики; более полно изложены теория колебаний, теория удара и некоторые другие вопросы.

Материал в учебнике распределен между авторами следующим образом: Предисловие, Введение, гл. 8–12 написаны К.С. Колесниковым (примеры в гл. 8–12 составлены В.И. Дронгом); В2.1–В2.6, В2.8, гл. 6 — Г.М. Тушевой; В2.7, 4.2, гл. 5, 16.2 и 16.3 — П.Г. Русановым; гл. 1, 2, 7, 16.1 — П.М. Шкаповым; гл. 3, 4 — Б.П. Назаренко; гл. 13, 19.10 — Ю.С. Саратовым; гл. 14, 15, 20 — В.В. Дубининым; 15.6, 15.7 — Ю.М. Степанчуком; гл. 17, 18 — В.И. Дронгом; 18.6 — В.А. Космодемьянским; гл. 19 — М.М. Ильиным; гл. 21 и 22 — А.А. Панкратовым.

Основная переработка материала учебника была осуществлена при подготовке четвертого издания (2011). В настоящее издание внесено несколько незначительных изменений и устранены замеченные погрешности и опечатки.

Авторы будут благодарны читателям, приславшим замечания и предложения по адресу: 107005, Москва, 2-я Бауманская, 5, Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Введение

В1. КЛАССИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Теоретическая механика (классическая механика Галилея — Ньютона) есть наука об общих законах механического движения и взаимодействия материальных тел. Будучи по существу одним из разделов физики, теоретическая механика выделилась в самостоятельную дисциплину и получила широкое развитие благодаря своим обширным и важным приложениям в естествознании и технике, одной из основ которой она является. Беря свое начало от техники и развиваясь вместе с ней, теоретическая механика особенно тесно связана с техническими науками, в которых законы и методы механики широко используются как при обосновании ряда исходных положений, так и при проведении многочисленных конкретных инженерных расчетов.

Движение, рассматриваемое в самом общем смысле слова, есть форма существования материи и охватывает все происходящие во Вселенной изменения и процессы. В теоретической механике изучается одна из форм движения — механическое, состоящее в том, что тело изменяет с течением времени свое положение в пространстве по отношению к другим телам.

Для учета меры механического взаимодействия между телами в классической механике, основание которой положили Галилео Галилей (1564—1642) и Исаак Ньютон (1643—1727), вводится понятие о силе. Для данного тела сила является внешним фактором, изменяющим его движение. Характер движения зависит как от силы, так и от степени инертности тела. Чем больше инертность тела, тем медленнее изменяется его движение под действием данной силы, и наоборот. Мерой инертности тела является его масса. Таким образом, понятиями, лежащими в основе классической механики, являются: движущаяся материя (материальные тела), пространство и время как формы существования движущейся материи, масса как мера инертности материальных тел и сила как мера механического взаимодействия между телами.

В классической механике Галилея — Ньютона пространство считается трехмерным евклидовым, свойства которого не зависят от движущихся в нем материальных объектов. Положение точки в таком пространстве относительно какой-либо системы отсчета определяется тремя независимыми параметрами, или координатами точки. Время в классической механике универсально. Оно не связано с пространством и движением материальных объектов. Во всех системах отсчета, движущихся друг относительно друга, оно протекает одинаково. Массы материальных объектов не зависят от скорости их движения.

После Г. Галилея и И. Ньютона (Галилей опубликовал «Беседы о науках» в 1638 г., Ньютон — «Математические принципы натуральной философии» в 1687 г.) методы механики начали быстро совершенствоваться благодаря применению мощного математического аппарата — анализа бесконечно

малых. Основная заслуга в приложении этих методов к решению задач динамики принадлежит великому математику и механику Леонарду Эйлеру (1707–1783), являвшемуся с 1727 г. действительным членом молодой тогда Российской академии наук и прожившему в Петербурге 31 год. Л. Эйлер разработал аналитические методы решения задач динамики путем составления и интегрирования дифференциальных уравнений. Аналитическое направление в развитии механики достигло наиболее широких обобщений в капитальном сочинении «Аналитическая механика» крупнейшего французского ученого Жозефа Луи Лагранжа (1736–1813), вышедшем в 1788 г.

