

M249500

Министерство высшего и среднего специального образования СССР

Московское
ордена Ленина и ордена Трудового Красного Знамени
высшее техническое училище имени Н. Э. Баумана

НЕ НА ДОМ
ВЫДАЕТСЯ

ВИНОГРАДОВ Леонид Владимирович

На правах рукописи

**ПОПЕРЕЧНЫЕ КОЛЕБАНИЯ РОТОРОВ
С ДИНАМИЧЕСКИМ ГАСИТЕЛЕМ В СТАЦИОНАРНОМ
И ПЕРЕХОДНОМ РЕЖИМАХ**

(01.02.06 — Динамика, прочность и надежность машин,
приборов и аппаратуры)

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Работа выполнена в Московском ордена Ленина и ордена
Трудового Красного Знамени высшем техническом училище
имени Н. Э. Баумана.

Научный руководитель —
доктор технических наук, профессор Кучеров Б. К.

Официальные оппоненты:

1. Доктор технических наук, профессор Петров Г. Н.
2. Кандидат технических наук, доцент Геккер Ф. Р.

Ведущая организация — указана в решении Ученого Со-
вета.

Автореферат разослан « »

1974 г.

Защ
на за
проч
ул

»

1974 г.

Совета по динамике и
107005, 2-я Бауманская

заверенные печатью,
рису.

ся в библиотеке МВТУ.

А. Пожалостин

M249500

МВТУ. Зак. 1652. Тир. 120.

Решение основной задачи технического прогресса - повышения производительности труда при относительном уменьшении производственных затрат - ведет к увеличению мощности и быстроходности машин с одновременным уменьшением их веса.

Повышение надежности и долговечности современных машин требует применения все более точных методов их расчета, создания новых средств устранения опасных режимов работы. Значительный процент деталей современных машин выходит из строя вследствие чрезмерных деформаций или напряжений, возникающих при колебаниях. Часто источником колебаний являются быстро вращающиеся роторы газовых и гидротурбин, компрессоров, приводов станков, центрифуг и веретен.

Борьба с вредной вибрацией роторов ведется по нескольким дополняющим друг друга направлениям: отстройка от критических скоростей путем изменения параметров самих роторов и их опор, различные методы уравнивания жестких и упруго деформируемых роторов, поглощение энергии колебаний демпферами вязкого и сухого трения, перераспределение энергии колебаний динамическими гасителями.

Настоящая работа проведена с целью выявления возможности улучшения работы роторов посредством динамического гашения их колебаний. Для достижения поставленной цели:

- а) проведено исследование колебаний ротора в стационарном и переходном режимах;
- б) исследованы пути улучшения работы роторов на заданных режимах с одновременным обеспечением нормальной работы на других режимах;
- в) даны рекомендации по расчету гасителя колебаний для роторов конкретного типа.

Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав и выводов.

Глава I содержит обзор исследований поперечных колебаний роторов и конструкций динамических гасителей колебаний. Приведены основные результаты, полученные ведущими специалистами в этой области - Волотиным В.В., Диментбергом Ф.М., Кукулем М.Я., Митропольским Ю.А., Тондлом А. и рядом других советских и зарубежных авторов.

Обзор литературы выявил

НТБ МГТУ им. Н.Э. Баумана



1249500

Виноградов Л.В. Поперечные

- во-первых, возможность уточнения физической модели ротора путем одновременного учета многих, влияющих на его движение факторов, которые до последнего времени учитывались лишь частично;

- во-вторых, природа внутреннего трения недостаточно изучена и поэтому существует много гипотез с различным аналитическим описанием этого явления. Наиболее приемлемыми являются гипотезы Фохта, Бока и Сорокина Е.С. Отметим, что гипотеза Сорокина Е.С., записанная в комплексной форме, не применялась к исследованию устойчивости стационарного движения ротора;

- в-третьих, подавляющее большинство работ советских и зарубежных авторов по динамическому гашению колебаний посвящено изучению совместного стационарного движения динамического гасителя и основной системы, которая имеет одну лишь степень свободы. Анализ движения динамического гасителя в системе с одной степенью свободы в переходном режиме, а также движения гасителя в системе с распределенными параметрами в стационарном режиме посвящено очень мало работ. Совсем отсутствуют работы по анализу движения в системе с распределенными параметрами в переходных режимах.

