

1485746

МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ЛЕНИНА,
ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ
И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. Н. Э. БАУМАНА

НЕ ВЫДАЕТСЯ
НА ДОМ

На правах рукописи

УДК 621.867.212.7

ЧЕРНЕНКО Владимир Дмитриевич

**РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ РАСЧЕТА
КРУТОНАКЛОННЫХ КОНВЕЙЕРОВ**

05.05.05 — Подъемно-транспортные машины
01.02.04 — Механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ
*диссертации на соискание ученой степени
доктора технических наук*

Москва 1992

Работа выполнена в Ленинградском филиале Центра научно-технической деятельности, исследований и социальных инициатив.

Официальные оппоненты: доктор технических наук, профессор ЗЕНКОВ Р. Л., доктор технических наук, профессор ТАРАСОВ Ю. Д., доктор физико-математических наук, профессор ЧЕРНЫХ К. Ф.

Ведущая организация — УкрНИИпроект.

Защита состоится «16» апреля 1992 г. на заседании специализированного совета Д 053.15.06 при МГТУ им. Н. Э. Баумана по адресу: г. Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана.

Автореферат разослан « . . . » . . . 199 г.

*Ученый секретарь
специализированного совета
к. т. н., доцент*

М 857 46

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. При расчете транспортирующих машин основное внимание уделяется вопросам устойчивого равновесия сыпучего груза на рабочем полотне. Существующие методы расчета устойчивости и распределения давления сыпучего груза носят чисто эмпирический характер или базируются на гипотезе сыпучего тела, в основу которой положены управления равновесия и движения абсолютно жесткого тела. Все это приводит к введению в методы расчета экспериментальных коэффициентов и ограничивает область использования методики.

Отсутствие точных математических методов расчета в известной степени сдерживает разработку, а следовательно, и внедрение крутонаклонных конвейеров в промышленность. В настоящее время назрела необходимость разработки аналитических методов решения задач механики сыпучих грузов.

Целью диссертационной работы являлось создание принципиально новых методов расчета, основанных на рассмотрении напряженно-деформируемого состояния сыпучих грузов с позиций теории предельного равновесия Кулона-Мора и ассоциированного закона течения, а напряженно-деформированного состояния конвейерной ленты по теории гибких первоначально-напряженных ортотропных оболочек и пластин.

Основные задачи, которые были поставлены перед нами, сводились к следующим:

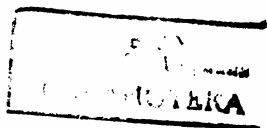
- 1) обоснование и разработка методов решения задач механики сыпучих грузов;
- 2) создание общей теории расчета конвейерных лент;
- 3) разработка методов решения обратных задач изгиба ортотропной пластины в оболочку известной формы с учетом изменения модулей упругости в зависимости от напряжения и определение нагрузки от изгиба первоначально плоской ленты на обжимающие оболочки или роликоопоры;
- 4) разработка на основе теории предельного равновесия методов расчета устойчивости сыпучего груза на полотне гибких движущихся оболочек;
- 5) исследование влияния на устойчивость и распределение напряжений в сыпучем грузе массовых сил, возникающих в начале дви-

НТБ МГТУ им. Н.Э. Баумана



1085746

Черненко В. Д. Разработка



жения и при установившемся движении по роликоопорам;

6) разработка методов определения давления сыпучего груза на перегородки и ленту на основе теории предельного равновесия с учетом динамических сил;

7) разработка способов расчета различных типов крутонаклонных конвейеров с учетом изменения тяговых усилий и физико-механических свойств конвейерной ленты по длине трассы транспортирования;

8) разработка методов расчета оптимальных конструктивных параметров конвейерных установок, исходя из условий наиболее эффективной их работы;

9) создание методов расчета конвейеров в виде универсальных программ с целью возможной их реализации конструкторскими бюро и проектными институтами на любой отечественной или зарубежной вычислительной машине, имеющей транслятор с алгола.

Н а у ч н а я н о в и з н а результатов исследований состоит в следующем:

- дается статистическая постановка задач механики сыпучей среды в силу ее дискретного характера и предлагаются методы решения по детерминированной схеме пространственных задач;

- впервые система уравнений предельного равновесия сыпучих грузов сведена к нелинейному дифференциальному уравнению в частных производных с переменными коэффициентами и решена вариационным методом и методом последовательных приближений;

- на основании ассоциированного закона течения и условия предельного равновесия в форме Губера-Мизеса выведены уравнения состояния сыпучих грузов с упрочнением;

- получены различные условия предельного равновесия и на основании ассоциированного закона течения выведены дифференциальные уравнения для нахождения поля скоростей, решение которых найдено вариационным методом;

- решена задача изгиба ортотропной пластины в оболочку известной формы с учетом изменения модулей упругости в зависимости от натяжения;

- исследована устойчивость сыпучего груза на полотно гибких движущихся крутонаклонных оболочек с учетом динамики движения;

- аналитически решен ряд задач механики сыпучих грузов по

определению поля напряжений и распределению давления;

- предложена методика расчета оптимальных геометрических параметров ленты;

- разработана методика расчета крутонаклонных конвейеров, представленная в виде универсальных программ.

П р а к т и ч е с к и е з н а ч е н и е. Разработанные общие методы решения задач механики сыпучих грузов имеют большое практическое значение, поскольку могут быть применены к расчету всевозможных крутонаклонных транспортирующих машин и устройств.

Предложенная методика расчета конвейеров доведена до уровня универсальных программ и может быть реализована проектными институтами и конструкторскими бюро на любой отечественной или зарубежной ЭВМ. В диссертационной работе представлены 24 варианта программ расчета крутонаклонных конвейеров различных конструкций.

Универсальные программы расчета конвейеров позволяют выполнить уточненный расчет любых технических параметров, необходимых для проектирования, за 4-8 минут машинного времени. Кроме того, они дают возможность при варьировании исходной информации провести вычислительный эксперимент с целью оптимального выбора технических характеристик наклонного конвейера.

Разработанная методика расчета крутонаклонных конвейеров принята рядом научно-исследовательских институтов, проектно-конструкторских организаций и заводов-изготовителей в качестве рабочей методики. Предложенные методы расчета легли в основу рабочих проектов института Ленпромтранспроект при создании оптимальных конструкций механизированного комплекса разгрузки, транспортирования и складирования.

Д о с т о в е р н о с т ь результатов исследований подтверждается их сравнением с результатами экспериментальных исследований, проведенных на опытно-промышленных установках в СЭПИ, ЛИВТе, УкрНИИпроекте и гарантируется математически строгими построениями.

Основные положения, выносимые на защиту:

- статическая постановка задач механики сыпучих грузов по детерминированной схеме;

- решение системы уравнений предельного равновесия сыпучих грузов вариационным методом для пространственного случая;

- решение обратной задачи изгиба ортотропной пластины в оболочку известной формы с учетом изменения модулей упругости в зависимости от натяжения;
- исследование устойчивости сыпучего груза на полотне движущихся конвейерных лент;
- исследование устойчивости сыпучего груза на полотне движущихся крутонаклонных оболочек с учетом динамики движения, механических свойств сыпучего груза, конкретных условий транспортирования.

А п р о б а ц и я. Результаты исследований по диссертации докладывались автором на конференциях: Ленинградской научно-технической конференции "Вертикальные и крутонаклонные конвейеры для транспортирования грузов в промышленности", Л., 1971г.; научных конференциях ЛИСТА им.Ф.Энгельса в 1976, 1977, 1978, 1980 и 1981гг.; Республиканском межвузовском семинаре по проблемам комплексной механизации и автоматизации земляных работ, Киев, 1977 г.; 22-м семинаре по прикладной теории упругости и теории колебаний, МВТУ им.Н.Э.Баумана, Москва, 1979г.; научно-техническом семинаре при кафедре К-4 МВТУ им.Н.Э.Баумана, Москва, 1980, 1982 гг.; научно-техническом семинаре "Шахтный и карьерный транспорт" при кафедре "Транспортные машины и комплексы", МИИ, 1981г.; научном семинаре при кафедре "Вычислительные методы механики деформируемого тела", ЛГУ им.А.А.Жданова, 1982г.; научном семинаре в Казанском физико-техническом институте КФ АН СССР, 1983г.; II Всесоюзной конференции по нелинейной теории упругости, Фрунзе, 1985г.; тематической конференции "Проблемы численного моделирования и автоматизации проектирования инженерных конструкций", Л., 1986г.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Диссертация состоит из двух томов. В первом томе изложены теоретические исследования по механике сыпучих сред и устойчивости сыпучих грузов на крутонаклонной движущейся гибкой оболочке. Во втором томе даны примеры практического применения разработанных методов расчета применительно к расчету крутонаклонных транспортирующих машин. Первый том состоит из семи глав,

первая из которых является вводной, заключения и списка литературы. Второй том состоит из введения, семи глав, содержит 24 варианта программ расчета и приложений, содержащих копии актов о внедрениях.

В первой главе первого тома дан анализ и энергетическая интерпретация условий предельного равновесия однородной и неоднородной сыпучей среды, а также обзор некоторых приближенных методов решения задач механики сыпучих грузов.

Вторая глава посвящена рассмотрению напряженно-деформированного состояния сыпучих грузов.