Из наших соотечественников М.В. Остроградскому (1801–1861) принадлежит ряд существенных результатов в развитии теоретической механики по аналитическому пути, в частности, им дан вариационный принцип динамики, который называется принципом Остроградского — Гамильтона, так как независимо от М.В. Остроградского в несколько менее общем виде он одновременно был сформулирован ирландским математиком Уильямом Гамильтоном (1805–1865). К двум случаям, когда движение твердого тела вокруг неподвижной точки можно аналитически изучить до конца, С.В. Ковалевская (1850–1891) добавила третий. Работы А.М. Ляпунова (1857–1918) об устойчивости движения до сих пор в мировой науке являются непревзойденными. И.В. Мещерский (1859–1935) впервые дал уравнение движения точки переменной массы. Н.Е. Жуковский (1847–1921) создал себе мировую известность работами в области аэродинамики. Он значительно расширил границы механики и разработал прочную теоретическую базу для ряда разделов техники. Для него механика была не разделом прикладной математики, а подлинной наукой о природе, использующей все средства математики, но во всех стадиях своего развития опирающейся на эксперимент. Н.Е. Жуковский в 1878 г. организовал первую в России кафедру теоретической механики в ИМТУ (МВТУ им. Н.Э. Баумана) и заведовал ею в течение 43 лет до конца своей жизни. С 2012 года кафедра носит его имя.

Успехи физики в начале XX в., ознаменовавшиеся новыми исследованиями в области электродинамики и строения материи, показали, что законы классической механики Галилея — Ньютона применимы только к движению тел, размеры которых значительно больше размеров атома, а скорости — значительно меньше скорости света. Для тел очень малых размеров и для очень больших скоростей выводы классической механики теряют свою силу.

В теории относительности, созданной Альбертом Эйнштейном (1879–1955), свойства пространства зависят от материальных объектов и их движения; пространство и время связаны между собой, они рассматриваются как единое четырехмерное пространство — время; время при этом зависит от того, в какой системе отсчета оно изменяется. Теория относительности внесла довольно существенные изменения в основы механики и показала ограниченность ньютоновских представлений о пространстве, времени и материи, вследствие чего стало возможным дать теоретическое обоснование ряду явлений, которые не могли быть объяснены с точки зрения классической механики. Кроме того, классическая механика оказалась неприменимой к теории строения атома, и это обстоятельство явилось причиной возникновения квантовой механики.

Несмотря на это, классическая механика Галилея — Ньютона продолжает сохранять свою огромную ценность как мощное орудие научного

исследования различных вопросов естествознания и техники, а ее законы дают при этом вполне достаточную для практики точность. Она явилась основой для создания многих прикладных направлений, получивших большое развитие. Это механика жидкости и газа, механика деформируемого твердого тела, теория колебаний, динамика и прочность машин, гироскопия, теория полета и управления, навигация и др. Классическая механика замечательна тем, что наряду со строгостью изложения имеет широкое инженерное приложение. Все разнообразные технические сооружения и все современные расчеты, связанные с космическими полетами, построены на основе законов классической механики и, как показывает опыт, с успехом выполняют свое назначение. Поправки и изменения, вносимые в законы классической механики теорией относительности и квантовой механикой, исчезающе малы в обычных условиях и становятся заметными только при больших скоростях, близких к скорости света, и для тел, размеры которых имеют порядок размеров атома. Поэтому классическая механика Галилея — Ньютона никогда не потеряет своего научного значения и практической ценности.

В2. НЕКОТОРЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ ВЕКТОРОВ

В2.1. Скалярные и векторные величины. Единичные векторы

В теоретической механике широко применяются методы векторного исчисления, имеющие большое преимущество перед координатным методом благодаря компактности и физической наглядности векторных формул.

Главным преимуществом этих методов является независимость векторных формул от выбора системы координат.

В математической физике встречаются два типа величин: скалярные и векторные.

Скаляром называется величина, которая не имеет направления, но выражается числовым значением, не зависящим от выбора системы координат.

Вектором называется количественная характеристика, имеющая как числовое значение, так и направление, и не связанная с выбором системы координат. Геометрический образ вектора — это направленный отрезок прямой, определенным образом ориентированный в евклидовом пространстве.

