

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»

А.В. Лапин

Теория автоматического управления

Нелинейные системы

Учебное пособие



Москва

ИЗДАТЕЛЬСТВО

МГТУ им. Н.Э. Баумана

2024

УДК 681.5
ББК 15.2
Л24

Издание доступно в электронном виде по адресу
<https://press.bmstu.ru/catalog/item/8232/>

Факультет «Информатика и системы управления»
Кафедра «Системы автоматического управления»

*Рекомендовано Научно-методическим советом
МГТУ им. Н.Э. Баумана в качестве учебного пособия*

Рецензенты:

заведующий кафедрой «Технологии искусственного интеллекта»
МГТУ им. Н.Э. Баумана академик РАН, д-р техн. наук, проф. *С.Ю. Желтов*;
заместитель генерального директора ФАУ «ГосНИИАС»
д-р техн. наук, проф. *В.В. Косьянчук*

Лапин, А. В.

Л24 Теория автоматического управления. Нелинейные системы : учебное пособие / А. В. Лапин. — Москва : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2024. — 89, [3] с. : ил.

ISBN 978-5-7038-6291-9

Рассмотрены вопросы устойчивости нелинейных систем управления, синтеза законов управления, обеспечивающих устойчивость и другие требования качества, а также основы теории идентификации. Уделено внимание новым понятиям устойчивости нелинейных систем, отличным от аналогичных понятий для линейных систем. Приведены способы определения устойчивости по линейному приближению и с помощью функций Ляпунова. Описаны виды, свойства и методы построения функций Ляпунова. Представлены теоремы об устойчивости и неустойчивости, рассмотрено их применение к построению регуляторов с известной и неизвестной структурой. Описаны методы синтеза регуляторов на основе обратной задачи динамики и с помощью линеаризации обратной связи. Показаны способы оценивания неизвестных параметров в динамических системах, подверженных возмущениям. Рассмотрены идентификаторы, основанные на градиентном методе и методах наименьших квадратов, позволяющие оценивать как постоянные, так и переменные параметры.

Пособие предназначено для самостоятельной проработки студентами курса лекций по теории автоматического управления нелинейными системами.

Для студентов, обучающихся по специальности 24.05.06 «Системы управления летательными аппаратами» и направлению подготовки бакалавриата 16.03.01 «Техническая физика», а также для аспирантов и специалистов, занимающихся моделированием и разработкой алгоритмов автоматического управления нелинейными техническими системами.

УДК 681.5
ББК 15.2



Уважаемые читатели! Пожелания, предложения, а также сообщения о замеченных опечатках и неточностях Издательство просит направлять по электронной почте: press@bmstu.ru

ISBN 978-5-7038-6291-9

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2024
© Оформление. Издательство
МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2024

Предисловие

Учебное пособие представляет собой конспект лекций по теории автоматического управления нелинейными системами для студентов МГТУ им. Н.Э. Баумана. Данный раздел теории автоматического управления является частью дисциплины «Теория автоматического и автоматизированного управления», которую в течение целого семестра (второго из трех) изучают студенты профильной специальности 24.05.06 «Системы управления летательными аппаратами». Кроме того, этот раздел в качестве одного из модулей (второго) входит в состав односеместровой ознакомительной дисциплины «Управление в технических системах», которую преподают студентам непрофильной специальности 16.03.01 «Техническая физика». Информация, предполагающая более детальное рассмотрение материала и предназначенная для студентов профильной специальности, отмечена звездочкой (*). Материал изложен в соответствии с рабочими программами указанных дисциплин.

Теория сопровождается доказательствами, а также разбором практических примеров и типовыми вопросами для подготовки к рубежному контролю и зачету. Окончание доказательства леммы или теоремы и завершение разбора примера обозначены символом ▲. В пособии кратко, последовательно и строго обоснованно представлены основные понятия и методы теории устойчивости, синтеза и идентификации нелинейных систем автоматического управления, которые могут быть применены к техническим системам различной физической природы. В связи с этим пособие может быть полезно студентам не только при подготовке к семинарам (лабораторным работам) и выполнении домашних заданий по указанным дисциплинам, но и при работе над курсовыми и дипломными проектами, а также аспирантам и специалистам, занимающимся моделированием и разработкой алгоритмов автоматического управления нелинейными техническими системами.

Цель пособия — закрепление теоретических знаний и получение практических навыков по исследованию нелинейных систем управления в части анализа их устойчивости, синтеза регуляторов и оценивания недостающих параметров.

Для успешного усвоения материала учебного пособия необходимы предварительные знания по следующим дисциплинам:

- 1) «Математический анализ»;
- 2) «Интегралы и дифференциальные уравнения»;
- 3) «Линейная алгебра и функции нескольких переменных»;
- 4) «Введение в специальность»;
- 5) «Основы теории управления».

