

00451-128

Государственный комитет СССР по народному
образованию

Московский ордена Ленина, ордена Октябрьской
революции и ордена Трудового Красного Знамени
Государственный технический университет
имени Н.Э.Баумана

На правах рукописи

НАЗМУТДИНОВ Рустам Фаридович

УДК 624.072.4

РАСЧЕТ ФАСОННЫХ ВИТЫХ ПРУЖИН

01.02.06 - Динамика, прочность машин,
приборов и аппаратуры

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Москва - 1990

Работа выполнена во Всесоюзном ордена Трудового Красного Знамени заочном политехническом институте.

Научный руководитель - д.т.н., проф. Светлицкий В.А.

Официальные оппоненты: д.т.н., проф. Стасенко И.В.
к.т.н. Воронов С.А.

Ведущая организация - Научно-исследовательский институт
радиокомпонентов

Защита состоится "16" апреля 1990 г. в 15⁰⁰ ч.
316 мин. на заседании специализированного совета по динамике и
прочности машин МГТУ им. Баумана по адресу: 107005, Москва, 2-я Бауманская

библиотеке МГТУ им. Баумана.

____ 1990 г.

____, просьба выслать

М 481128

____ П.К.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ.

М49128

Актуальность работы. Винтовые пружины широко используются в качестве упругих элементов машин и приборов. Наряду с цилиндрическими, находят применение фасонные винтовые пружины, которые при сжатии обладают большой компактностью благодаря вложению витков друг в друга. Фасонные пружины позволяют получать нелинейные упругие характеристики, что существенно расширяет область их применения. Фасонные винтовые пружины используются в контактно-коммутационных устройствах, виброизоляторах и амортизаторах, клапанных механизмах двигателей. В процессе работы фасонные винтовые пружины подвергаются статическим и динамическим нагрузкам. Так, пружины коммутационных устройств под действием концевых нагрузок могут значительно изменять естественное (недеформированное) состояние, получая перемещения соизмеримые с размерами пружины. Иногда фасонные пружины устанавливаются на объектах движущихся с большими ускорениями, возникающие при этом инерционные силы могут оказывать существенное влияние на работу пружин. Нередко пружины работают в условиях вибрации, что может привести к усталостному разрушению, особенно, если возникают резонансные явления. При проектировании пружинных механизмов возникает задача рационального выбора конструктивных параметров фасонных пружин, обеспечивающих надёжное функционирование устройства. Для решения этой инженерной задачи необходимо производить комплекс расчетов фасонных винтовых пружин, учитывающий реальные условия работы пружинного механизма. Существующие приближенные методики расчета фасонных пружин не отвечают современным требованиям к точности расчета, а в ряде случаев не могут быть использованы в принципе. В связи с этим возникает необходимость в разработке методов расчета фасонных пружин на основе строгих математических моделей, наиболее полно описывающих свойства реального объекта.

Цель исследования. Разработка численных методов и вычислительных программ на ЭВМ для расчета фасонных винтовых пружин по модели упругого пространственно-криволинейного стержня. Определение влияния параметров фасонных витых пружин на их прочность, упругие характеристики при статическом нагружении, усталостную прочность при установившихся вынужденных колебаниях, спектр частот. Оценка инженерных методов расчета фасонных пружин по упрощенным моделям.

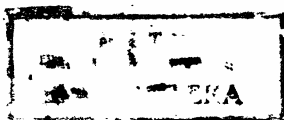
Методы исследования. В диссертационной работе используются теоретические методы исследования, основанные на численном решении

НТБ МГТУ им. Н.Э. Баумана



1491128

Назмутдинов Р.Ф. Расчет фас



системы дифференциальных уравнений равновесия и малых колебаний упругого пространственно-криволинейного стержня. Геометрически нелинейные задачи статики решаются методом последовательных нагружений. Линеаризованные дифференциальные уравнения решаются методом начальных параметров. Численное интегрирование проводится методом Рунге-Кутты. Собственная частота винтового стержня определяется из условия нетривиальности решения однородной системы дифференциальных уравнений малых свободных колебаний.

Научная повизна работы заключается в следующем:

1. Разработана методика определения кривизны, кручения и направляющих косинусов осевой линии фасонного винтового стержня.
2. Решена задача определения напряженно-деформированного состояния фасонной винтовой пружины при действии распределенных сил произвольного направления.
3. Предложена методика определения нелинейных упругих характеристик фасонных витых пружин по модели пространственно-криволинейного стержня.
4. Решена задача расчета спектра частот фасонной пружины с учетом предварительной деформации.
5. Решена задача определения цикла напряжений при установившихся вынужденных колебаниях фасонных винтовых пружин.
6. Предложена методика вычисления фундаментальной матрицы решений и частного решения линейной системы дифференциальных уравнений за одно прохождение по отрезку интегрирования.