Точки A и B , ограничивающие вектор $\overline{AB}$ (рис. В1), называют его началом и концом. Длина отрезка AB представляет собой модуль вектора $\overline{AB}$:

$$|\overline{AB}| = AB.$$

Часто вектор обозначают одной буквой с чертой над ней:

$$\vec{A} = \overline{AB},$$

а его модуль — символом

$$|\vec{A}| = A.$$

Рис. В1

Если вектор не связан с какой-либо определенной линией или точкой, он называется *свободным*. Вектор, связанный с прямой, по которой он направлен, называется *скользящим*. Если же вектор связан с точкой своего приложения, он называется *приложенным*.

Рассмотрим далее основы векторного исчисления для свободных векторов.

Векторы, расположенные в одной плоскости, называются *компланарными*.

Если $\vec{A} \parallel \vec{B}$, то векторы называются *параллельными*, или *коллинеарными*; эти векторы могут быть одинаково или противоположно направленными. Два вектора $\vec{A}$ и $\vec{B}$ называются *равными*, если они равны по модулю и направлены вдоль параллельных прямых в одну сторону: если $A = B$, $\vec{A} \uparrow \vec{B}$, то $\vec{A} = \vec{B}$.

Если два вектора равны по модулю, но противоположно направлены, т. е. $A = B$, $\vec{A} \downarrow \vec{B}$, то $\vec{A} = -\vec{B}$.

Единичным вектором, или **ортом**, данного вектора $\vec{A}$ называется вектор $\vec{a}_0$, по направлению совпадающий с данным вектором $\vec{A}$, а по модулю равный единице (рис. В2). Тогда

$$\vec{A} = A\vec{a}_0, \text{ или } \vec{a}_0 = \vec{A}/A. \quad (\text{B1})$$

Рис. В2

Умножая вектор $\vec{A}$ на скаляр m , получаем новый вектор

$$\vec{B} = m\vec{A} = mA\vec{a}_0,$$

направленный в ту же или противоположную сторону в зависимости от знака скаляра m .

В2.2. Проекции вектора на ось и плоскость

Осью называется прямая, на которой установлено положительное направление отсчета.

Ортогональной проекцией вектора $\vec{A} = \overline{AB}$ на ось l (рис. В.3) называется отрезок $A'B'$, заключенный между ортогональными проекциями на эту ось начала и конца вектора $\overline{AB}$, или алгебраическая величина, равная произведению модуля вектора на косинус угла между направлением вектора $\vec{A}$ и положительным направлением оси l :

$$(\overline{AB})_l = AB \cos(\overline{AB}, \hat{l}) = \pm |A'B'|,$$

или

$$A_l = A \cos(\vec{A}, \hat{l}). \quad (\text{B2})$$

Рис. В3

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	5
ВВЕДЕНИЕ	6
В1. Классическая механика	6
В2. Некоторые сведения из теории векторов	8
В2.1. Скалярные и векторные величины. Единичные векторы.....	8
В2.2. Проекция вектора на ось и плоскость	9
В2.3. Координаты вектора. Аналитическое задание вектора. Радиус-вектор точки.....	10
В2.4. Сложение и вычитание векторов	11
В2.5. Умножение векторов	14
В2.6. Векторы и матрицы	20
В2.7. Связь между проекциями вектора на оси двух прямоугольных систем координат	24
В2.8. Вектор-функция. Годограф вектора. Дифференцирование вектора по скалярному аргументу	26
Раздел I. КИНЕМАТИКА	31
Глава 1. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ	32
1.1. Векторный способ задания движения точки	32
1.2. Координатный способ задания движения точки.....	35
1.3. Естественный способ задания движения точки	49
Глава 2. ПРОСТЕЙШИЕ ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА	56
2.1. Степени свободы и теорема о проекциях скоростей	56
2.2. Поступательное движение твердого тела	59
2.3. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси	60
Глава 3. ПЛОСКОЕ ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА	68
3.1. Разложение плоского движения твердого тела на поступа- тельное и вращательное движения	68
3.2. Уравнения движения, угловая скорость и угловое ускорение твердого тела при плоском движении	70
3.3. Скорости точек тела при плоском движении	71
3.4. Мгновенный центр скоростей.....	72
3.5. Мгновенный центр вращения. Центроиды	75
3.6. Вычисление угловой скорости твердого тела при плоском движении	77
3.7. Ускорения точек тела при плоском движении.....	79
3.8. Мгновенный центр ускорений	81
3.9. Способы вычисления углового ускорения тела при плоском движении.....	85
Глава 4. ВРАЩЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА ВОКРУГ НЕПОДВИЖНОЙ ТОЧКИ	88
4.1. Число степеней свободы. Углы Эйлера. Уравнения вращения	88
4.2. Матрица направляющих косинусов. Траектория точки тела	91