Учебный процесс по теории автоматического управления нелинейными системами состоит из лекций и семинаров (или лабораторных работ), а также из домашнего задания по теме «Устойчивость нелинейных систем». Для проверки степени усвоения студентами учебного материала предусмотрен зачет. Порядок изложения материала в настоящем пособии соответствует рекомендуемому порядку его изучения.

В главе 1 пособия даны определения устойчивости нелинейных технических систем, классифицированы виды устойчивости невозмущенного движения и положений равновесия. Рассмотрены методы исследования устойчивости нелинейных систем по линейному приближению и с помощью функций Ляпунова. Описаны возможные свойства и способы построения функций Ляпунова. Доказаны теоремы об устойчивости и неустойчивости.

В главе 2 изложены основные методы построения регуляторов в нелинейных системах. Метод функций Ляпунова рассмотрен применительно к стабилизирующим законам управления с заданной и неизвестной структурой. Метод обратной задачи динамики описан для случаев, когда уравнение объекта разрешимо и не разрешимо относительно управления. Метод линеаризации обратной связью представлен на примере нелинейных систем со скалярным входом. Отмечены преимущества и недостатки различных подходов к синтезу законов управления в нелинейных системах.

Глава 3 посвящена основам параметрической идентификации. Рассмотрена простейшая линейная идентификационная модель, и на ее основе показано, как строятся нелинейные идентификаторы для оценки постоянных или переменных параметров при наличии или отсутствии возмущений и непараметрической неопределенности. Приведена сравнительная характеристика градиентного алгоритма идентификации, а также алгоритмов, основанных на методе наименьших квадратов (МНК), в том числе МНК с экспоненциальным забыванием.

Размещенный в конце пособия список литературы включает в себя учебные издания, доступные в библиотеке МГТУ им. Н.Э. Баумана (library.bmstu.ru).

Планируемые результаты обучения состоят в следующем. Изучив главу 1 «Устойчивость нелинейных систем», студент сможет:

- понимать и графически интерпретировать различные виды устойчивости и неустойчивости нелинейных систем;
- анализировать устойчивость нелинейных систем по линейному приближению Тейлора и на основании определенных свойств делать окончательные выводы о виде устойчивости, не прибегая к дополнительным исследованиям;
- строить функции Ляпунова на основе квадратичных форм и специальных добавок методами степенных форм, Лурье — Постникова и Красовского;
- анализировать устойчивость и неустойчивость нелинейных систем путем построения функций Ляпунова, определять виды устойчивости.

После усвоения материала главы 2 «Синтез регуляторов в нелинейных системах» студент научится:

- синтезировать стабилизирующие законы управления в нелинейных системах методом функций Ляпунова, выбирать параметры регулятора, исходя из дополнительных требований к качеству замкнутой системы управления;
- методом обратной задачи динамики рассчитывать управление, необходимое для достижения требуемого поведения нелинейных систем, строить следящие системы управления;
- выполнять преобразования состояния и управления обратной связью в нелинейных системах для получения эквивалентных линейных аналогов

в форме Бруновского, на основании обратных преобразований строить нелинейные законы управления, удовлетворяющие заданным требованиям.

Усвоив материал главы 3 «Основы теории идентификации», студент будет уметь:

- формировать идентификационные модели для оценивания неизвестных параметров в нелинейных системах;
- строить идентификаторы градиентным методом для оценивания постоянных параметров по данным слабо зашумленных измерений;
- строить идентификаторы методом наименьших квадратов для оценивания постоянных параметров по данным умеренно зашумленных измерений;
- строить идентификаторы методом наименьших квадратов с экспоненциальным забыванием для оценивания переменных параметров по данным умеренно зашумленных измерений;
- выполнять обоснованный выбор алгоритма идентификации и настраивать его внутренние параметры.

Список сокращений

ББНП	— бесконечно большой нижний предел
БМВП	— бесконечно малый верхний предел
ДУ	— дифференциальное уравнение
ЛОС	— линеаризация обратной связью
МНК	— метод наименьших квадратов
МНК-Э	— метод наименьших квадратов с экспоненциальным забыванием
НУ	— начальные условия
САУ	— системы автоматического управления
ТАУ	— теория автоматического управления

Введение

Теория нелинейных систем представляет собой один из важнейших разделов теории автоматического управления (ТАУ). Несмотря на то что линейные модели существенно проще и для них разработан более мощный математический аппарат, изучение нелинейных систем автоматического управления (САУ) как с точки зрения устойчивости, так и с точки зрения задач управления и наблюдения — неотъемлемая часть ТАУ. Это объясняется тем, что строго линейных САУ в природе и технике практически не существует. Линеаризованные модели чаще всего есть некоторое приближение реальных систем, причем границы областей, в которых линейная модель адекватно описывает реальную систему, достаточно узки и размыты. В ряде случаев по линейному приближению невозможно определить важнейшее свойство САУ — ее устойчивость.