В главе II сформулированы основные задачи работы:

1. Определение областей потери устойчивости ротора.
2. Вычисление амплитуд колебаний ротора при стационарном режиме работы в широком диапазоне скоростей, включая и критические.
3. Определение амплитуд колебаний ротора с распределенными параметрами совместно с гасителем в нестационарных режимах, в том числе при переходе через критические скорости.
4. Разработка методики расчета параметров предложенного вращающегося динамического гасителя колебаний.

При уточнении физической модели роторов были учтены следующие факторы:

1. распределенная масса вала, порождающая в своем движении распределенную инерционную силовую и моментную нагрузки;
2. неуравновешенность вала, вызванная его начальной непрямолинейностью $\delta_1(z)$, а также несовпадением $\delta_2(z)$ его упругой оси с линией центров тяжести сечений;
3. Линейный ϵ и угловой ϵ дисбаланс диска;
4. внешнее вязкое трение вала о среду, учитываемое в урав-

ИЗДА
Н. З. Бауман
БИБЛИОТЕКА

нениях движения членами с коэффициентами γ_1 и γ_2 ;

5. внутреннее трение в материале вала, учитываемое при гипотезе Фохта членами с коэффициентами χ_1 и χ_2 , а при гипотезе Сорокина Е.С. множителем $(\omega_1 + i\omega_2)$ в котором

$$\omega_2 = 0,001, \quad \omega_1^2 + \omega_2^2 = 1, \quad i = \sqrt{-1}.$$

Кинематически движение вала представляется синхронной процессией, при которой невозможно использовать гипотезу внутреннего трения Бока.

Выбраны наиболее распространенные схемы роторов, показанные на рис. 1а,б.

Для гашения поперечных колебаний роторов предложен вращающийся динамический гаситель колебаний (рис. 2), состоящий из четырех одинаковых пластинчатых пружин 2, заделанных в обойму 1 наружного кольца подшипника. Пружины 2 несут на своих концах 3 массы m .

Предлагается простой механический привод, передающий движение гасителю непосредственно от вала — планетарный редуктор (рис. 2) с водилом 4, удерживаемым от проворачивания поводком 5. Этот привод с постоянным передаточным числом $\gamma = \omega_2/\omega$ обеспечивает лишь приближенную настройку гасителя в некоторой области скоростей вала ω , но имеет преимущество перед известными электромеханическими следящими приводами, так как не требует специального источника энергии, серводвигателя и электрических цепей.

Функции комплексной переменной и алгебра матриц позволили составить функцию нагрузки от всех перечисленных факторов и получить уравнение движения ротора при гипотезе Фохта

$$\begin{aligned} EJ \frac{\partial^4 \varphi}{\partial Z^4} + SF \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + (\gamma_1 + \chi_1) \frac{\partial \varphi}{\partial t} - i\chi_1 \dot{\varphi} \varphi + \\ + (2i\gamma J \dot{\varphi} - \gamma_2 + i\chi_2) \frac{\partial^3 \varphi}{\partial Z^2 \partial t} - \gamma J \frac{\partial^4 \varphi}{\partial Z^2 \partial t^2} + \chi_2 \dot{\varphi} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial Z^2} = \end{aligned} \quad (I)$$

$$= EJ \delta_1^{IV} e^{i\varphi} + SF \delta_2 (\dot{\varphi}^2 - i\ddot{\varphi}) e^{i\varphi}$$

и при гипотезе Сорокина Е.С.