Практическая ценность. Разработанная методика расчета фасонных винтовых пружин и написанные на её основе вычислительные программы на ЭВМ позволяют на стадии проектирования рационально выбирать параметры витых пружин, обеспечивая тем самым повышение надёжности пружинных механизмов, снижение металлоёмкости, ускорение сроков отладки изделия.

Достоверность результатов. Корректный выбор расчетной схемы и системы разрешающих уравнений, применение точных численных методов обеспечивают достоверность результатов. Достоверность расчетов по программе подтверждается совпадением с имеющимися экспериментальными данными и результатами, полученными аналитически для цилиндрических пружин.

Внедрение результатов работы. Материалы диссертационной работы и вычислительные программы используются на стадии проектирования и отладки пружинных механизмов в п/о "Молния" и п/о "Система".

На защиту выносятся следующие положения:

- методика расчета фасонных винтовых пружин как упругих пространственно-криволинейных стержней,
- результаты расчетов напряженно-деформированного состояния фасонных пружин при статическом нагружении, спектра частот, циклов напряжений при установившихся вынужденных колебаниях.

Рекомендации по дальнейшему использованию результатов исследований. Полученные в диссертации результаты могут быть использованы при исследовании устойчивости фасонных пружин, при расчетах пружин на ударные нагрузки и при решении ряда других задач статики и динамики пространственно-криволинейных стержней.

Апробация работы. По теме диссертации автором сделаны доклады на научно-технической конференции "Автоматизация проектных исследований изделий электронной техники" (Москва, июнь, 1989 г.); на научно-практической территориальной конференции по Системам автоматизированного проектирования (Москва, июль, 1989 г.).

Публикации. Основное содержание диссертации отражено в статьях и материалах конференции I - 3.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы и приложения. Общий объем диссертации 160 страниц, в число которых входят 88 страниц машинописного текста, 25 страниц рисунков, список литературы из 88 наименований, приложения на 46 страницах.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В первой главе диссертации дается обзор методов расчета фасонных винтовых пружин. Можно выделить два подхода к решению задач статики и динамики винтовых пружин. Одно направление связано с выбором упрощенной расчетной схемы винтовой пружины путем введения ряда допущений. Этот метод, позволяющий получать аналитические решения ряда задач статики и динамики пружины, получил широкое развитие в 30-60-е годы, когда численная реализация разрешающих уравнений теории пространственно-криволинейных стержней была затруднена в связи со слабым развитием вычислительной техники и численных методов. Необходимо отметить в этом направлении труды Е.П.Попова, в которых разрабатывается теория посадки витков фасонной пружины на опорную плоскость. Теория колебаний винтовых пружин по модели эквивалентного бруса была развита благодаря работам Н.И.Динника, В.Н.Челомея, О.Дика, С.Д.Пономарева, В.Л.Бидермана, М.В.Хвизгига и ряда других советских и зарубежных авторов. Однако, возможности такого подхода к расчету винтовых пружин ограничены в связи с тем, что

упрощенная модель недостаточно полно описывает поведение реального объекта. Другой, более строгий, подход к расчету винтовых пружин связан с использованием теории пространственно-криволинейных стержней. Теория пространственно-криволинейных стержней, начало которой было положено в конце XIX века трудами Кирхгофа и Клебша, получила дальнейшее развитие благодаря работам таких ученых, как Е.П.Полов, В.А.Светлицкий, А.Л.Илхин. Теория упругих тонких стержней для расчета цилиндрических пружин используется в работах Н.А.Чернышева, П.Е.Товстик, А.Ю.Карповой, А.А.Коновалова, И.Д.Грудева, Д.Ф.Полищука, В.А.Светличного. Число работ, посвященных расчету фасонных винтовых пружин, как пространственно-криволинейных стержней, крайне мало. Их авторами являются В.И.Гуляев, В.В.Гайдайчук, В.Л.Кошкин, В.И.Кравцов, Т.Саванобори, И.Накамура, С.Ульрик, Е.Наката, С.Такеда.

Формулируя основные задачи, рассматриваемые в диссертации, следует отметить следующее: вопросы, связанные с определением геометрических характеристик осевой линии фасонного винтового стержня; определение напряженно-деформированного состояния и нелинейных упругих характеристик фасонных пружин при статических нагрузках; определение собственных частот; расчет цикла напряжений при установившихся вынужденных колебаниях.