В современной теории линейных САУ разработаны эффективные аналитические методы синтеза законов управления с обратной связью, основанные на перспективном математическом аппарате матричной алгебры. Однако эти законы, даже являясь нестационарными и адаптивными, всегда остаются линейными. Как показывает практика, в ряде случаев только нелинейные законы управления могут отвечать заданным требованиям к качеству замкнутых нелинейных САУ.

Основоположителем теории устойчивости нелинейных систем принято считать А.М. Ляпунова. Он создал оригинальный метод поиска специальных функций, дифференцируя которые по времени в силу уравнений исследуемых систем, можно сделать однозначный вывод об устойчивости или неустойчивости последних. В дальнейшем теория функций Ляпунова была существенно дополнена и расширена такими учеными, как Е.А. Барбашин, А.И. Лурье, В.Н. Постников, Н.Н. Красовский, Ж. Ла-Салль, С. Лефшец. Появились различные методы построения функций Ляпунова, применимые к определенным классам нелинейных систем. Первоначальные теоремы Ляпунова к настоящему времени дополнены и обобщены.

Функции Ляпунова не только позволяют определять устойчивость нелинейных систем, не прибегая к их линейному приближению, но и служат вспомогательным звеном при построении стабилизирующих законов управления. Метод синтеза регуляторов, основанный на функциях Ляпунова, обеспечивает устойчивость замкнутой САУ и дополнительные требования к качеству САУ благодаря параметризации. Если целью ставится не только привести систему в заданное конечное состояние, но и отслеживать заданную программную траекторию в процессе приведения, то управление строится методом обратной задачи динамики. Кроме того, в ряде случаев удается найти такие преобразования состояния и управления, что в результате может быть получена линейная система, эквивалентная исходной нелинейной САУ. Тогда привычный линейный закон управления пересчитывается в нелинейный с помощью однозначных обратных преобразований. Этот метод линеаризации

обратной связью предложен норвежским математиком М.С. Ли и основан на понятиях дифференциальной геометрии и теоремах Фробениуса.

Теория устойчивости нелинейных систем может быть применена к решению не только задач управления, но и задач идентификации. Незвестные параметры идентификационных моделей (даже простейших линейных) эффективнее оцениваются именно нелинейными рекурсивными идентификаторами, например, методом наименьших квадратов, а функции Ляпунова позволяют вывести условия, при которых тот или иной идентификатор имеет практическую применимость, т. е. обладает свойством параметрической сходимости.

Оглавление

Предисловие	3
Список сокращений	5
Введение	6
1. Устойчивость нелинейных систем	8
1.1. Определения устойчивости	8
1.1.1. Устойчивость положения равновесия	8
1.1.2. Устойчивость невозмущенного движения*	10
1.2. Анализ устойчивости с помощью функций Ляпунова	12
1.2.1. Функции Ляпунова	12
1.2.2. Квадратичные формы	14
1.2.3. Методы построения функций Ляпунова	17
1.2.4. Теоремы об устойчивости	18
1.2.5. Теоремы о неустойчивости	25
1.3. Анализ устойчивости по линейному приближению	29
1.3.1. Условия Ляпунова для устойчивости линейного приближения*	29
1.3.2. Критерий устойчивости по линейному приближению	32
Контрольные вопросы	36
2. Синтез регуляторов в нелинейных системах	38
2.1. Метод функций Ляпунова	38
2.1.1. Регуляторы с заданной структурой	38
2.1.2. Регуляторы с неизвестной структурой	41
2.2. Метод обратной задачи динамики	47
2.2.1. Уравнения, разрешимые относительно управления	48
2.2.2. Уравнения, неразрешимые относительно управления	49
2.3. Метод линеаризации обратной связью	51
2.3.1. Линеаризация по Тейлору и преобразование обратной связью	51
2.3.2. Основы дифференциальной геометрии	55
2.3.3. Линеаризация обратной связью	62
Контрольные вопросы	70
3. Основы теории идентификации*	71
3.1. Понятие идентификации	71
3.2. Методы идентификации	73
3.2.1. Градиентный метод	73
3.2.2. Метод наименьших квадратов	75
3.2.3. Метод наименьших квадратов с экспоненциальным забыванием	80
3.2.4. Сравнение методов идентификации	86
Контрольные вопросы	87
Литература	88