В § 1 с позиций статистической механики рассматриваются физико-механические свойства сыпучих грузов.

В § 2 на основании ассоциированного закона течения и условия предельного равновесия в форме Губера-Мизеса выведены уравнения состояния сыпучих грузов с упрочнением.

$$\bar{\epsilon}_{ij} = \bar{\gamma}_{ii} + \lambda [\alpha(\bar{J}_1) \delta_{ij} + \bar{S}_{ij} / \bar{J}_2^{1/2} (\partial \bar{\sigma})],$$

где

$$\bar{\delta}_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \bar{\sigma}_{ij} - \frac{\nu}{E} \bar{\sigma} \delta_{ij}; \quad \alpha(\bar{J}_1) = \bar{J}_2^{1/2} (\partial \bar{\sigma}) \frac{1-2\nu}{E \bar{J}_1 (T_{\bar{\epsilon}})};$$

$\bar{J}_1$ - первый инвариант тензора напряжений; $\bar{J}_2 (\partial \bar{\sigma}) = \frac{1}{2} \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}$ - второй инвариант девиатора напряжений; $\bar{S}_{ij} = \bar{\sigma}_{ij} - \frac{1}{3} \bar{J}_1 \delta_{ij}$; δ_{ij} - символ Кронекера; $\bar{J}_1 (T_{\bar{\epsilon}})$ - первый инвариант тензора упругой деформации; E , ν - модуль Юнга и коэффициент Пуассона, определяемые механическими свойствами составляющих сыпучий груз частиц.

Из выражения скорости диссипации механической энергии на единицу объема найден скалярный вариант

$$\lambda = \bar{J}_2^{1/2} (\partial \bar{\epsilon} \rho) / (\kappa - \bar{J}_2^{1/2} (\partial \bar{\sigma})),$$

где

$$\kappa = \bar{C} (3 \cos^2 \bar{\rho} / (3 + \sin^2 \bar{\rho}))^{1/2};$$

$\bar{J}_2 (\partial \bar{\epsilon} \rho)$ - второй инвариант девиатора пластической деформации; $\bar{C}$ и $\bar{\rho}$ - математическое ожидание коэффициента сцепления и угла внутреннего трения сыпучих грузов.

В § 3 предложены некоторые методы решения задач механики сыпучих грузов. Математические трудности, с которыми приходится сталкиваться при решении задач механики сыпучих грузов, обусловлены нелинейностью исходных уравнений и отсутствием граничных условий, достаточных для статической определенности задачи.

В работе предлагаются некоторые приближенные аналитические решения при определении поля напряжений в сыпучем грузе.

Уравнения равновесия и движения выразим через математические ожидания

$$\partial \bar{\sigma}_{ij} / \partial x_j = \bar{P}_i,$$

где $\bar{P}_i$ - математическое ожидание массовых сил.

Соответственно, условие предельного равновесия сыпучего груза примет вид

$$\alpha \bar{J}_1 + \bar{J}_2^{1/2} (\alpha \bar{\sigma}) - \kappa = 0.$$

Вводя функцию напряжений по формулам

$$\bar{\sigma}_{xx} = \frac{\partial^2 \bar{\Phi}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{\Phi}}{\partial z^2} + x \bar{P}_x; \quad \bar{\sigma}_{yy} = \frac{\partial^2 \bar{\Phi}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{\Phi}}{\partial z^2} + y \bar{P}_y;$$

$$\bar{\sigma}_{zz} = \frac{\partial^2 \bar{\Phi}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{\Phi}}{\partial y^2} + z \bar{P}_z; \quad \bar{\tau}_{xy} = -\frac{\partial^2 \bar{\Phi}}{\partial x \partial y};$$

$$\bar{\tau}_{xz} = -\frac{\partial^2 \bar{\Phi}}{\partial x \partial z}; \quad \bar{\tau}_{yz} = -\frac{\partial^2 \bar{\Phi}}{\partial y \partial z},$$

нетрудно убедиться, что уравнения равновесия тождественно удовлетворяются, а условие предельного равновесия при $\bar{J}_1 < 0$ примет вид

$$\alpha (2\Delta \bar{\Phi} + x \bar{P}_x + y \bar{P}_y + z \bar{P}_z) + \kappa = L(\bar{\Phi}),$$

где

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad - \text{оператор Лапласа};$$

$$L(\bar{\Phi}) = \sqrt{8} \left(\frac{\partial^2 \bar{\Phi}}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \bar{\Phi}}{\partial x^2} + x \bar{P}_x - y \bar{P}_y \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \bar{\Phi}}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \bar{\Phi}}{\partial y^2} + y \bar{P}_y - z \bar{P}_z \right)^2 +$$

$$+ \left(\frac{\partial^2 \bar{\Phi}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \bar{\Phi}}{\partial z^2} + z \bar{P}_z - x \bar{P}_x \right)^2 - \left(\left(\frac{\partial^2 \bar{\Phi}}{\partial x \partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \bar{\Phi}}{\partial x \partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \bar{\Phi}}{\partial y \partial z} \right)^2 \right)^{1/2}$$

Таким образом, задача сводится к решению нелинейного дифференциального уравнения в частных производных. Приближенное решение уравнения ищем в виде

$$\bar{\Phi} = \sum_{i=1}^n A_i \varphi_i(x, y, z),$$

где A_i - неопределенные коэффициенты, подлежащие определению, а $\varphi_i(x, y, z)$ - некоторая система заранее выбранных функций, удовлетворяющая всем граничным условиям и отражающая случайное распределение функции напряжений в сыпучем теле.

Для того, чтобы функция $\bar{\Phi}(x, y, z)$ являлась точным решением дифференциальных уравнений предельного равновесия необходимо,

чтобы уравнения тождественно удовлетворялись при подстановке в них решения, а это требование равносильно требованию ортогональности по всем функциям системы $\varphi_l(x, y, z)$ ($l = 1, 2, \dots$). Отсюда находим систему уравнений

$$\int_V (\alpha(2\Delta \bar{\Phi} + x \bar{P}_x + y \bar{P}_y + z \bar{P}_z) + \kappa - L(\bar{\Phi})) \varphi_l(x, y, z) dV = \\ = \int_V (\alpha(2\Delta(\sum_{i=1}^n A_i \varphi_i(x, y, z)) + x \bar{P}_x + y \bar{P}_y + z \bar{P}_z) + \kappa - \\ - L(\sum_{i=1}^n A_i \varphi_i(x, y, z))) \varphi_l(x, y, z) dx dy dz = 0,$$

которая служит для определения неопределенных коэффициентов A_i .

Поскольку в систему входит только n постоянных A_i ($i = 1, 2, \dots, n$), т.е. удовлетворяется только n условий ортогональности, то, определяя их из этой системы, находим приближенное решение.

Если уравнения предельного равновесия заданы в полярной системе координат, то, вводя функцию напряжений по формулам

$$\bar{U}_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \bar{\Phi}}{\partial \theta^2} + \frac{v}{r} (\bar{P}_r + \theta \bar{P}_\theta); \\ \bar{U}_\theta = \frac{\partial^2 \bar{\Phi}}{\partial r^2} + v \theta \bar{P}_\theta; \quad \bar{U}_{r\theta} = -\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \theta} \right),$$

решение задачи сводится к нелинейному дифференциальному уравнению

$$A(r, \theta) \left(\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \bar{\Phi}}{\partial \theta^2} \right) - B(r, \theta) \frac{\partial^2 \bar{\Phi}}{\partial r^2} + C(r, \theta) + L(\bar{\Phi}) = 0,$$

где

$$A(r, \theta) = \bar{P}_r - \theta \bar{P}_\theta - \sin^2 \bar{p} (\bar{P}_r + 3\theta \bar{P}_\theta + \frac{4}{3} \bar{H}); \\ B(r, \theta) = v (\bar{P}_r - \theta \bar{P}_\theta) + \sin^2 \bar{p} (v (\bar{P}_r + 3\theta \bar{P}_\theta) + 4\bar{H}); \\ C(r, \theta) = \frac{v^2}{4} (\bar{P}_r - \theta \bar{P}_\theta)^2 - \sin^2 \bar{p} \left(\frac{v}{2} (\bar{P}_r + 3\theta \bar{P}_\theta) + 2\bar{H} \right)^2; \\ L(\bar{\Phi}) = \frac{1}{r^2} \cos^2 \bar{p} \left(\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \bar{\Phi}}{\partial \theta^2} \right) - 2(1 + \sin^2 \bar{p}) \frac{\partial^2 \bar{\Phi}}{\partial r^2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial r} + \right. \\ \left. + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \bar{\Phi}}{\partial \theta^2} \right) + \cos^2 \bar{p} \left(\frac{\partial^2 \bar{\Phi}}{\partial r^2} \right)^2 + \frac{4}{r^2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \theta} - \frac{\partial^2 \bar{\Phi}}{\partial r \partial \theta} \right)^2;$$

$\bar{H}$ — математическое ожидание временного сопротивления растяжению.