Вторая глава диссертационной работы посвящена вопросам геометрии осевой линии фасонного винтового стержня. Уравнение винтовой линии (рис.1) записывается в параметрическом виде:

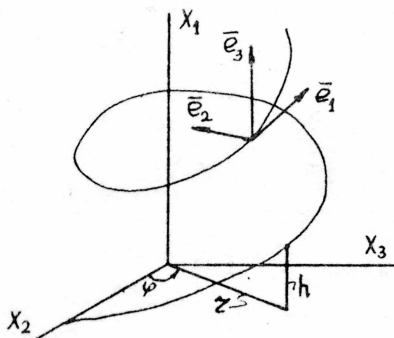


Рис.1

для гиперболоидной пружины

$$x_1 = h ;$$

$$x_2 = r \cdot \cos \varphi ; \quad (1)$$

$$x_3 = r \cdot \sin \varphi ;$$

где функция $r(h)$ задает форму поверхности навивки пружины, $h(\varphi)$ описывает закон подъема витков (закон навивки), параметр $\varphi \in [0, 2\pi \cdot i]$, i — число витков пружины. Уравнение образующей поверхности для конической пружины имеет вид:

$$r = h \cdot (R_1 - R_0) / H + R_0 ; \quad (2)$$

$$r = (R_1^2 + (R_0^2 - R_1^2) \cdot (1 - \frac{2 \cdot h}{H})^2)^{0,5}; \quad (3)$$

для эллипсоидной (бочкообразной) пружины

$$r = (R_0^2 + (R_1^2 - R_0^2) \cdot (1 - \frac{2 \cdot h}{H})^2)^{0,5}; \quad (4)$$

где R_0, R_1 соответственно максимальный и минимальный радиусы витков, H — высота пружины. Для пружины с постоянным шагом t подъёма витков функция $h(\varphi)$ является линейной: $h = t / (2\pi) \cdot \varphi$. Для пружины с постоянным углом подъёма витков γ функция $h(\varphi)$ определяется из дифференциального уравнения

$$dh = r \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot d\varphi. \quad (5)$$

Интегрируя выражение (5) для конической пружины (2) с постоянным углом γ получим

$$h = \frac{R_0}{a_k} \cdot (e^{a_k \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot \varphi} - 1), \quad (a_k = \frac{R_1 - R_0}{H}); \quad (6)$$

для конической пружины с переменным углом подъёма $\gamma = \gamma_0 + \delta \varphi$

$$h = \frac{R_0}{a_k} \left(\left(\frac{\cos \gamma_0}{\cos(\gamma_0 + \delta \varphi)} \right)^{\frac{a_k}{\delta}} - 1 \right); \quad (7)$$

для гиперболической пружины (3) с постоянным углом подъёма витков

$$h = \frac{H}{2} \left(1 + \frac{a_r^2}{2(1 + \sqrt{1 + a_r^2})} \cdot e^{b_r \operatorname{tg} \gamma \varphi} - \frac{1 + \sqrt{1 + a_r^2}}{2} \cdot e^{-b_r \operatorname{tg} \gamma \varphi} \right); \quad (8)$$

где

$$a_r^2 = \frac{R_1^2}{R_0^2 - R_1^2}; \quad b_r = \frac{2 \cdot \sqrt{R_0^2 - R_1^2}}{H};$$

для эллипсоидной пружины (4) с постоянным углом подъёма витков

$$h = \frac{H}{2} \left(1 + \frac{1}{a_3} \cdot \sin \left(\left(\frac{\varphi}{\pi} - 1 \right) \cdot \arcsin a_3 \right) \right), \quad a_3 = \sqrt{1 - \frac{R_1^2}{R_0^2}}. \quad (9)$$

Для пространственной кривой кривизна Ω_3 определяется по формуле

$$\Omega_3 = \sqrt{\ddot{X}_1^2 + \ddot{X}_2^2 + \ddot{X}_3^2}; \quad (10)$$

кручение

$$\Omega_1 = \frac{1}{\Omega_3^2} \cdot \begin{vmatrix} \dot{X}_1 & \dot{X}_2 & \dot{X}_3 \\ \ddot{X}_1 & \ddot{X}_2 & \ddot{X}_3 \\ \ddot{\ddot{X}}_1 & \ddot{\ddot{X}}_2 & \ddot{\ddot{X}}_3 \end{vmatrix}; \quad (11)$$

направляющие косинусы естественного трехгранника

$$\begin{aligned} l_{1k}^0 &= \dot{X}_k; & l_{2k}^0 &= \frac{1}{\Omega_3} \cdot \ddot{X}_k; \\ l_{3k}^0 &= \varepsilon_{ijk} \frac{1}{\Omega_3} \cdot \dot{X}_i \cdot \ddot{X}_j, & (k=1, 2, 3); \end{aligned} \quad (12)$$