$$\begin{aligned} (\omega_1 + i\omega_2) EJ \frac{\partial^4 \varphi}{\partial Z^4} + SF \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + \gamma_1 \frac{\partial \varphi}{\partial t} + (2i\gamma J \dot{\varphi} - \gamma_2) \frac{\partial^3 \varphi}{\partial Z^2 \partial t} - \\ - \gamma J \frac{\partial^4 \varphi}{\partial Z^2 \partial t^2} = (\omega_1 + i\omega_2) EJ \delta_1^{IV} e^{i\varphi} + SF \delta_2 (\dot{\varphi}^2 - i\ddot{\varphi}) e^{i\varphi} \end{aligned} \quad (2)$$



Рис. 1а

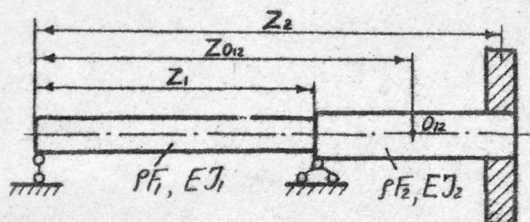


Рис. 1б

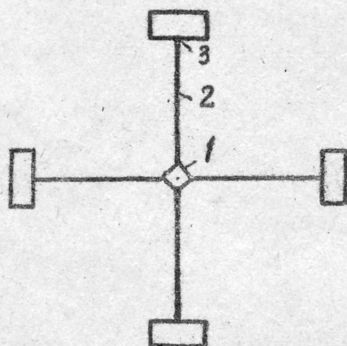
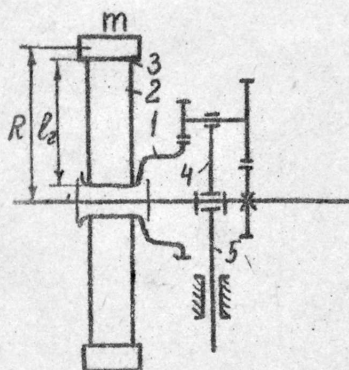


Рис. 2

Эти уравнения описывают функцию прогиба $\varphi(Z, t) = \chi(Z, t) + iY(Z, t)$ упругой оси вала в неподвижной системе координат $\chi Y Z$ и справедливы для нестационарного режима при переменной угловой скорости.

Для обоих валов (рис. 1а, б) получены граничные условия. При исследовании нестационарных режимов имеют значение не только граничные условия, но и начальные, которыми являются функции положения и скорости упругой оси.

Глава III посвящена изучению стационарных колебаний роторов, когда $\varphi = \omega t$ и $\ddot{\varphi} = 0$. Подстановка

$$\varphi = \xi(Z) \cdot \exp(i\omega t)$$

в (I) и (2) и применение операционного метода дают замкнутое решение

$$\begin{aligned} \xi(Z) = & \frac{1}{R_1^2 - R_2^2} \left\{ \xi_0 (-R_2^2 \operatorname{ch} R_1 Z + R_1^2 \operatorname{ch} R_2 Z) + \xi'_0 \left(-\frac{R_2^2}{R_1} \operatorname{sh} R_1 Z + \frac{R_1^2}{R_2} \operatorname{sh} R_2 Z \right) + \right. \\ & + \xi''_0 (\operatorname{ch} R_1 Z - \operatorname{ch} R_2 Z) + \xi'''_0 \left(\frac{1}{R_1} \operatorname{sh} R_1 Z - \frac{1}{R_2} \operatorname{sh} R_2 Z \right) + \\ & \left. + \int_0^Z f(\xi) \left[\frac{1}{R_1} \operatorname{sh} R_1 (Z - \xi) - \frac{1}{R_2} \operatorname{sh} R_2 (Z - \xi) \right] d\xi \right\} \quad R_1, R_2 \parallel \omega, \beta, E, F, J, \end{aligned} \quad (3)$$

которое определяет прогиб $\xi(Z)$ любого сечения Z при любой угловой скорости вала и известной функции неуравновешенности

$$f(Z) = \delta_1^{IV} + \frac{1}{\omega_1 + i\omega_2} \frac{PF}{EJ} \omega^2 \delta_2$$

Постоянные $\xi_0, \xi'_0, \xi''_0, \xi'''_0$ определяются из краевых условий и условий сопряжения участков.