Решение данного уравнения предлагается в виде

$$\bar{\Phi}(r, \theta) = \sum_{i=1}^n C_i \Psi_i(r, \theta),$$

где неопределенные коэффициенты C_i находятся из условия ортогональности по всем функциям Ψ_i .

$$\iint_{\Omega} [A(z, \theta) \left(\frac{\partial}{\partial z} \sum_{i=1}^n C_i \Psi_i(z, \theta) + \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \sum_{i=1}^n C_i \Psi_i(z, \theta) \right) - \\ - B(z, \theta) \frac{\partial^2}{\partial z^2} \sum_{i=1}^n C_i \Psi_i(z, \theta) + C(z, \theta) + \\ + L \left(\sum_{i=1}^n C_i \Psi_i(z, \theta) \right)] \Psi_i(z, \theta) z \, dz \, d\theta = 0.$$

Решение дифференциальных уравнений предельного равновесия позволяет по функции напряжений определить распределение напряжений в сыпучем теле. Подставляя найденные напряжения в уравнения состояния, получим систему двух дифференциальных уравнений относительно математических ожиданий составляющих скоростей $\bar{v}_x$,

$\bar{v}_y$, частиц сыпучей среды

$$\frac{\partial \bar{v}_x}{\partial x} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{v}_x}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial x} \right) \bar{\sigma}_1(x, y);$$

$$\frac{\partial \bar{v}_y}{\partial y} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{v}_x}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial x} \right) \bar{\sigma}_2(x, y),$$

где $\bar{\sigma}_1(x, y)$, $\bar{\sigma}_2(x, y)$ - известные функции от напряжений.

Решение системы позволяет определить распределение математических ожиданий скоростей при течении сыпучего материала по теории предельного равновесия.

Приближенное решение системы уравнений ищем в виде

$$\bar{v}_x = \sum_i A_i \Psi_i(x, y) + m x; \quad \bar{v}_y = \sum_j B_j X_j(x, y) + m y,$$

где A_i , B_j - неопределенные коэффициенты, подлежащие определению; $\Psi_i(x, y)$, $X_j(x, y)$ - некоторая система заранее выбранных функций, удовлетворяющая граничным условиям и отражающая действительное распределение скоростей при течении сыпучего материала; m - скалярный множитель.

Для того, чтобы функции являлись точным решением системы, необходимо, чтобы система тождественно удовлетворялась при подстановке в нее решений. Из условия ортогональности по всем функциям Ψ_i , X_j ($i, j = 1, 2, \dots$) находим систему уравнений для определения неопределенных коэффициентов

$$\iint_{\Omega} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\sum_i A_i \Psi_i(x, y) + m x \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\sum_j B_j X_j(x, y) + m y \right) \right] \Psi_i(x, y) X_j(x, y) \, dx \, dy = 0; \\ \iint_{\Omega} \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\sum_j B_j X_j(x, y) + m y \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\sum_i A_i \Psi_i(x, y) + m x \right) \right] \Psi_i(x, y) X_j(x, y) \, dx \, dy = 0,$$

где скалярный множитель μ находится из граничных условий.

В § 4 показана сходимость решений дифференциальных уравнений предельного равновесия методом последовательных приближений и дается сравнение с результатами вариационного метода, причем, установлено, что каждое последующее приближение дает поправку на порядок меньшую предыдущей и результат расчета постепенно приближается к результату, полученному вариационным методом.

Третья глава посвящена общей теории методов расчета напряженно-деформированного состояния конвейерных лент, основанной на использовании теории геометрически и физически нелинейных пластин и оболочек.

В § I рассмотрены общие выражения компонентов деформации, соответствующие сильному изгибу, и выражения компонентов деформации, когда углы поворота элементов пластины малы по сравнению с единицей.

Положения точек пластины в недеформированном состоянии определим их проекциями x , y , z на оси прямоугольной системы координат. В результате деформации точки пластины получают по координатным осям перемещения u , v , w . Окончательное положение некоторой точки пластины в декартовой системе определится следующими координатами

$$\xi = x + u(x, y, z); \quad \eta = y + v(x, y, z); \quad \zeta = z + w(x, y, z).$$

Лента при сильном изгибе в деформированном состоянии принимает форму оболочки, которая в трехмерном пространстве может быть описана криволинейными координатами α_1 , α_2 . Между материальными координатами x , y и α_1 , α_2 (до и после деформации) существует взаимно-однозначное соответствие

$$\begin{aligned} x &= x(\alpha_1, \alpha_2); & y &= y(\alpha_1, \alpha_2); \\ \alpha_1 &= \alpha_1(x, y); & \alpha_2 &= \alpha_2(x, y); \end{aligned}$$

Если координаты x , y выразить через координаты деформированного состояния α_1 , α_2 , то выражения для перемещений будут справедливы для оболочки, т.е. конвейерной ленты в деформированном состоянии, и общие выражения для компонентов деформации, соответствующие сильному изгибу, примут вид

$$E_{xx} = \hat{E}_{xx} + 2\mathcal{E}_{xx} + 2^2\mathcal{V}_{xx}; \quad E_{yy} = \hat{E}_{yy} + 2\mathcal{E}_{yy} + 2^2\mathcal{V}_{yy};$$

$$E_{xy} = \hat{E}_{xy} + 2\mathcal{E}_{xy} + 2^2\mathcal{V}_{xy},$$

где $\hat{\epsilon}_{xx}$, $\hat{\epsilon}_{yy}$, $\hat{\epsilon}_{xy}$ - удлинения и сдвиг срединного слоя пластины; $2\hat{\alpha}_{xx}$, $2\hat{\alpha}_{yy}$, $2\hat{\alpha}_{xy}$ - соответствуют удлинениям и сдвигам, линейно изменяющимся по толщине пластины, т.е. характеризуют изгиб и кручение; $\sqrt{\epsilon_{xx}} z^2$, $\sqrt{\epsilon_{yy}} z^2$, $\sqrt{\epsilon_{xy}} z^2$ - характеризуют нелинейное изменение по толщине деформаций, соответствующее линейному изменению перемещений.

В § 2 предложены зависимости между материальными координатами до и после деформации, когда плоская лента при сильном изгибе в деформированном состоянии принимает форму оболочки, которая в трехмерном пространстве описывается криволинейными координатами.

В § 3 записаны уравнения равновесия в усилиях и моментах первоначально плоской ленты в деформированном состоянии, т.е., когда лента имеет форму оболочки.

В § 4 представлены соотношения между усилиями, моментами и деформациями срединной поверхности.

Упругие свойства ленты определяются четырьмя независимыми параметрами: модулями упругости E_1 и E_2 при растяжении по двум взаимно-перпендикулярным главным направлениям x и y , модулем сдвига G и коэффициентом Пуассона ν_2 .

При изменении тяговых усилий упругие свойства ленты меняются по длине трассы транспортирования. Для практических расчетов зависимость с достаточной степенью точности можно считать линейной с точкой излома прямых при усилиях P порядка 10 дан/см

$$E_1 = K_1 P + \theta_1; \quad E_2 = K_2 P + \theta_2$$

где K_1 , K_2 , θ_1 , θ_2 - экспериментальные коэффициенты.

При рассмотрении напряженно-деформированного состояния вейерной ленты будем считать, что в данный момент времени зависимость между напряжениями и деформациями удовлетворяет соотношениям обобщенного закона Гука и для ортотропной ленты имеет вид

$$\sigma_{xx} = \frac{E_1}{1 - \nu_1 \nu_2} (\epsilon_{xx} + \nu_2 \epsilon_{yy}); \quad \sigma_{yy} = \frac{E_2}{1 - \nu_1 \nu_2} (\epsilon_{yy} + \nu_1 \epsilon_{xx});$$

$$\sigma_{xy} = G \epsilon_{xy}.$$

Подставляя компоненты деформации в уравнения состояния и интегрируя, находим соотношения между усилиями, моментами и деформациями срединной поверхности, соответствующими сильному из-

гибу

$$T_1 = \frac{E_1}{1 - \nu_1 \nu_2} \left[(\hat{E}_{xx} + \nu_2 \hat{E}_{yy}) h + (\nu_{xx} + \nu_2 \nu_{yy} + \frac{\mathcal{E}_{xx} + \nu_2 \mathcal{E}_{yy}}{R_2}) \frac{h^3}{12} \right];$$

$$T_2 = \frac{E_2}{1 - \nu_1 \nu_2} \left[(\hat{E}_{yy} + \nu_1 \hat{E}_{xx}) h + (\nu_{yy} + \nu_1 \nu_{xx} + \frac{\mathcal{E}_{yy} + \nu_1 \mathcal{E}_{xx}}{R_1}) \frac{h^3}{12} \right];$$

$$T_{2,1} = G \left[\hat{E}_{xy} h + (\nu_{xy} + \frac{\mathcal{E}_{xy}}{R_1}) \frac{h^3}{12} \right]; \quad T_{1,2} = G \left[\hat{E}_{xy} h + (\nu_{xy} + \frac{\mathcal{E}_{xy}}{R_2}) \frac{h^3}{12} \right];$$

$$M_1 = \frac{E_1}{1 - \nu_1 \nu_2} \left[(\mathcal{E}_{xx} + \nu_2 \mathcal{E}_{yy} + \frac{\hat{E}_{xx} + \nu_2 \hat{E}_{yy}}{R_2}) \frac{h^3}{12} + \frac{\nu_{xx} + \nu_2 \nu_{yy}}{R_2} \frac{h^5}{80} \right];$$

$$M_2 = \frac{E_2}{1 - \nu_1 \nu_2} \left[(\mathcal{E}_{yy} + \nu_1 \mathcal{E}_{xx} + \frac{\hat{E}_{yy} + \nu_1 \hat{E}_{xx}}{R_1}) \frac{h^3}{12} + \frac{\nu_{yy} + \nu_1 \nu_{xx}}{R_1} \frac{h^5}{80} \right];$$

$$M_{1,2} = G \left[(\mathcal{E}_{xy} + \frac{\hat{E}_{xy}}{R_2}) \frac{h^3}{12} + \frac{\nu_{xy}}{R_2} \frac{h^5}{80} \right];$$

$$M_{2,1} = G \left[(\mathcal{E}_{xy} + \frac{\hat{E}_{xy}}{R_1}) \frac{h^3}{12} + \frac{\nu_{xy}}{R_1} \frac{h^5}{80} \right]$$

где h - толщина ленты.