где точками обозначены производные по дуговой координате s .
Уравнение осевой линии фасонного винтового стержня (I) задано в параметрическом виде, где аргументом является угол φ .
Используя соотношение

$$ds = \sqrt{X_1'^2 + X_2'^2 + X_3'^2} \cdot d\varphi$$

в выражениях (10) - (12) перейдем от дифференцирования по дуговой координате к дифференцированию по углу φ

$$\Omega_3 = \frac{\sqrt{\Phi_3 \cdot \Phi_1^2 - \Phi_2^2}}{\Phi_1^3}; \quad \Omega_1 = \frac{1}{\Omega_3^2 \cdot \Phi_1^6} \cdot \begin{vmatrix} X_1' & X_2' & X_3' \\ X_1'' & X_2'' & X_3'' \\ X_1''' & X_2''' & X_3''' \end{vmatrix};$$

$$l_{1k}^0 = \frac{X_k'}{\Phi_1}; \quad l_{2k}^0 = \frac{X_k'' \cdot \Phi_1^2 - X_k' \cdot \Phi_2}{\Omega_3 \cdot \Phi_1^4};$$

$$l_{3k}^0 = \frac{\varepsilon_{ijk}}{\sqrt{\Phi_3 \cdot \Phi_1^2 - \Phi_2^2}} \cdot X_i' \cdot \left(X_j'' - \frac{\Phi_2}{\Phi_1^2} \cdot X_j' \right);$$

где

$$\Phi_1 = \sqrt{\sum_{k=1}^3 x_k'^2}; \quad \Phi_2 = \sum_{k=1}^3 x_k' \cdot x_k''; \quad \Phi_3 = \sum_{k=1}^3 x_k''^2;$$

штрихом обозначены производные по углу φ .

В третьей главе диссертации рассматриваются задачи статики фасонных пружин по модели упругого тонкого нерастяжимого пространственно-криволинейного стержня. Уравнения равновесия упругого пространственного стержня в связанных осях имеют вид

$$\frac{d\bar{Q}}{d\varepsilon} + \bar{\chi} \times \bar{Q} + \bar{P} = 0; \quad (I3)$$

$$\frac{d\bar{M}}{d\varepsilon} + \bar{\chi} \times \bar{M} + \bar{e}_1 \times \bar{Q} + \bar{T} = 0; \quad (I4)$$

$$L_1 \frac{d\bar{\psi}}{d\varepsilon} + L_2 \cdot \bar{\psi}_0^{(1)} - A^{-1} \cdot \bar{M} = 0; \quad (I5)$$

$$\frac{d\bar{u}}{d\varepsilon} + \bar{\chi} \times \bar{u} + (\ell_{11} - 1) \cdot \bar{e}_1 + \ell_{21} \cdot \bar{e}_2 + \ell_{31} \cdot \bar{e}_3 = 0; \quad (I6)$$

где $\bar{Q}$ и $\bar{M}$ - вектора внутренних сил и моментов, $\bar{\psi}$ и $\bar{u}$ - поворот и перемещение поперечного сечения стержня, $\bar{\chi}$ - вектор кривизны, $\bar{P}$ и $\bar{T}$ - вектора обобщенных внешних сил и моментов, A - диагональная матрица жесткостей сечения, элементы матриц L_1 , L_2 зависят от тригонометрических функций углов поворота.

Решая нелинейные уравнения (I3) - (I6) методом последовательных нагружений получим на m -ом шаге линейную систему обыкновенных дифференциальных уравнений, которая в векторной форме записи имеет вид

$$\frac{d\bar{Y}^{(m)}}{d\varepsilon} + A^{(m-1)} \cdot \bar{Y}^{(m)} = \beta^{(m)} \cdot \bar{f}^{(m)}; \quad (I7)$$

где

$$\bar{Y}^{(m)} = \begin{bmatrix} \bar{Q}^{(m)} \\ \bar{M}^{(m)} \\ \bar{\psi}^{(m)} \\ \bar{u}^{(m)} \end{bmatrix}; \quad A^{(m-1)} = \begin{bmatrix} A_{\chi}^{(m-1)} & A_Q^{(m-1)} \cdot A^{-1} & 0 & 0 \\ A_1 & A_{\chi}^{(m-1)} + A_M^{(m-1)} \cdot A^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & -A^{-1} & A_{\chi}^{(m-1)} & 0 \\ 0 & 0 & A_1 & A_{\chi}^{(m-1)} \end{bmatrix}$$

Элементы матриц $A_{\chi}^{(m-1)}$, $A_Q^{(m-1)}$, $A_M^{(m-1)}$ определяются из результатов вычислений на предыдущих шагах нагружения. Решение уравнения (I7)

имеет вид

$$\bar{Y}(\varepsilon) = K(\varepsilon) \cdot \bar{Y}(0) + \bar{H}(\varepsilon); \quad (18)$$

где $K(\varepsilon)$ — фундаментальная матрица решений однородного уравнения, $\bar{H}(\varepsilon)$ — частное решение неоднородного уравнения (индексы сверху опущены). Граничные условия в общем случае могут быть представлены в виде

$$\bar{Y}(0) = G_0 \cdot \bar{X}_0 + \bar{h}_0; \quad \bar{Y}(1) = G_1 \cdot \bar{X}_1 + \bar{h}_1; \quad (19)$$