Для получения более отчетливой зависимости между неуравновешенностью $f(Z)$ и формой упругой оси $\xi(Z)$ обе функции представлены на $(0, l)$ синусоидальными рядами Фурье

$$f(Z) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin K_n Z, \quad \xi(Z) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin K_n Z, \quad K_n = \frac{\pi n}{l}, \quad n = 1, 2, \dots$$

Из полученной связи $b_m = b_m(a_n, \omega, \xi_0, \xi'_0, \xi''_0, \xi'''_0)$ следует, что зависимость b_m от высших гармоник a_n слабеет. Гармоники рядов Фурье совпадают с собственными формами колебаний ротора на рис. 1а и связанными оказываются лишь одноименные гармоники. При этом для уравнения (I) получаем

$$b_n^* = a_n^* \frac{EJ}{EJ K_n^4 - PF \omega^2 + PJ K_n^2 \omega^2 + i \omega (\gamma_1 + \gamma_2 K_n^2)} \quad (4)$$

а для уравнения (2)

$$b_n = a_n \frac{EJ(\omega_1 + i\omega_2)}{(\omega_1 EJ K_n^4 - PF\omega^2 + PJ K_n^2 \omega^2) + i(\omega \gamma_1 + \omega \gamma_2 K_n^2 + \omega_2 EJ K_n^4)} \quad (5)$$

Для определения области устойчивости найденного стационарного движения было рассмотрено возмущенное движение

$$\varphi = e^{i\omega t} \sum_{n=1}^{\infty} [b_n + \theta_n(t)] \sin K_n Z$$

Из условия малости вариаций $\theta_n(t)$ получены области устойчивости гармоник. Анализ этих областей показал, что при использовании гипотезы Сорокина Е.С. всегда имеются неустойчивые высшие гармоники, откуда следует неустойчивость стационарного движения вала в целом.

Более приемлем результат, полученный на основе гипотезы Фохта, при которой минимальная область устойчивости вала определяется неравенством

$$0 \leq \omega \leq \left(1 + \frac{\gamma_1 + \gamma_2 K_n^2}{\chi_1}\right) \sqrt{\frac{EJ K_n^4}{PF - PJ K_n^2 \left(1 + 2 \frac{\gamma_1 + \gamma_2 K_n^2}{\chi_1}\right)}} \quad (6)$$

обобщающим известное в литературе.

Исследование (4) и (5) на экстремум позволило установить вид амплитудно-частотных характеристик гармоник и спектр критических скоростей Ω_n , ограниченный числом $n_{\max} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{E}{J}}$.

При гипотезе Сорокина Е.С. для вала рис. 1а получены значения критических скоростей и амплитуд гармоник при этих скоростях

$$\Omega_n = \sqrt{\frac{\omega_1 EJ K_n^4}{PF - PJ K_n^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma_1 + \gamma_2 K_n^2}{PF - PJ K_n^2} \right)^2}, \quad |b_n|_{\max} \cong \frac{EJ |a_n|}{\omega_2 EJ K_n^4 + (\gamma_1 + \gamma_2 K_n^2) \Omega_n} \quad (7)$$

При гипотезе Фохта

$$\Omega_n^* = \sqrt{\frac{EJ K_n^4}{PF - PJ K_n^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma_1 + \gamma_2 K_n^2}{PF - PJ K_n^2} \right)^2}, \quad |b_n^*|_{\max} \cong \frac{EJ |a_n^*|}{(\gamma_1 + \gamma_2 K_n^2) \Omega_n^*}$$

В исследовании резонансных колебаний гипотеза Сорокина Е.С. предпочтительнее гипотезы Фохта, так как из последней следует неограниченный рост резонансной амплитуды $|b_n^*|_{\max}$ в вакууме, когда $\gamma_1 = 0$, $\gamma_2 = 0$, несмотря на наличие внутреннего трения.