В § 5 предложены уравнения равновесия первоначально плоской ленты в деформированном состоянии, аналогичные уравнениям равновесия первоначально напряженных оболочек.

Поскольку лента при сильном изгибе в деформированном состоянии принимает форму оболочки, то уравнения равновесия ленты в деформированной системе координат аналогичны уравнениям равновесия оболочки линейной теории оболочек, т.е. уравнениям равновесия оболочек в недеформированном состоянии. Отсюда нагрузка

q_n , под действием которой деформированная лента находится в равновесии, определяется из уравнения

$$q_n = \frac{T_1}{R_1} + \frac{T_2}{R_2} - \frac{1}{A_1 A_2} \left[\frac{\partial}{\partial \alpha_1} \frac{1}{A_1} \left(\frac{\partial A_2 M_1}{\partial \alpha_1} + \frac{1}{A_1} \frac{\partial A_1^2 H}{\partial \alpha_2} - \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} M_2 \right) + \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial \alpha_2} \frac{1}{A_2} \left(\frac{\partial A_1 M_2}{\partial \alpha_2} - \frac{1}{A_2} \frac{\partial A_2^2 H}{\partial \alpha_1} - \frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2} M_1 \right) \right],$$

где R_1, R_2 - радиусы кривизны деформированной ленты; A_1, A_2 - параметры Ляме; T_1, T_2, M_1, M_2, H - усилия и моменты, приходящиеся на единицу длины линии срединной поверхности.

В рамках гипотез Кирхгофа-Лява представлены дифференциальные уравнения динамики деформированной ленты.

Исходя из условий работы конвейерных лент предложены уравнения движения, соответствующие полубезмоментной и безмоментной теории первоначально напряженных оболочек.

Четвертая глава посвящена решению обратных задач расчета нагрузки на обжимающие оболочки или роликоопоры от изгиба первоначально плоской ленты.

В § I изложен расчет нагрузки от изгиба первоначально плоской ленты в цилиндрическую оболочку кругового, эллипсоидального и параболического сечения с учетом ортотропности лент и изменения модулей упругости в зависимости от натяжения по длине ленты.

При свертывании ленты в круговую цилиндрическую оболочку радиуса R координаты точек срединной поверхности ленты до деформации, выраженные через координаты деформированного состояния, имеют вид

$$x = x; \quad y = R\varphi; \quad z = 0.$$

Координаты точек срединной поверхности после деформации в декартовой системе координат до деформации выразим через координаты деформированного состояния

$$\xi = x + C; \quad \eta = R \sin \varphi; \quad \zeta = R(1 - \cos \varphi);$$

где C — некоторая постоянная.

Отсюда перемещения точек срединной поверхности ленты равны

$$u = C; \quad v = R(\sin \varphi - \varphi); \quad w = R(1 - \cos \varphi),$$

а компоненты деформации будут

$$\hat{\epsilon}_{xx} = \hat{\epsilon}_{yy} = \hat{\epsilon}_{xy} = \hat{\epsilon}_{xz} = \hat{\epsilon}_{yz} = \hat{\epsilon}_{zx} = \hat{\epsilon}_{zy} = 0;$$

$$\hat{\epsilon}_{yy} = -\frac{1}{R}; \quad \hat{\gamma}_{yy} = \frac{1}{2R^2}.$$

Подставляя компоненты деформаций в выражения усилий и моментов геометрически нелинейных оболочек, представим усилия и моменты в виде

$$T_1 = -\frac{E_1 \nu_2}{1 - \nu_1 \nu_2} \frac{h^3}{24R^2}; \quad T_2 = \frac{E_2}{1 - \nu_1 \nu_2} \frac{h^3}{24R^2};$$

$$M_1 = \frac{E_1 \nu_2}{1 - \nu_1 \nu_2} \left(-\frac{h^3}{12R} + \frac{h^5}{160R^3} \right); \quad M_2 = -\frac{E_2}{1 - \nu_1 \nu_2} \frac{h^3}{12R};$$

$$T_{21} = T_{12} = S = 0; \quad M_{12} = M_{21} = H = 0.$$

Из уравнений равновесия цилиндрической оболочки (деформированной ленты) определяем нагрузку, при которой лента переходит в цилиндрическую оболочку радиуса R

$$q_n = E_2 h^3 / (1 - \nu_1 \nu_2) 24 R^3.$$

Определение нагрузки при изгибе ленты в трубу эллипсоида-

льного и параболического сечения находится в работе численно по методике, изложенной выше, с учетом, что радиус кривизны есть величина переменная, зависящая от φ

$$q_n = \frac{T_2}{R} - \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial M_2}{\partial \varphi} \right).$$

В § 2 предложен расчет нагрузки при изгибе первоначально плоских лент на криволинейном участке в оболочки положительной и отрицательной гауссовой кривизны.

Координаты деформированного состояния в декартовой системе координат до деформации имеют вид

$$\xi = z \sin \theta; \quad \eta = R \sin \varphi; \\ \zeta = z(1 - \cos \theta) \pm R(1 - \cos \varphi),$$

где R - радиус кривизны лент в поперечном сечении.

Тогда перемещения точек срединной поверхности будут

$$\dot{u} = z(\sin \theta - \theta); \quad \dot{v} = R(\sin \varphi - \varphi); \\ \dot{w} = z(1 - \cos \theta) \pm R(1 - \cos \varphi).$$

Знак плюс соответствует положительной, а минус - отрицательной гауссовой кривизне.

Находя компоненты деформации, усилия и моменты и подставляя их в уравнения равновесия, определяем усилия сопротивления движению лент на криволинейном участке, вызванные изгибом первоначально плоских лент

$$q_n = 2 \int_0^{\beta_0} \int_0^{\alpha} q_n z R d\theta d\varphi,$$

где β_0 - центральный угол криволинейного участка.

В § 3 дан расчет нагрузки при изгибе первоначально плоской ленты в тороидальную оболочку

$$q_n = \frac{T_2}{z} + \frac{T_2}{R} - \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial M_1}{z \partial \theta} + \frac{\partial H}{R \partial \varphi} \right) - \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\partial M_2}{R \partial \varphi} + \frac{\partial H}{z \partial \theta} \right),$$

где z - радиус кривизны криволинейного участка; R - внутренний радиус трубы.

Усилие сопротивления движению ленты на криволинейном участке находится интегрированием предыдущего выражения по φ и θ .

По результатам вычислительного эксперимента предложен ряд упрощенных, но достаточно точных формул для инженерных расчетов, заменяющих сложные процедуры расчета нагрузки от изгиба на ЭВМ.

П я т а я г л а в а посвящена вопросам устойчивости сы-

пучего груза на полотне движущихся лент крутонаклонных конвейеров.

В § I изложена методика расчета необходимого прижимающего давления для устойчивости сыпучих грузов на полотне крутонаклонных движущихся лент при повышенном давлении между грузом и лентой с учетом динамических сил, возникающих в момент пуска и при равномерном движении ленты с грузом по роликоопорам.

Сыпучий груз на рабочем полотне находится в наименее устойчивом состоянии в момент пуска, т.е., когда главный вектор массовых сил направлен в сторону противоположную движению. Для определения массовых сил, возникающих при движении по роликоопорам, и исследовании влияния их на устойчивость сыпучего груза, рассмотрим напряженно-деформированное состояние ленты.

Рассматривая ленту как гибкую ортотропную цилиндрическую первоначально напряженную оболочку, запишем дифференциальные уравнения ее изгиба

$$\frac{D_1}{h} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{D_3}{h} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{D_2}{h} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} -$$

$$- 2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{q - q_n}{h};$$

$$\delta_2 \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} + 2 \delta_3 \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^2 \partial y^2} + \delta_1 \frac{\partial^4 \phi}{\partial y^4} = \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2},$$

где $D_1 = E_1 h^3 / 12 (1 - \nu_1 \nu_2)$; $D_2 = E_2 h^3 / 12 (1 - \nu_1 \nu_2)$;
 $D_3 = D_1 \nu_2 + \frac{1}{6} G h^3$; $\delta_1 = 1/E_2$; $\delta_2 = 1/E_1$; $\delta_3 = \frac{1}{2} \theta - \nu_1/E_1$;
 q - нагрузка от сыпучего груза; q_n - нагрузка от изгиба первоначально плоской ленты на роликовых опорах.