где $\bar{X}_0$ и $\bar{X}_1$ — вектора неизвестных факторов на концах стержня, G_0 и G_1 — матрицы (12х6), определяющие влияние неизвестных факторов на вектор состояния стержня соответственно при $\varepsilon = 0$ и $\varepsilon = 1$, $\bar{h}_0$ и $\bar{h}_1$ — вектора концевых нагрузок. Подставив (19) в (18) при $\varepsilon = 1$ получим линейную систему алгебраических уравнений для определения начальных параметров

$$G \cdot \bar{X} = \bar{B}; \quad (20)$$

где $\bar{X} = (\bar{X}_0^T, \bar{X}_1^T); G = [K(1) \cdot G_0; -G_1]; \bar{B} = \bar{h}_1 - \bar{H}(1) - K(1) \cdot \bar{h}_0$.

На рис.2 изображены графики безразмерных эквивалентных напряжений (по энергетической теории прочности), возникающих в конической (кривая-1), гиперболической (кривая-2) и эллипсоидной (кривая-3) пружинах при осевом поджатии $\delta = 0,1$ Н. Для всех типов пружин $l = 3, R_0/H = 1/3, R_1/H = 1/6$. Кривая 4 получена для конической пружины при поджатии $\delta = 0,75$ Н.

Некоторые типы фасонных пружин благодаря посадке витков на опорную плоскость при сжатии обладают нелинейными упругими характеристиками. Севшие на опорную плоскость витки практически выключаются из работы. Поэтому при расчетах упругих характеристик фасонных пружин будем начало винтового стержня переносить в конец севшего витка. Для того, чтобы обеспечить плавную посадку витков пружины воспользуемся тем, что при концевом нагружении стержня решение уравнения (17) представляется в виде:

$$\bar{Y}(\varepsilon) = p \cdot K(\varepsilon) \cdot \bar{V};$$

где p — величина нагрузки, $\bar{V}$ — вектор влияния нагрузки на начальные параметры (получается при $p = 1$). Чтобы обеспечить посадку на опорную плоскость сечения фасонной пружины с координатой ε_1 необходимо приложить нагрузку

$$p = (d/2 - X_1(\varepsilon_1)) / \tilde{u}_{x_1}(\varepsilon_1);$$

где d — диаметр проволоки, $X_1(\varepsilon_1)$ — координата точки ε_1 осе-

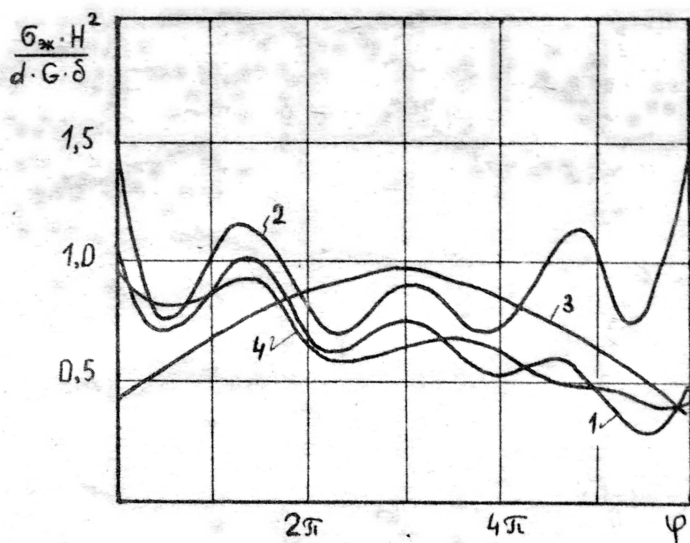


Рис. 2.

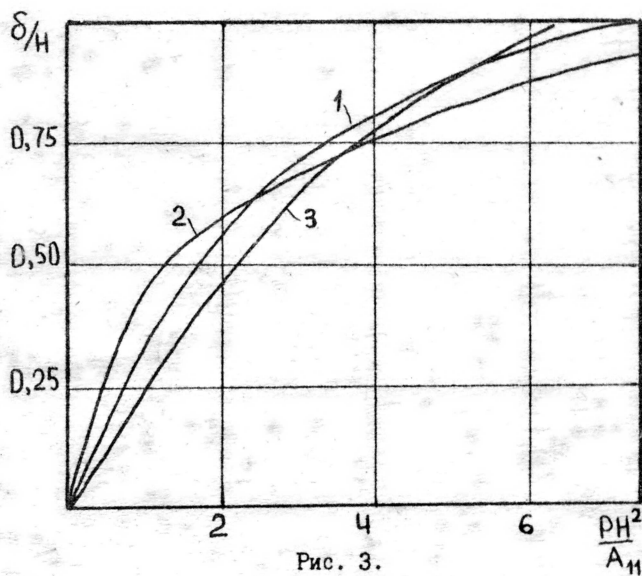


Рис. 3.