Полученные формулы (3 + 7) позволяют с повышенной точностью определять области ограниченности амплитуд колебаний ва-

ла и значения этих амплитуд в области критических состояний.

Для ротора рис. 1б на основе решения (3) получено трансцендентное уравнение в виде определителя шестого порядка $\Delta_6 = 0$ для определения критических скоростей ротора. Для вычисления корней этого уравнения рассмотрено несколько частных случаев такого ротора, которые позволяют найти первые приближения этих корней. Кроме того, эти решения использованы при экспериментальной проверке теоретических результатов и рассмотрении следующих частных случаев:

1. вал постоянного сечения; трения и распределенный инерционный момент масс вала отсутствуют;

2. консольный вал с диском получается из схемы рис. 1б при отвердевании мехопорного участка;

3. часто встречается случай, когда консольный участок ротора является абсолютно твердым телом с массой M_{12} и с тензором инерции

$$J_{12} = \begin{Bmatrix} A_{12} & 0 & 0 \\ 0 & A_{12} & 0 \\ 0 & 0 & C_{12} \end{Bmatrix}$$

составленным в главных осях, проходящих через центр масс O_{12} участка.

При этом форма упругой оси мехопорного участка вала описывается функцией

$$\xi_1(Z) = \frac{\Gamma \omega^2 [T(R_1 Z_1) V(R_1 Z) - V(R_1 Z_1) T(R_1 Z)]}{2 R_1^2 [T^2(R Z_1) - V^2(R Z_1)] + 2 R_1 \omega^2 [T(R_1 Z_1) U(R Z_1) - V(R Z_1) S(R Z_1)]} \quad (8)$$

а критические скорости определяются из уравнения

$$\Phi X^{-3} - ctg X + ctg X = 0 \quad (9)$$

В этих выражениях введены обозначения

$$\Gamma = \frac{M_2 e (Z_2 - Z_1) - (C_2 - A_2) E}{E J_1}, \quad \mathcal{D} = \frac{C_{12} - A_{12} + C_2 - A_2 - M_{12} (Z_{O_{12}} - Z_1)^2 + M_2 (Z_2 - Z_1)}{E J_1}$$

$$X = R_1 Z_1, \quad R_1^2 = \omega \sqrt{\frac{\rho F_1}{E J_1}}, \quad \Phi = \frac{2 \rho F_1 Z_1^3}{\mathcal{D} E J_1}$$

M_2, C_2, A_2 - масса и моменты инерции диска.

Значение первой критической скорости $\Omega_1 = 260 \text{ сек}^{-1}$, найденное из уравнения (9) для экспериментального ротора отличается от критической скорости (262 сек^{-1}), полученной по из-

мерениям, менее чем на 1%.

Отмечено, что при неуравновешенном диске, когда $e \neq 0$ и $E \neq 0$, вал может сохранить прямолинейную форму, если $\Gamma = 0$ откуда следует, что динамическое уравновешивание такого ротора следует производить по измерению реакций опор, но не прогибов.

В главе IV получены уравнения движения динамического гасителя колебаний (рис. 2), а также гасителя совместно с ротором первой и второй схем (рис. 1а, б).

Уравнение движения гасителя

$$\ddot{\eta}_{zs} + p^2 \eta_{zs} = -\frac{1}{2} \ddot{\varphi} e^{-i\varphi} \quad (10)$$

собственная частота

$$p = \omega_z \sqrt{1 - \frac{R/\ell_z}{\frac{m R \ell_z^2}{E J_2}} - 1}, \quad \omega_z = \omega_z \sqrt{\frac{m R \ell_z^2}{E J_2}}$$

справедливо для нестационарного режима, когда угловая скорость гасителя $\omega_z = \omega_z(t)$ - переменна.