Считая, что лента изгибается по цилиндрической поверхности и шарнирно закреплена на роликовых опорах, и решая систему методом Бубнова-Галеркина, находим зависимость между стрелой прогиба и интенсивностью нагрузки.

$$\chi = \frac{2B(q + q_n)/\pi h}{\frac{B}{2} \left(\frac{\pi}{t} \right)^2 \left[\frac{D_1}{h} \left(\frac{\pi}{t} \right)^2 + \frac{S}{Bh} \right] + \frac{4P}{\delta_2} (\sin \alpha - \frac{1}{3} \sin^3 \alpha)},$$

где B - ширина ленты; t - расстояние между роликовыми опорами; S - натяжение ленты; α - угол наклона боковых роликов; $P = \frac{q}{2} (\alpha + \theta \cot \alpha)^2$; θ - длина наклонного ролика; α - половина длины горизонтального ролика.

Зная траекторию движения сыпучего груза, находим нормальное ускорение, характеризующее изменение скорости по направлению и направленное в каждой точке траектории по нормали к ней.

Интегрируя дифференциальные уравнения напряжений в условии предельного равновесия, находим прижимающее давление, необходимое для устойчивости сыпучего груза, с учетом динамических сил, возникающих в момент пуска и при движении ленты по роликовым опорам

$$q \geq [\gamma(\sin \beta + \frac{a_x}{g})H - \gamma H(\cos \beta - \frac{a_x}{g})\tan \rho - c]/(\tan \rho + \mu),$$

где γ - объемная масса сыпучего груза; β - угол наклона; a_x - ускорение в момент пуска; g - ускорение свободного падения; H - максимальная толщина слоя транспортируемого груза; ρ , c - угол внутреннего трения и коэффициент сцепления сыпучего груза; μ - коэффициент трения груза о ленту; a_n - нормальное ускорение на роликоопоре.

Из условий устойчивости сыпучего груза найдены предельные углы наклона движущейся ленты, угол естественного откоса сыпучей среды со сцеплением и доказано равенство угла естественного откоса и угла внутреннего трения для идеально сыпучей среды.

Рассмотрены условия предельного равновесия при оценке устойчивости сверху и снизу.

В работе рассмотрено еще несколько решений уравнений изгиба лент. Если нагрузка от груза и сил прижатия переменная

$$q_n = (q + \gamma H \cos \beta) \cos \frac{\pi y}{B},$$

то решение ищется в виде

$$w = \sum_k \frac{f_k}{2} \left(1 - \cos \frac{2k\pi x}{l} \right).$$

При рассмотрении "развала" ленты между роликоопорами нагрузка от изгиба первоначально плоских лент суммируется с нагрузкой от сыпучего груза и решение ищем в виде ряда

$$w = \sum_k f_k(y) \sin \frac{k\pi x}{l}$$

Раскладывая нагрузку в ряды Фурье, решение сводится к дифференциальному уравнению 4-го порядка, где постоянные интегрирования находятся из граничных условий.

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0; \quad \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + (\nu_1 + \frac{4G}{E_2}(1 - \nu_1 \nu_2)) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2 \partial y} = 0, \quad 15$$

т.е. для совершенно свободной кромки.

В работе рассмотрен случай, когда лента изгибается в цилиндрическую оболочку параболического сечения, причем, решение при исследовании "развала" ленты для случая прижатия по середине между роlikоопорами берется в виде

$$w = f_1 \sin \frac{\pi x}{L} + f_2 \sin \frac{\pi x}{L} \sin^2 \frac{\pi y}{B},$$

а если сыпучий груз удерживается собственным весом прижимной ленты, то в виде

$$w = f_1 \sin^2 \frac{\pi x}{L} + f_2 \sin^2 \frac{\pi x}{L} \sin^2 \frac{\pi y}{B}.$$

Из условий допустимого прогиба лент найдено максимальное расстояние между роlikоопорами.

В § 2 рассмотрен случай движения ленты при постоянной нагрузке на роlikоопоры, т.е. квазистатический режим работы. Из решения уравнения изгиба

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\mathcal{D}_3 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \mathcal{D}_2 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{S}{B} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \frac{S}{B} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{1}{2} \frac{q}{BR} + \\ + q + q_n - q_n \cos \frac{2\pi y}{B} + \frac{1}{8} (q_n + 8H \cos \beta \cos \frac{\pi y}{B}) \frac{d^2 w}{dx^2} \end{aligned} \quad v^2$$

методом Бубнова-Галеркина найдены прогибы, критическая скорость и критическое значение поперечной нагрузки

$$v_k = (q/2 (\mathcal{D}_1 (\frac{L}{B})^2 + \frac{S}{B}) / (\frac{1}{2} q_n + \frac{1}{8} 8H \cos \beta))^{\frac{1}{2}};$$

$$q_k = q/2 (\mathcal{D}_1 (\frac{L}{B})^2 + \frac{S}{B}) / v^2,$$

где v - скорость движения ленты; q - нагрузка от сыпучего груза и сил прижатия; q_n - нагрузка от веса ленты.

В работе рассмотрен случай, когда груз удерживается собственным весом прижимной ленты июгда прижимающее давление переменное.

В § 3 исследована устойчивость сыпучего груза на полотне движущейся ленты, т.е. на полотне трубчатого крутонаклонного конвейера.

Интегрируя дифференциальные уравнения движения сыпучего груза в момент пуска полностью загруженного конвейера, находим необходимое обжимающее давление

$$q = \frac{8\mathcal{D}(\sin \beta + q_k / q - \cos \beta \tan \rho) - c}{\tan \rho + f_L},$$

где D - диаметр трубы, находится из требуемой производительности.

Интегрируя систему уравнений изгиба ленты методом Бубнова-Галеркина, из условия равенства нулю взаимного расхождения кромок ленты при $x = l/2$ находим зависимость между натяжением и расстоянием между роликовыми опорами

$$\frac{1}{E_2} A_2 \left(\frac{2l}{t}\right)^2 - \frac{1}{E_2} A_2 \left(\frac{l}{t}\right)^2 - \frac{1}{E_2} (A_1 B^2 + \frac{S}{hB}) + \frac{1}{2R} l - \frac{1}{4} l^2 \left(\frac{1}{B}\right)^2 = 0,$$

где

$$A_2 = -\frac{3}{64} \frac{l^2}{\delta_2} \left(\frac{1}{B}\right)^2 ; \quad A_2 = \frac{l}{2R \delta_2} \left(\frac{1}{t}\right)^2 ;$$

χ - величина прогиба ленты между роликовыми опорами.

Разрешая это уравнение относительно t , находим методом итераций максимально допустимое расстояние между роликовыми опорами при имеющемся натяжении ленты, а разрешая относительно S , находим минимально допустимое натяжение ленты при заданном расстоянии между роликовыми опорами.

В § 4 рассмотрена устойчивость сыпучего груза между двумя наклонными лентами, которые при наличии начального прогиба обжимают за счет натяжения лент сыпучий груз.

Если стрела прогиба χ задается, то из решения уравнений изгиба лент методом Бубнова-Галеркина находим минимально допустимое натяжение для верхней и нижней ленты

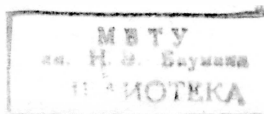
$$S_{в.н.} = \left[2B \frac{q_{в.н.} + q_n}{\pi h} - 4P \frac{\chi}{\delta_2} \sin \alpha \left(1 - \frac{1}{3} \sin^2 \alpha\right) - \frac{B}{2} \frac{D}{h} \chi \left(\frac{1}{t}\right)^2 \right] / \frac{1}{2h} \left(\frac{1}{t}\right)^2,$$

где $q_{в.н.}$ - необходимое для удержания сыпучего груза в устойчивом положении прижимающее давление, соответственно, для верхней и нижней ленты.

Если стрела прогиба, соответствующая перегибу лент, неизвестна, то интегрируя первое уравнение изгиба лент методом Бубнова-Галеркина при заданном натяжении, она может быть определена из выражения

$$\chi = \frac{2B(q_{в.н.} + q_n) / \pi h}{\frac{B}{2} \left(\frac{1}{t}\right)^2 \left[\frac{D}{h} \left(\frac{1}{t}\right)^2 + \frac{q_{в.н.}}{B h} \right] + \frac{4P}{\delta_2} \left(\sin \alpha - \frac{1}{3} \sin^3 \alpha \right)}$$

При нахождении стрелы прогиба нижней и верхней ленты в зависимости от натяжения и расстояния между роликовыми опорами



следует брать ее наибольшее значение.

В § 5 исследована устойчивость сыпучего груза на полотно движущихся лент, образующих короб параболического сечения, т.е. на рабочем участке двухленточных конвейеров с подпором.

Используя функцию напряжений, система уравнений движения на крутонаклонном участке с учетом массовых сил, возникающих при пуске полностью загруженного конвейера, тождественно удовлетворяется и задача сводится к решению дифференциального уравнения предельного равновесия.