вой линии до приложения нагрузки, $\tilde{u}_{x_1}(\varepsilon_1)$ — перемещение в направлении оси X_I , вызванное единичной нагрузкой. На рис.3 показаны упругие характеристики для трёх конических пружин, имеющих одинаковую форму поверхности навивки ($R_0/H = 1/3$, $R_1/H = 1/6$), но разные законы подъёма витков. Кривая 1 соответствует пружине с постоянным углом подъёма витков $\chi = 12,4^\circ$; 2 и 3 получены для конических пружин, угол подъёма которых изменяется по линейному закону соответственно $\chi_0 = 5,7^\circ$, $\chi_1 = 19,0^\circ$ и $\chi_0 = 17,2^\circ$, $\chi_1 = 7,6^\circ$.

Четвертая глава диссертации посвящена малым колебаниям фасонных пружин. Винтовые пружины часто работают в условиях вибрации. При этом существует опасность возникновения резонансных режимов. При длительном воздействии вибрации на пружину даже при нерезонансных частотах переменные динамические напряжения могут привести к усталостному разрушению пружины.

Уравнение малых колебаний упругого пространственно-криволинейного стержня имеет вид:

$$A^{(1)} \cdot \frac{\partial^2 \bar{z}}{\partial \tau^2} + \frac{\partial \bar{z}}{\partial \varepsilon} + A^{(2)} \cdot \bar{z} = \Delta \bar{\Phi}; \quad (21)$$

где

$$\bar{z} = \begin{bmatrix} \Delta \bar{Q} \\ \Delta \bar{M} \\ \bar{\varphi} \\ \bar{u} \end{bmatrix}; A^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & E \\ 0 & 0 & J & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; A^{(2)} = \begin{bmatrix} A_x & A_0 \cdot A^{-1} & 0 & 0 \\ A_1 & A_x + A_m \cdot A^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & -A^{-1} & A_x & 0 \\ 0 & 0 & A_1 & A_x \end{bmatrix};$$

(знак Δ означает динамические составляющие соответствующих векторов). Безразмерный параметр времени $\tau = p_0 \cdot t$, для стержня круглого сечения $p_0 = d \cdot \sqrt{E/\rho} / (4l^2)$. Диагональная матрица инерции J в безразмерном виде имеет элементы

$$J_{11} = d^2 / (8l^2); J_{22} = J_{33} = d^2 / (16l^2).$$

При малых свободных колебаниях стержня в уравнении (21) следует положить вектор нагрузки $\Delta \bar{\Phi} = 0$, тогда его решение имеет вид $\bar{z} = \bar{z}_0 \cdot e^{i\lambda\tau}$, а уравнение в частных производных (21) приводится к однородному дифференциальному уравнению

$$\frac{d\bar{z}_0}{d\varepsilon} + B(\varepsilon, \lambda) \cdot \bar{z}_0 = 0; \quad (22)$$

где

$$\bar{z}_0 = \begin{pmatrix} \Delta \bar{Q}_0 \\ \Delta \bar{M}_0 \\ \bar{q}_0 \\ \bar{u}_0 \end{pmatrix}; B(\varepsilon, \lambda) = \begin{pmatrix} A_x & A_Q \cdot A^{-1} & 0 & \lambda^2 E \\ A_1 & A_x + A_m \cdot A^{-1} & \lambda^2 J & 0 \\ 0 & -A^{-1} & A_x & 0 \\ 0 & 0 & A_1 & A_x \end{pmatrix}$$

Граничные условия представляются в виде

$$\bar{z}_0(0) = G_0 \cdot \bar{x}_0; \quad \bar{z}_0(1) = G_1 \cdot \bar{x}_1. \quad (23)$$

Решение уравнения (22) имеет вид

$$\bar{z}_0(\varepsilon) = K(\varepsilon, \lambda) \cdot \bar{z}_0(0) \quad (24)$$

Подставив (23) в (24) при $\varepsilon = 1$ получим однородную линейную систему алгебраических уравнений

$$G(\lambda) \cdot \bar{x} = 0; \quad (25)$$

где

$$\bar{x} = (\bar{x}_0^T, \bar{x}_1^T)^T; \quad G(\lambda) = \{K(1, \lambda) \cdot G_0; -G_1\}.$$

Уравнение (22) имеет нетривиальное решение в случае, когда определитель матрицы $G(\lambda)$ вырожден. Таким образом, собственная частота стержня определяется из уравнения $\det(G(\lambda)) = 0$.