С учетом массы M_z обоймы гасителя подшипника и редуктора найдена сила, с которой гаситель действует на вал ротора в стационарном режиме

$$Q_{z, стат.} = -4m\omega^2(\mu_2 - \mu_1)\xi(z_z)e^{i\omega t} \quad (11)$$

$$\mu_1 = \frac{M_z + 4m}{4m}, \quad \mu_2 = \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{(\omega - \omega_z)^2 - p^2}$$

При исследовании совместных колебаний вала рис. 1а с гасителем, работающим в следящем режиме с постоянной остротой настройки $\mu = \mu_2 - \mu_1$ получена замкнутая система из десяти алгебраических уравнений.

Решение этой системы на ЭЦВМ М-222 при различных значениях параметров позволило сделать следующие выводы:

1. Эффективность ξ гасителя, оцениваемая отношением амплитуды колебаний некоторого сечения вала без гасителя к амплитуде с гасителем тем больше, чем выше острота настройки μ .

2. Роль гасителя сводится к тому, что при увеличении μ критические скорости ротора с гасителем возрастают и выходят из области рабочих скоростей.

3. Исключением из п. 2 являются те случаи, когда гаситель оказывается в узле некоторой формы колебаний, так как по отношению к данной форме он не эффективен.

4. С наибольшей эффективностью гаситель подавляет колебания точки своего закрепления.

5. Вдали от критических скоростей, когда фаза колебаний ротора без гасителя меняется на противоположную, а амплитуда проходит через ноль, значение $\beta = 0$. Однако и в этом случае амплитуда колебаний вала с гасителем остается весьма малой по сравнению с резонансной. При значениях же $\omega \approx \Omega_n$ всегда $\beta > 1$.

6. Колебания вала возбуждались его неуравновешенностью $f(Z) = a_n \sin K_n Z$ при численных значениях $a_n = 0,001 \text{ м}^2$, $K_n = \pi \text{ м}^{-1}$. Выяснено, что варианты $a_n = 10^{-2} \omega^2 \text{ м}^{-2}$, $K_n = \pi \text{ м}^{-1}$ и $a_n = 10^{-3} \text{ м}^{-2}$, $K_n = 2\pi \text{ м}^{-1}$ оставляют в силе все вышеописанные результаты.

Задача гашения колебаний, вызванных неуравновешенностью диска, решена для ротора рис. 1б, имеющего абсолютно твердый консольный участок вала. Гаситель может быть установлен либо на консольном участке, либо на межопорном.

В первом случае остается в силе решение (8) с той разницей, что вместо D в нем следует писать

$$D^* = \frac{1}{EJ} [C_{12} - A_{12} + C_2 - A_2 + C_2 \frac{\omega_2}{\omega} - A_2 - \\ - M_{12}(Z_{01} - Z_1)^2 - M_2(Z_2 - Z_1)^2 + 4m(\mu_2 - \mu_1)(Z_2 - Z_1)^2]$$

Получено выражение для эффективности β и показано, что для получения везде $\beta > 1$ при переходе от значений $R_1 Z_1 < \pi n$ к значениям $R_1 Z_1 > \pi n$ следует переходить от $\mu < 0$ к $\mu > 0$.

Во втором случае, когда гаситель установлен на межопорном участке, определена точка максимального прогиба $\xi(Z_m)$ участка, так как именно в ней достигается максимальная величина сила (II) действия гасителя на вал.

Выбор параметров гасителя, основанный на перечисленных выше его свойствах, детерминирован еще четырьмя условиями.