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{2}{\sin \rho} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \gamma x (\sin \beta + a_x/g) + \gamma z \cos \beta + 2H = 0.$$

При рассмотрении криволинейного участка воспользуемся уравнениями предельного равновесия в цилиндрических координатах. С целью упрощения принимаем, что напряженное состояние на криволинейном участке, представляющем узкий длинный сосуд, не зависит от изменения координаты φ . В этом случае исходная система уравнений движения и условие предельного равновесия примут вид

$$\frac{\partial \tau_{z\theta}}{\partial \theta} = z \gamma \sin \theta; \quad \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + 2 \tau_{z\theta} = z \gamma (\cos \theta - a_\theta/g);$$

$$2 \tau_{z\theta} = \sin \rho (U_z + \sigma_\theta + 2H),$$

где a_θ — ускорение по модулю, равное a_x .

При нахождении длины участка подпора в уравнениях движения сыпучего груза на пологонаклонном участке полагаем, что напряженное состояние изменяется незначительно по оси z

$$\frac{d\sigma_x}{dx} = \gamma (\sin \beta_1 + a_x/g); \quad \frac{d\tau_{xz}}{dx} = \gamma \cos \beta_1,$$

где β_1 — угол наклона загрузочного участка.

Постоянные интегрирования при решении этих систем находятся из условий плавного сопряжений рассматриваемых участков.

Минимальная длина загрузочного участка находится из условий равенства усилий, действующих от криволинейного участка и усилий, удерживающих сыпучий груз на загрузочном участке

$$S = P_k / 2B\gamma_1 \left\{ \frac{2}{\sin \rho} \left[\gamma \frac{S}{2} \cos \beta_1 + z \gamma (\cos \theta_1 - \cos \theta_0) \right] - \gamma \frac{S}{2} (\sin \beta_1 + a_x/g) - \sigma_\theta - 2H \right\},$$

где P_K - усилия от криволинейного участка; $\theta_* = \frac{\pi}{2} + \beta$; $\theta_0 = \frac{\pi}{2} + \beta_1$;

γ - радиус кривизны криволинейного участка.

В § 6 представлен расчет устойчивости сыпучего груза на полотне движущейся трубчатой ленты, т.е. на рабочем участке трубчатых конвейеров с подпором.

Удержание груза на рабочем полотне трубчатых крутонаклонных конвейеров с подпором осуществляется на криволинейном и загрузочном участках по принципу сообщающихся сосудов.

Для конвейеров с подпором груза на криволинейном участке длину криволинейного участка, необходимую для устойчивого транспортирования, находим из условия равенства усилий, действующих от наклонного участка, соответственно, с круговой формой поперечного сечения и с эллипсоидальной $P_{\kappa,в}$, $P_{\kappa,в}$ и усилий $P_{\kappa,г}$, $P_{\kappa,г}$, удерживающих сыпучий груз от выталкивания на криволинейном участке

$$2\theta_K = \frac{P_{\kappa,в} - P_{\kappa,г}}{2\pi f_1 R} ; \quad 2\theta_g = \frac{P_{\kappa,в} - P_{\kappa,г}}{4\alpha f_1 E(\epsilon)} ,$$

где $E(\epsilon)$ - эллиптический интеграл 2-го рода.

При нахождении необходимого подпора для конвейеров с подпором сыпучего груза на горизонтальном или пологонаклонном загрузочном участке, минимальная длина загрузочного участка, необходимая для устойчивого транспортирования, находится из условия равенства усилий, действующих от криволинейного участка $P_{\kappa,г}$, $P_{\kappa,г}$ и усилий, удерживающих сыпучий материал на загрузочном участке.

Для кругового сечения минимальная длина загрузочного участка равна

$$S_K = P_{\kappa,в} / 2\pi f_1 R \left\{ \frac{2}{\sin \rho} \left[\gamma \frac{S}{2} \cos \beta_1 + 2\gamma (\cos \theta_* - \cos \theta_0) \right] - \gamma \frac{S}{2} (\sin \beta_1 + \frac{a_x}{g}) - \sigma_{\theta K}^0 - 2H \right\},$$

а для эллипсоидального имеет вид

$$S_g = P_{\kappa,в} / 4\alpha f_1 a_2 E(\epsilon) \left\{ \frac{2}{\sin \rho} \left[\gamma \frac{S}{2} \cos \beta_1 + 2\gamma (\cos \theta_* - \cos \theta_0) \right] - \gamma \frac{S}{2} (\sin \beta_1 + \frac{a_x}{g}) - \sigma_{\theta g}^0 - 2H \right\}.$$

В реферируемой работе предложен метод расчета длины загрузочного участка с учетом нелинейности исходных уравнений. Начальные приближения для этого случая берутся из предыдущих выражений.

Шестая глава посвящена расчету распределения давления от сыпучего груза.

В § I предложен аналитический метод расчета по теории предельного равновесия давления сыпучего груза на перегородки и ленту с учетом динамических сил, возникающих в процессе движения.

Поскольку массовые силы направлены в сторону обратную направлению транспортирования, перпендикулярно перегородке, то вносятся их наибольшие значения в правые части уравнений равновесия, получим уравнения движения сыпучего груза, которые в системе координат ξ, ζ примут вид

$$\frac{\partial \sigma_{\xi}}{\partial \xi} + \frac{\partial \tau_{\xi\zeta}}{\partial \zeta} = -\gamma a; \quad \frac{\partial \tau_{\xi\zeta}}{\partial \xi} + \frac{\partial \sigma_{\zeta}}{\partial \zeta} = \gamma b.$$

Присоединяя сюда условие предельного равновесия и представляя неизвестные напряжения как производные от функции напряжений, нетрудно убедиться, что уравнения равновесия тождественно удовлетворяются, а условие предельного равновесия сводится к нелинейному дифференциальному уравнению

$$d_1 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} + d_2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \zeta^2} = d_3 + L(\phi),$$

где d_1, d_2, d_3 - переменные коэффициенты.

Применяя метод последовательных приближений к решению нелинейного дифференциального уравнения и представляя решение в виде ряда на каждом этапе приближения, находим распределение давления по перегородке и ленте в продольной плоскости конвейера

$$P''(a, z) = 6\gamma R_2 (h - z \cos \delta) \cos \left(\frac{\pi z}{2a} \sin \delta \right);$$

$$P''(x, a) = -\gamma B_2 (h - x \sin \delta)^3 \left(\frac{\pi x}{2b} \right)^2 \cos \left(\frac{\pi x}{2b} \cos \delta \right) + \gamma (h - x \sin \delta) b,$$

где R_2, B_2 - постоянные интегрирования;

$$b = h \operatorname{ctg} \delta; \quad a = h \operatorname{tg} \delta;$$

h - максимальная толщина сыпучего тела.

В § 2 при рассмотрении напряженного состояния сыпучего груза на полотне конвейера с погруженными скребками, решение урав-

нений предельного равновесия находится методом последовательных приближений с представлением решения в виде ряда на каждом этапе приближения. Решение для вертикально-крутонаклонного участка ищем в виде

$$\Phi_n = A_n \left(\cos \frac{\pi z}{h} + \sin^2 \frac{\pi z}{h} \right) x^3,$$

а для горизонтально-пологонаклонного в виде

$$\Phi_n = B_n \left(\cos \frac{\pi x}{\ell} + \sin^2 \frac{\pi x}{\ell} \right) z^3,$$

где ℓ - расстояние между скребками;

h - высота короба.

Отсюда распределение давлений на нижнее, верхнее дно и скребок вертикально-крутонаклонного участка равно

$$P_{н.в} = 6\gamma A_n x \pm \gamma \frac{h}{2} \cos \beta;$$

$$P_c = \gamma \ell \left[A_n \left(\frac{\pi \ell}{h} \right)^2 \left(2 \cos \frac{2\pi z}{h} - \cos \frac{\pi z}{h} \right) + \sin \beta + \frac{\alpha x}{g} \right];$$

а горизонтально-пологонаклонного

$$P_n = \gamma h \left[B_n \left(\frac{\pi h}{\ell} \right)^2 \left(2 \cos \frac{2\pi x}{\ell} - \cos \frac{\pi x}{\ell} \right) + \cos \beta \right];$$

$$P_c = 6\gamma B_n z + \gamma \frac{\ell}{2} \left(\sin \beta + \frac{\alpha x}{g} \right).$$

В реферируемой работе рассмотрен расчет погонной нагрузки на криволинейных участках, а также предложен расчет в случае трубчатого короба.

В § 3 при рассмотрении бункерной задачи предлагается пространственную задачу расчленить на ряд плоских задач. Методизация функции напряжений позволяет свести систему уравнений предельного равновесия к нелинейному уравнению в частных производных с переменными коэффициентами

$$A(x) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + B(x) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - C(x) + L(\Phi),$$

где $A(x) = 2(x + (2H + x) \sin^2 \rho)$;

$$B(x) = 2((x + 2H) \sin^2 \rho - x);$$

$$C(x) = x^2 (x + 2H)^2 \sin^2 \rho;$$

$$L(\Phi) = \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right)^2 + 4 \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \right)^2 - \sin^2 \rho \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right)^2$$

и решить его методом последовательных приближений, представ-
ляя решение на каждом этапе приближений в виде ряда.

В § 4 при исследовании распределения давления от сыпучего
груза по перегородке и ленте предложен вариационный метод ре-
шения дифференциального уравнения предельного равновесия.