На рис.4 показано влияние поджатия на четыре первые собственные частоты стальной конической пружины с постоянным углом подъема витков. Параметры пружины: $i = 3$, $R_0 = 25$ мм, $R_1 = 12,5$ мм, $H = 75$ мм, $\chi = 0,217$.

Рассмотрим установившиеся колебания фасонных пружин при гармоническом возбуждении. Источником вынужденных гармонических колебаний может являться сосредоточенная сила $\bar{P} = \bar{P}_0 \cdot \cos \omega_0 \tau$, кинематическая нагрузка $\bar{u} = \bar{u}_0 \cos \omega_0 \tau$, инерционное поле $\bar{a} = \bar{a}_0 \cos \omega_0 \tau$, где $\omega_0 = \omega / P_0$ — безразмерная частота. При установившемся режиме решение уравнений малых колебаний (21) можно представить в виде

$$\bar{z} = \bar{z}_0 \cdot \cos \omega_0 \tau. \quad (26)$$

Подставив (26) в (21) получим уравнение вынужденных установившихся гармонических колебаний пространственно-криволинейного стержня

$$\frac{d\bar{z}_0}{d\varepsilon} + B_0 \cdot \bar{z}_0 = \Delta \bar{\Phi}_0; \quad (27)$$

где

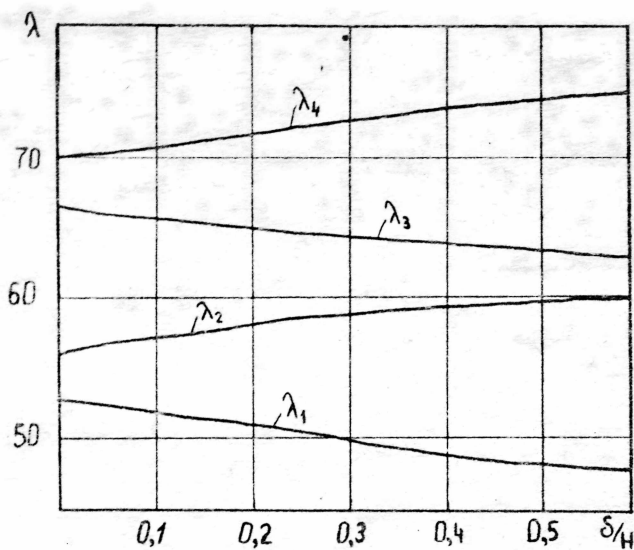


Рис. 4

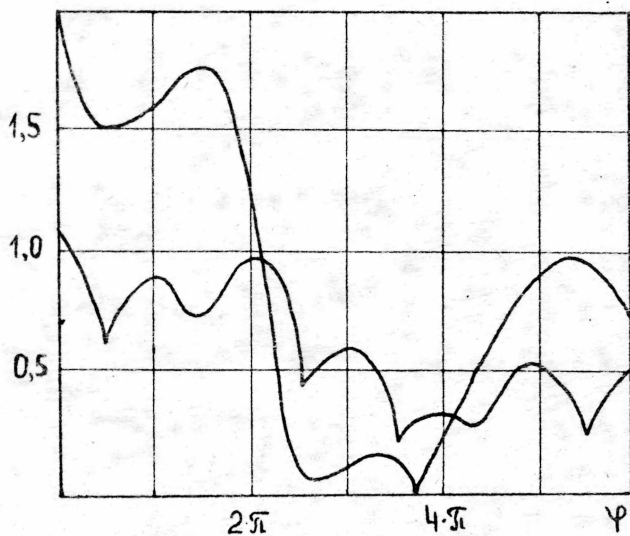


Рис. 5.