4.3. Мгновенная ось вращения. Аксоиды	93
4.4. Мгновенные угловая скорость и угловое ускорение	94
4.5. Скорости точек тела. Кинематические уравнения Эйлера	96
4.6. Ускорения точек тела	101
4.7. Вычисление углового ускорения тела	103
Глава 5. ОБЩИЙ СЛУЧАЙ ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА.....	105
5.1. Число степеней свободы. Обобщенные координаты. Уравнения движения	105
5.2. Траектория произвольной точки тела	109
5.3. Скорость произвольной точки тела	110
5.4. Ускорение произвольной точки тела.....	111
Глава 6. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ.....	112
6.1. Относительное, переносное и абсолютное движения точки	112
6.2. Абсолютная и относительная производные вектора. Формула Бура	114
6.3. Теорема о сложении скоростей.....	116
6.4. Теорема о сложении ускорений, или Кинематическая теорема Кориолиса. Ускорение Кориолиса	117
6.5. Сложение ускорений в различных случаях переносного движения	120
Глава 7. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА.....	129
7.1. Теорема о сложении угловых скоростей при сложном движении твердого тела	129
7.2. Сложение вращений вокруг пересекающихся осей	130
7.3. Сложение вращений вокруг параллельных осей. Пара вращений.....	131
7.4. Сложение поступательных движений	134
7.5. Сложение поступательного и вращательного движений	134
Раздел II. СТАТИКА.....	137
Глава 8. АКСИОМЫ И ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ СТАТИКИ	138
8.1. Аксиомы статики	138
8.2. Основные виды связей и их реакции	140
8.3. Система сходящихся сил	142
8.4. Момент силы относительно точки и относительно оси	150
8.5. Сложение параллельных сил. Пара сил	155
8.6. Приведение системы сил к простейшей системе	161
Глава 9. РАВНОВЕСИЕ ТЕЛ	169
9.1. Условия равновесия системы сил.....	169
9.2. Равновесие системы тел.....	175
9.3. Определение внутренних сил	178
9.4. Статически определимые и статически неопределимые системы	179
9.5. Расчет плоских ферм.....	180
9.6. Распределенные силы	181

Глава 10. ТРЕНИЕ	187
10.1. Законы трения скольжения	187
10.2. Реакция шероховатой поверхности. Угол трения	188
10.3. Реакция связи при качении	189
10.4. Равновесие тела при наличии трения. Конус трения	190
Глава 11. ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ	196
11.1. Центр системы параллельных сил	196
11.2. Центр тяжести твердого тела	197
11.3. Методы определения координат центра тяжести тела	199
11.4. Определение центра тяжести простейших однородных тел.....	201
Глава 12. РАВНОВЕСИЕ ВЕСОМОЙ, ГИБКОЙ, НЕРАСТЯЖИМОЙ НИТИ	203
12.1. Дифференциальные уравнения равновесия нити	203
12.2. Частные случаи внешних сил	205
12.3. Цепная линия	206
Раздел III. ДИНАМИКА	211
Глава 13. ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ	212
13.1. Аксиомы динамики	212
13.2. Дифференциальные уравнения движения материальной точки	213
13.3. Две основные задачи динамики материальной точки	214
13.4. Движение несвободной материальной точки	220
13.5. Динамика относительного движения.....	226
13.6. Равновесие и движение материальной точки относительно Земли	231
Глава 14. ГЕОМЕТРИЯ МАСС	234
14.1. Центр масс механической системы	234
14.2. Моменты инерции	236
14.3. Зависимость моментов инерции относительно параллельных осей (теорема Гюйгенса – Штейнера)	238
14.4. Моменты инерции однородных тел	239
14.5. Моменты инерции однородных тел вращения	243
14.6. Момент инерции относительно оси, проходящей через заданную точку	247
14.7. Эллипсоид инерции. Главные оси инерции	249
14.8. Свойства главных осей инерции тела.....	251
14.9. Определение направления главных осей инерции	255
Глава 15. ОБЩИЕ ТЕОРЕМЫ ДИНАМИКИ	259
15.1. Механическая система. Внешние и внутренние силы.....	259
15.2. Дифференциальные уравнения движения механической системы.....	261
15.3. Теорема о движении центра масс механической системы.....	263
15.4. Теорема об изменении количества движения	269
15.5. Теорема об изменении момента количества движения материальной точки. Теорема об изменении главного момента количеств движения механической системы	278