Вводя функцию напряжений, решение дифференциального урав-
нения предельного равновесия сводится к интегрированию по пло-
щади поперечного сечения выражения

$$\int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} (2((x P_x + y P_y + 2H) \sin^2 \rho + x P_x - y P_y) \mathcal{D} x - \\ - (x P_x - y P_y)^2 + \sin^2 \rho (x P_x + y P_y + 2H)^2 - 36 \mathcal{D}^2 x^2 \cos^2 \rho) x^3 dx dy = 0,$$

где $\mathcal{D}$ - искомая постоянная интегрирования.

В § 5 предложен вариационный метод исследования поля нап-
ряжений в бункерных установках конической формы.

Если бункерная установка состоит из нескольких цилиндриче-
ских и конических секций, то поле напряжений может быть найдено
по формулам

$$\sigma_x = \gamma(x + \sum_i h_i); \quad \sigma_y = 6(\mathcal{D}_{i+1} x + \sum_i \mathcal{D}_i h_i),$$

где h_i - высота секции, начиная от свободной поверхности
сыпучего груза; $\mathcal{D}_i$ - постоянная интегрирования для
 i -й секции; координата x отсчитывается от начала
очередной секции.

В случае пространственной задачи решение сводится к ин-
тегрированию дифференциального уравнения

$$\alpha(2(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}) + x\gamma) + K = \sqrt{6}((\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - \\ - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + x\gamma)^2 + (\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2})^2 + (\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - x\gamma)^2 + \\ + 6((\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y})^2 + (\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z})^2 + (\frac{\partial^2 \phi}{\partial y \partial z})^2))^{1/2},$$

решение которого предлагается находить вариационным методом.

В седьмой главе с помощью множителей Лаг-
ранжа разработана методика расчета оптимальных геометрических
параметров ленты с перегородками в зависимости от требуемой
производительности и формы поперечного сечения ленты.

Рассмотрим случай плоской ленты с перегородками. Считаем, что свободная поверхность сыпучего груза ограничена параболическим цилиндром

$$z = H - \rho y^2 - x \operatorname{tg} \delta,$$

направляющая которого составляет угол естественного откоса сыпучего груза ρ с плоскостью ленты (осью y), а образующие наклонены к продольной оси конвейера x под углом δ ; ρ - параметр параболы; H - наибольшая высота груза по перегородке.

Поскольку оптимальные расстояния между перегородками и ширина ленты неизвестны, то объем сыпучего груза между перегородками вычисляет с переменными пределами интегрирования

$$V_L = 2 \int_0^x dx \int_0^{(8^2/4 - \operatorname{tg} \delta \operatorname{ctg} \rho B x)^{1/2}} z dy.$$

С другой стороны, известно, что объем груза при заданной производительности Q равен

$$V = Qx / 3600 \gamma \psi K,$$

где K - коэффициент, учитывающий объем перегородки;

x - расстояние между перегородками.

Погонная масса ленты с перегородками равна

$$\Pi = \gamma_n h_n B + \gamma_n h_n S_n / x,$$

где γ_n , γ_n , h_n , h_n - объемная масса и толщина ленты и перегородок; S_n - минимальная площадь перегородки, необходимая для удержания груза.

Минимум функции погонной массы переменных x , B , подчиненных уравнению связи $V - V_L = 0$, находим с помощью метода множителей Лагранжа. Необходимое условие минимума имеет вид

$$\partial \Phi / \partial x = \partial \Phi / \partial B = 0,$$

где $\Phi = \Pi + \lambda (V - V_L)$; λ - множитель Лагранжа.

Решение этой системы уравнений методом итераций дает искомый минимум функции погонной массы ленты. Начальные приближения x_L , B_L находятся из условия отсутствия свободного от сыпучего груза пространства между перегородками.

Для ленты с продольными вертикальными бортами объем сыпучего груза между перегородками в случае, если расстояние между ними $x > (H - \rho \alpha^2) \operatorname{ctg} \delta$, равен

$$V_1 = 2 \int_0^x \int_0^y \int_0^z dV + 2 \int_0^x \int_0^y \int_0^z dV,$$

а если

$$x \leq (H - \rho \alpha^2) \operatorname{tg} \delta$$

$$V_1 = \alpha(2/3 \alpha \operatorname{tg} \rho + 2 \delta - x \operatorname{tg} \delta) x,$$

где δ - высота борта; α - половина ширины ленты.

Необходимое условие минимума функции Π при ограничениях

$$f_1(x, \alpha, \delta) = V_1 - V = 0; \quad f_2(x, \alpha, \delta) = V_2 - V = 0$$

имеет вид

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} = \frac{\partial \Phi}{\partial \delta} = 0,$$

где $\Phi = \Pi + \lambda (f_1 \vee f_2)$.

Решение системы уравнений методом итераций относительно x , α , δ , λ дает искомый минимум функции Π .

В диссертационной работе рассмотрены еще четыре вида лент, когда продольные ребра наклонены под углом α , лента лежит на трехроlikовой опоре и изгибается по параболе, лента имеет V -образное сечение и роlikоопоры изгибают ленту по окружности.

Если в рассматриваемой конструкции заданы, например, угол наклона бокового ролика α или высота наклонного ребра δ , то в соответствующих условиях минимума функции погонной массы и итерационных циклах их следует принимать за постоянные величины.

Первая глава второго тома является вводной и отражает состояние вопроса, касающегося обзора конструкций крутонаклонных конвейеров и существующих методов их расчета. Глава заканчивается выводами, в которых кратко сформулировано состояние вопроса и основные направления дальнейших исследований.

Вторая глава посвящена рассмотрению конструкции и методике расчета конвейеров с прижимной лентой на ЭВМ. Дается подробное описание программ, разъясняется принцип их работы, приводится вычислительный эксперимент, позволяющий рассчитывать оптимальные характеристики конвейеров.

С целью проверки методика расчета конвейеров с прижимной лентой сравнивалась с результатами экспериментов, полученных в УкрНИИпроекте на экспериментальной и на промышленной установках.

Третья глава посвящена рассмотрению двухлен-

точных конвейеров с обжатием груза лентами и с подпором груза на загрузочном участке.

Приведены примеры расчета опытно-промышленных установок, изготовленных и опробованных в СЗПИ. Дана количественная и качественная оценка разработанных методов расчета.

Ч е т в е р т а я г л а в а посвящена расчету трубчатых конвейеров с обжатием сыпучего груза и трубчатых конвейеров с подпором сыпучего груза на загрузочном участке.

В п я т о й г л а в е дан расчет оптимальных геометрических параметров рабочего полотна крутонаклонных конвейеров с перегородками.

Разработана методика расчета оптимальных геометрических характеристик рабочего полотна для случаев, когда какой-либо параметр задан, исходя из условий эксплуатации, и пересчету на подлежит.

Ш е с т а я г л а в а посвящена рассмотрению конструкции и методам расчета ленточно-цепных конвейеров.

Приведен пример расчета опытно-промышленной установки, изготовленной в СЗПИ, и подтверждающий эффективность использования разработанной методики.

С е д ь м а я г л а в а посвящена рассмотрению конструкции и методам расчета на ЭВМ скребковых конвейеров.

Работа программ проиллюстрирована рядом характерных примеров расчета конвейеров, опробованных во ВНИПТМаше и ЛМВТе. Дается сравнительная оценка с другими методами, наглядно подтверждающая эффективность предложенной методики расчета.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертации получены следующие основные научные результаты:

1. Использование математического аппарата статистической механики сплошной среды применительно к сыпучим грузам позволило добиться значительного сокращения разрыва между теоретическими и экспериментальными результатами, наблюдающегося при использовании теории, основанной на гипотезе сыпучего тела.

2. На основании ассоциированного закона течения и условия предельного равновесия в форме Губера-Мизеса выведены уравнения состояния сыпучих грузов с упрочнением. Из выражения скорости

диссипации механической энергии на единицу объема найден скалярный инвариант.

3. Предложены условия специального предельного равновесия применительно к условиям устойчивости сыпучего груза на полотно крутонаклонных конвейерных лент.

4. При рассмотрении задач механики сыпучих грузов предлагается использование функции напряжений при решении уравнений предельного равновесия и движения методом последовательных приближений, т.е. задача сведена к нелинейному дифференциальному уравнению предельного равновесия, решение которого основана на последовательной линеаризации решений, получаемых методом разделения переменных или в рядах.

5. Разработан вариационный метод решения нелинейных дифференциальных уравнений предельного равновесия сыпучего груза для пространственного случая.

6. На частном примере показана сходимость решений уравнений и предельного равновесия методом последовательных приближений и дано сравнение с результатами вариационного метода, причем, установлено, что каждое последующее приближение дает поправку на порядок меньшую предыдущей и результат постепенно приближается к результату, полученному вариационным методом.

7. Получена система двух дифференциальных уравнений относительно составляющих скоростей частиц сыпучего груза, решение которой позволяет определить распределение скоростей при течении сыпучего материала по теории предельного равновесия.

8. Предложен вариационный метод решения системы дифференциальных уравнений относительно составляющих скоростей частиц сыпучего груза, с помощью которого задача сводится к решению однородной системы алгебраических уравнений.

9. Система уравнений предельного равновесия в полярной системе координат с помощью функции напряжений сведена к нелинейному дифференциальному уравнению предельного равновесия, решение которого предлагается находить вариационным методом.