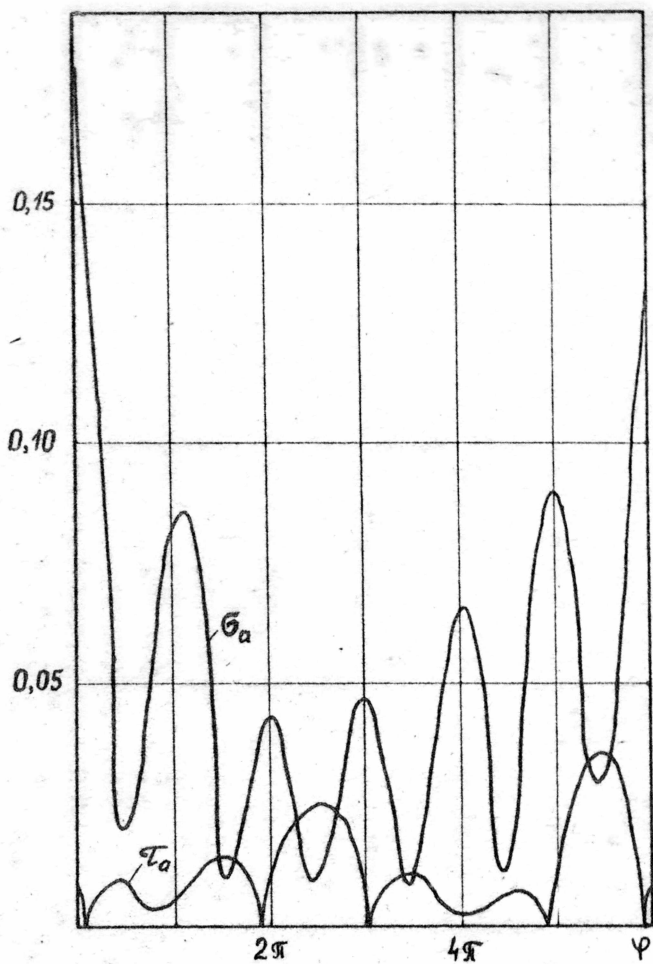


Рис. 6.

$$\bar{z}_0 = \begin{pmatrix} \Delta \bar{Q}_0 \\ \Delta \bar{M}_0 \\ \bar{v}_0 \\ \bar{u}_0 \end{pmatrix}; \quad B_0 = \begin{pmatrix} A_\chi & A_Q \cdot A^{-1} & 0 & \omega_0^2 \cdot E \\ A_1 & A_\chi + A_M \cdot A^{-1} & \omega_0^2 \cdot J & 0 \\ 0 & -A^{-1} & A_\chi & 0 \\ 0 & 0 & A_1 & A_\chi \end{pmatrix}.$$

В уравнении вынужденных колебаний (27) не учитываются диссипативные силы, что допустимо при исследовании малых колебаний в нерезонансной области частот.

При расчетах пружины на выносливость необходимо определять положение опасного сечения и цикл напряжений в нем. Главное влияние на напряженное состояние в витках пружины оказывают крутящий и изгибающий моменты, вызывающие соответственно касательные и нормальные напряжения. На рис.5 изображены амплитуды циклов касательных и нормальных напряжений в конической пружине ($i = 3, R_0/H = 1/3, R_1/H = 1/6, \chi = 12,4^\circ$) при установившихся колебаниях, вызванных кинематическим возбуждением конца пружины с минимальным радиусом витка. Частота вынужденных колебаний $\omega_0 = 0,647 \cdot \omega_1$ (ω_1 — низшая частота пружины), направление — вдоль оси пружины. На рис.6 показаны амплитуды нормальных и касательных напряжений, возникающих в той же конической пружине при гармоническом инерционном воздействии в направлении перпендикулярном к оси пружины. Амплитуда инерционной нагрузки $10g$, частота $\omega_0 = 0,324 \omega_1$.

ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

1. Разработана методика определения геометрических характеристик осевой линии фасонного стержня — кривизны, кручения, направляющих косинусов связанных осей. Предложенная методика может быть использована для определения геометрических характеристик осевой линии змеевиков системы охлаждения.
2. Изложен алгоритм определения напряженно-деформированного состояния фасонной пружины при больших перемещениях, вызванных концевыми нагрузками и распределенными силами постоянного направления.
3. Изложена методика численного интегрирования линейной системы обыкновенных дифференциальных уравнений, позволяющая получать решение за одно прохождение по отрезку интегрирования.
4. Разработан метод определения рабочих нелинейных характеристик фасонных винтовых пружин, основанный на численном решении

уравнений равновесия упругого пространственно-криволинейного стержня.

5. Предложен алгоритм численного определения частотного спектра фасонной винтовой пружины с учетом предварительного статического нагружения пружины.

6. Изложена методика определения циклов нормальных и касательных напряжений, возникающих в витках фасонной пружины при установившихся вынужденных колебаниях.

7. На основе предложенной методики расчета фасонных винтовых пружин разработан пакет программ на алгоритмическом языке фортран и получены результаты для ряда задач статики и колебаний пружин.

Основное содержание диссертации отражено в следующих работах:

1. Светлицкий В.А., Назмутдинов Р.Ф. Численное определение частот фасонных пружин //ИВУЗ. Машиностроение, - 1989. - № 12, - С.34-38
2. Назмутдинов Р.Ф., Наймарк И.А. Моделирование упругих элементов коммутационных устройств //Тезисы и избран.доклады терр.научно-практической конференции по САПР. - М., 1989. - С.33-34.
3. Назмутдинов Р.Ф. Расчет напряженно-деформированного состояния фасонных витых пружин //Металлоемкость и прочность в деталях машин: Сб. науч. тр. ВЭПИ - М., 1990. - С.39-43.

А-086/2

Подписано к печати 12.02.90

Заказ № *292*

Объем 1 п.л.

Тираж 100 экз.

Типография МГТУ