15.6. Теорема об изменении кинетической энергии	300
15.7. Потенциальное силовое поле	315
15.8. Примеры использования общих теорем динамики	325
Глава 16. ДИНАМИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА.....	336
16.1. Поступательное движение твердого тела. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси. Плоское движение твердого тела	336
16.2. Сферическое движение твердого тела.....	347
16.3. Общий случай движения твердого тела.....	369
Глава 17. ПРИНЦИП ДАЛАМБЕРА. ДИНАМИЧЕСКИЕ РЕАКЦИИ СВЯЗЕЙ	371
17.1. Принцип Даламбера. Сила инерции	371
17.2. Принцип Даламбера для механической системы	373
17.3. Главный вектор и главный момент сил инерции	375
17.4. Динамические реакции опор	377
17.5. Статическая и динамическая уравновешенность твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси.....	382
17.6. Балансировка роторов	387
Глава 18. ОСНОВЫ АНАЛИТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ.....	390
18.1. Основные понятия	390
18.2. Возможная работа силы. Идеальные связи	399
18.3. Обобщенные силы	401
18.4. Дифференциальные принципы аналитической механики	406
18.5. Уравнения Лагранжа второго рода	418
18.6. Интегральные вариационные принципы механики.....	425
Глава 19. ТЕОРИЯ КОЛЕБАНИЙ.....	440
19.1. Устойчивость положения равновесия механической системы	440
19.2. Дифференциальные уравнения малых колебаний линейной системы с одной степенью свободы	442
19.3. Свободные движения линейной системы с одной степенью свободы	450
19.4. Вынужденные колебания линейной системы с одной степенью свободы.....	461
19.5. Основы теории регистрирующих приборов.....	481
19.6. Основы виброзащиты	483
19.7. Дифференциальные уравнения малых колебаний линейной системы с конечным числом степеней свободы	486
19.8. Свободные колебания линейной консервативной системы с двумя степенями свободы	495
19.9. Вынужденные колебания линейной системы с двумя степенями свободы при гармоническом возбуждении. Динамический гаситель колебаний	504
19.10. Колебания линейных систем с конечным числом степеней свободы.....	509

Глава 20. ТЕОРИЯ УДАРА	515
20.1. Основные понятия и допущения. Модель удара	515
20.2. Теоремы об изменении количества движения и о движении центра масс системы при ударе.....	519
20.3. Теорема об изменении главного момента количеств движения системы при ударе	520
20.4. Коэффициент восстановления.....	522
20.5. Теорема об изменении кинетической энергии системы при ударе. Теоремы Кельвина и Карно.....	524
20.6. Удар по телу, вращающемуся вокруг неподвижной оси. Центр удара.....	531
20.7. Удар по твердому телу с неподвижной точкой. Центр удара. Удар по свободному твердому телу.....	535
20.8. О связях при ударе. Общее уравнение механики	536
20.9. Уравнение Лагранжа второго рода при ударе в механической системе	539
20.10. Удар двух тел при поступательном движении. Энергетические соотношения	540
20.11. Удар материальной точки о неподвижную шероховатую поверхность	546
20.12. Удар двух шаров. Модель Герца.....	553
Глава 21. ВВЕДЕНИЕ В ДИНАМИКУ ТЕЛ ПЕРЕМЕННОЙ МАССЫ	557
21.1. Основные понятия и допущения.....	557
21.2. Обобщенное уравнение Мещерского, реактивные силы	558
21.3. Частные случаи уравнения Мещерского.....	560
21.4. Некоторые классические задачи динамики точки переменной массы.....	562
Глава 22. ОСНОВЫ НЕБЕСНОЙ МЕХАНИКИ	566
22.1. Формулы Бине	566
22.2. Закон всемирного тяготения. Законы Кеплера	568
22.3. Энергетическая классификация орбит	571
22.4. Движение точки по орбите	572
22.5. Задача двух тел.....	573
22.6. О задаче n тел и о других задачах небесной механики	574