Во-первых, условием прочности пружин гасителя. При допустимой амплитуде $[\xi]$ колебаний вала и гасителе с толщиной a и шириной b пружин и передаточным числом $\tau = \omega_2/\omega$ редуктора условие прочности имеет вид

$$[\sigma] > \frac{6m\omega^2}{\epsilon a^2} \left\{ \left(\frac{a}{b} + 2(\mu_2/[\xi]) \right) \cdot [R\tau^2 + [\xi] + 4\tau(1-\tau)\mu_2/[\xi]] + \right. \\ \left. + \epsilon_2 [\xi] [1 + 2(2\tau^2 - 2\tau + 1)\mu_2/[\xi]] \right\}$$

Это условие ограничивает остроту настройки μ в некотором небольшом диапазоне скоростей $\omega \pm \Delta\omega$. Принято целесообразным, что относительная ширина $2\Delta\omega/\omega$ этого отрезка не должна превосходить относительной неустойчивости угловой скорости ротора. Число $2\Delta\omega/\omega$ уменьшается с ростом Z и уменьшением α .

Во-вторых, параметры гасителя связаны условием резонанса при некоторой скорости ω ротора

$$(1-Z)^2 - \frac{Z^2 R/l_2}{1 - \frac{Z^2 \omega \omega_2}{Z \omega \omega_2}} + Z^2 = 0 \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{12mRl_2^3}{E\beta a^3}} \quad (12)$$

Критическая скорость Ω_n , на которую настраивают гаситель из-за присоединения к ротору его массы, изменяется, но незначительно. В силу этого можно пользоваться "старыми" значениями, а для вычисления "новых" дана формула.

В-третьих, условие резонанса (12) может быть реализовано только при передаточном числе редуктора $Z \leq (1 + \sqrt{R/l_2})^{-1}$. Отсюда и из первого условия вытекает необходимость уменьшить отношение R/l_2 .

В-четвертых, целесообразно из массы $M_2 + 4m$ гасителя увеличивать массу $4m$ упруго подвешенных грузов.

При настройке гасителя на n -ю критическую скорость Ω_n на ее месте образуется минимум амплитудно-частотной характеристики, соответствующей гармонике, расположенный между двумя максимумами, соответствующими корням ω_1 и ω_2 уравнения

$$P_n i h P_n Z_1 \sin P_n Z_1 + 2^* \omega^2 (ch P_n Z_1 \sin P_n Z_1 - Z h P_n Z_1 \cos P_n Z_1) = 0$$

В связи с этим введен важный для последующего гасителя параметр - ширина полос гашения

$$\Pi = \frac{|\omega_1 - \omega_2|}{\Omega_n} \cdot 100\% \quad (13)$$

которая быстро растет с увеличением Z . Широкополосность - это из существенных преимуществ вращающегося гасителя перед невращающимися.

В настоящей работе впервые рассмотрены совместные нестационарные колебания гасителя с ротором (рис. 1б) при закреплении гасителя на твердом консольном участке. Составлены выражения кинетической и потенциальной энергий колебательного движения для каждой собственной формы колебаний

$$Z_n(z) \Big|_{P_{nn} = \Omega_n \sqrt{\frac{P_F}{E_2}}} = z^{in} P_{nn} z - \frac{z^{in} P_{nn} z_1}{z^h P_{nn} z_1} \cdot z^h P_{nn} z$$

найденной из (8), и с помощью уравнений Лагранжа 2-го рода и (10) получена система четырех линейных уравнений с переменными коэффициентами относительно неизвестных $\tau_{1n}, \tau_{2n}, \dot{\gamma}_{1n}, \dot{\gamma}_{2n}$.

Для численного решения (на ЭВМ) этой системы необходимо задать функции $\varphi(t), \omega_z(t)$ и начальные условия, которые выбираются обычно нулевыми или соответствуют некоторому стационарному режиму.

Уравнения системы составлены в форме, допускающей использование стандартных программ ЭВМ.

Форма упругой оси вала при этом определяется функцией

$$\eta = e^{i\varphi} \sum_{n=1}^{\infty} Z_n(z) \cdot [\tau_{1n}(t) + i \tau_{2n}(t)]$$

Настройка гасителя колебаний в переходном режиме имеет свои особенности. Во-первых, точка максимального прогиба на амплитудно-частотной характеристике при $\dot{\varphi} \neq 0$ смещается в сторону изменения угловой скорости $\dot{\varphi}$ на величину

$$|\dot{\varphi} - \Omega_n| = \sqrt{5\pi |\dot{\varphi}|}$$

Если при резонансе и выбеге ротора величина $\dot{\varphi}$ приблизительно одинакова для $\dot{\varphi} = \Omega_n$, то следует настраивать гаситель на Ω_n .