10. Предложена общая теория методов расчета напряженно-деформированного состояния конвейерных лент, основанная на использовании теории геометрически и физически нелинейных пластин и оболочек.

II. Разработан метод решения обратных задач расчета нагруз-

ки на обжимающие оболочки или роликоопоры от изгиба первоначально плоской ленты в цилиндрическую оболочку кругового, эллипсоидального и параболического сечения с учетом ортотропности лент и изменения модулей упругости в зависимости от натяжения по длине ленты.

12. Предложен расчет нагрузки при изгибе первоначально плоских лент на криволинейном участке в оболочки, имеющие положительную и отрицательную гауссову кривизну, и тороидальную оболочку.

13. Разработана методика расчета необходимого обжимающего давления для устойчивости сыпучих грузов на полотне крутонаклонных движущихся лент с повышенным давлением между грузом и лентой с учетом динамических сил, возникающих в момент пуска и при равномерном движении ленты с грузом по роликоопорам.

14. Исследована устойчивость сыпучего груза на полотне движущихся лент с подпором груза на загрузочном участке и предложена методика расчета минимального угла и длины участка подпора, требуемого для устойчивости, минимального натяжения лент и из условия непроспания груза максимального расстояния между роликоопорами.

15. При рассмотрении напряженно-деформированного состояния лент предлагается использовать вариационные методы, что позволяет получить расчетные величины в виде аналитических зависимостей, удобных при проведении проверочных расчетов устойчивости сыпучего груза, с учетом динамики процесса транспортирования и изменения модулей упругости по длине ленты в зависимости от натяжения.

16. Из условий устойчивости сыпучего груза найдены предельные углы наклона движущейся ленты и доказано равенство углов внутреннего трения и естественного откоса идеально сыпучего груза.

17. Предложены решения задач изгиба лент для различных условий нагрузки и рассмотрены задачи "развала" лент между роликоопорами.

18. Рассмотрен квазистатический режим работы лент и определены критическая нагрузка и критическая скорость движения, когда лента изгибается в оболочку кругового и параболического сечения.

19. С помощью метода множителей Лагранжа разработана методика расчета на ЭВМ оптимальных геометрических параметров ленты с перегородками в зависимости от требуемой производительности и условий работы.

20. Разработаны аналитические методы расчета по теории предельного равновесия давления сыпучего груза на перегородки и ленту с учетом динамических сил, возникающих в процессе движения при открытой поверхности сыпучего груза и при перемещении сыпучего груза в замкнутом коробе.

21. При исследовании распределения давления от сыпучего груза по перегородке и ленте предложен вариационный метод решения дифференциального уравнения предельного равновесия.

22. При рассмотрении бункерной задачи предлагается пространственную задачу расчленить на ряд плоских задач. Использование функций напряжений позволяет свести систему уравнений предельного равновесия к нелинейным уравнениям в частных производных и решить их методом последовательных приближений.

23. Предложен вариационный метод исследования поля напряжений в составных бункерах, состоящих из нескольких цилиндрических и конических секций.

24. Применение разработанной теории к расчету крутонаклонных конвейеров позволило создать качественно новые, математические методы расчета, где в процессе итерационного обчета на ЭВМ практически учтены все условия работы конвейера.

25. Расчет конвейеров на ЭВМ позволяет с помощью условных операторов и операторов перехода изыскать оптимальные конструктивные параметры, исходя из условий наиболее эффективной работы конвейерных установок. Кроме того, расчет на ЭВМ дает возможность при варьировании исходной информации провести вычислительный эксперимент с целью оптимального выбора технических характеристик.

26. По результатам вычислительного эксперимента в работе предлагается для инженерных расчетов сложные процедуры расчета на ЭВМ (расчет нагрузки от изгиба первоначально плоских лент, расчет устойчивости сыпучего груза с учетом динамики транспортирования и изменения упругих свойств по длине ленты, расчет оптимальных геометрических параметров ленты и др.) заменить приближенными, но достаточно точными формулами.

27. Расчет крутонаклонных конвейеров представлен в виде универсальных программ, позволяющих найти оптимальный вариант конструктивных параметров с целью возможной реализации их конструкторским бюро и проектными институтами на ЭВМ. В работе представлены 24 программы расчета крутонаклонных конвейеров различных конструкций.

Публикации по теме диссертации

1. Пертен Ю.А., Черненко В.Д., Гольдберг И.А. Теоретические и экспериментальные исследования крутонаклонных конвейеров для огнеупорной промышленности // Труды ВМО. - 1968. - № 40. - С. 315-329.

2. Черненко В.Д. О граничных условиях сыпучих грузов при расчете крутонаклонных конвейеров для огнеупорной промышленности // Труды ВМО (Л). - 1969. - № 41. - С. 228-234.

3. Черненко В.Д. Об условиях предельного равновесия неоднородных сыпучих грузов со сцеплением // Вертикальные и крутонаклонные конвейеры для транспортировки грузов в промышленности: Тезисы докладов ВНТ конференции. - Л., 1971. - С.139-148.

4. Черненко В.Д. Теоретические и экспериментальные исследования зависимости сцепления сыпучих грузов от влажности // Вертикальные и крутонаклонные конвейеры для транспортировки грузов в промышленности: Тезисы докладов ВНТ конференции. - Л., 1971. - С. 154-160.

5. Черненко В.Д., Пертен Ю.А. Исследование устойчивости сыпучего груза на полотне трубчатого крутонаклонного конвейера // Вертикальные крутонаклонные конвейеры для транспортировки грузов в промышленности: Тезисы докладов ВНТ конференции. - Л., 1971. - С. 67-73.

6. Черненко В.Д. Теоретические исследования распределения напряжений в бункерных установках // Механика сыпучих материалов: Тезисы докладов 2-й Всесоюзной конференции. - Одесса, 1971. - С. 78.

7. Черненко В.Д. Расчет наклонных конвейеров с прижимной лентой // Известия вузов. Горный журнал. - 1971. - № 10. - С. 110-115.

8. Ковалевский А.Р., Черненко В.Д. Исследование устойчивости сыпучего груза на рабочем полотне двухленточного крутонаклонного конвейера // Физ.-техн. проблемы разработки полезных ископаемых. - 1974. - № 3. - С. 69-75.

9. Ковалевский А.Р., Черненко В.Д. О распределении давления сыпучего груза на рабочие органы ленточного крутонаклонного конвейера // Машиноведение. - 1975. - № 2. - С. 38-41.

10. Черненко В.Д. Изгиб ортотропной пластины в цилиндрическую оболочку // Прикладная механика. - 1975. - Т. II, вып. 4. - С. 49-53.

11. Гольдберг И.А., Черненко В.Д. К расчету крутонаклонного двухленточного конвейера с прижимными лентами // Производство огнеупоров. - 1976. - № 5 (48). - С. 97-105.

12. Черненко В.Д. Расчет устойчивости сыпучего груза на рабочем полотне крутонаклонного конвейера с прижимными лентами // Вестник машиностроения. - 1976. - № 10. - С. 64-65.

13. Черненко В.Д. Определение с помощью ЭВМ оптимальных геометрических параметров рабочего полотна крутонаклонного ленточного конвейера с перегородками // Вопросы автомат. технолог. процессов в торговле и общ. питании: Сб. научн. тр. ЛМСТА им. Ф.Энгельса. - 1976. - Вып. 62. - С. 21-31.

14. Ковалевский А.Р., Черненко В.Д. Расчет элементов конструкции двухленточного крутонаклонного конвейера // Подъемно-транспортные машины. - Тула: Изд-во ТПИ. - 1977. - С. 76-84.

15. Черненко В.Д. Выбор геометрических параметров желобчатой ленты крутонаклонного конвейера // Физ.-технич. проблемы разработки полезных ископаемых. - 1977. - № 4. - С. 64-69.

16. Черненко В.Д. Расчет сопротивления движению ленты трубчатого крутонаклонного конвейера // Вестник машиностроения. - 1979, - № 5. - С. 42-43.

17. Буковский В.С., Черненко В.Д. Расчет оптимальных геометрических параметров конвейерной ленты с вертикальными бортами крутонаклонного конвейера // Подъемно-транспортные машины. - Тула: Изд-во-ТПИ, 1981. - С. 107-113.

18. Tschernenko W. D. Berechnen den Bewegungswiderstandes eines Steilfördererzohres // Hebezeuge und Fördermittel. - 1982. - N. 1. - S. 10-11.

19. Черненко В.Д. Теория и расчет крутонаклонных конвейеров. - Л.: Изд-во Ленинградского ун-та, 1985. - 292 с.

20. Черненко В.Д. Устойчивость сыпучего груза на полотно гибких движущихся оболочек // Тезисы докладов II Всесоюзной конференции по нелинейной теории упругости. - Брунзе, 1985. - С. 10-12.

21. Черненко В.Д. Устойчивость сыпучей среды на полотно гибких крутонаклонных движущихся оболочек // Тезисы докладов III Всесоюзной конференции по нелинейной теории упругости. - Сыктывкар, 1989. - С. 42-44.

Подписано к печати 4.02.92.
Объем 2 печ.л. Тир. 100 Бесплатно. Зак. 189

РТП Тип.ЛЭИС. 198320, С-Пб, Свободы,31