Если же эти значения $\ddot{\varphi}_1$ и $\ddot{\varphi}_2$ существенно отличаются друг от друга, то гаситель должен быть настроен на значение $\ddot{\varphi}$, соответствующее большей амплитуде. Во-вторых, в правую часть условия прочности пружины гасителя следует добавить слагаемое

$$6mR\ell_2 |\ddot{\varphi}| \theta^{-1} a^2.$$

В главе V описаны эксперименты, поставленные для проверки математической модели и гипотезы синхронной прецессии вала, а также некоторых теоретических результатов и работоспособности предложенной схемы гасителя колебаний.

Эксперимент проводился на изготовленной стендовой установке, состоящей из стального вертикального ротора рис. 1б и гасителя с редуктором ($Z = 0,25$), установленного на консольном участке. Измерение скорости вращения вала производилось стробоскопом, а амплитуды колебаний вала — двумя индукционными

датчиками, расположенными перпендикулярно друг другу и оси вала.

Тарировка датчиков проведена с помощью специально изготовленного кривошипно-шатунного механизма с переменными параметрами.

По всем видам измерений и связанных с ними вычислений произведена оценка погрешности.

В результате эксперимента оказалось:

а) фотография фигуры Лиссажу, образованной сигналами датчиков на экране осциллографа, удовлетворительно подтверждает гипотезу синхронной прецессии;

б) первая критическая скорость ротора, вычисленная из уравнения (9) (260 сек^{-1}) отличается менее, чем на 1% от экспериментально полученного значения 262 сек^{-1}

в) теоретическое значение ширины полосы гашения (13)-38,5% подтвердилось в эксперименте (36,7%);

г) при соотношении массы ротора к массе гасящих грузов, равном 14 : 1 получено тридцатикратное уменьшение амплитуды на "старой" критической скорости $\Omega_1 = 260 \text{ сек}^{-1}$.

Предсказанные теорией два максимума на амплитудно-частотной характеристике ротора с гасителем оказались по амплитуде в два раза меньше резонансной амплитуды ротора без гасителя.

ВЫВОДЫ

1. В работе изучены колебания двух типов гибких роторов при уточненной математической модели их.

2. При изучении стационарного режима найдена функция прогиба вала как в замкнутом виде, так и с разложением в ряд Фурье.

Получены уравнения для определения критических скоростей роторов и амплитуд гармоник при резонансе с учетом трения.

Определены области устойчивости вала.

3. Проведено сравнение двух гипотез внутреннего трения, выявившее области их применимости.

4. Для борьбы с поперечными колебаниями роторов предложен вращающийся динамический гаситель, проанализировано его совместное движение с роторами обоих типов и дана методика расчета параметров и настройки гасителя.

5. Разложением по формам собственных колебаний получена система четырех обыкновенных линейных дифференциальных уравне-

ний с переменными коэффициентами, описывающая совместное движение консольного ротора с гасителем в нестационарном режиме. Эта система составлена в форме, допускающей использование стандартных программ ЭВМ.

6. Дан расчет параметров гасителя при нестационарных режимах.

7. Результаты экспериментальных исследований хорошо совпали с результатами теоретического расчета.

Предложенная схема гасителя может быть рекомендована к использованию на роторах высокоскоростных машин.

Основное содержание диссертации докладывалось на конференциях и опубликовано в работе:

Виноградов Л.В. Поперечные колебания вала при внешнем и внутреннем сопротивлении. "Динамическое уравновешивание, колебания и устойчивость движения". Тр. УАИ, вып. 57, Уфа, 1973.