

НА ДОМ  
НЕ ВЫДАЕТСЯ

М261794

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ СССР

Московское  
ордена Ленина и ордена Трудового Красного Знамени  
высшее техническое училище имени Н.Э.Баумана

---

СТЫЦЫНА Владимир Кузьмич

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОВОЛОЧЕК  
ИЗ ЛАТЕКСНЫХ ПЛЕНОК

Специальность 01.02.06 - динамика, прочность и  
надежность машин, приборов и аппаратуры.

Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

---

Москва

1974

Работа выполнена в Московском высшем техническом училище  
им. Н.Э.Баумана.

Научный руководитель д.т.н., профессор Феодосьев В.И.

Официальные оппоненты:

1. Доктор техн. наук, профессор Григорьев А.С.
2. Кандидат технических наук Стрекозов Н.П.
3. Ведущее предприятие указано в решении Ученого Совета.

Автореферат разослан " \_\_\_\_\_ 1975г.

Защита состоится " \_\_\_\_\_ 1975г.

на заседании Ученого Совета по динамике и прочности  
Московского ордена Ленина и ордена Трудового Красного Знамени  
высшего технического училища имени Н.Э.Баумана по адресу:

Москва, Б-5, 2-я Бауманская ул., дом 5.

Ваши отзывы в двух экз., заверенные печатью, просьба вы-  
сылать по указанному адресу.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке училища.

АЛОСТИН А.А.

M261794

Зак. 422  
Москва

20/I-1975г.  
Л 41396

НТБ МГТУ им. Н.Э. Баумана



1261794

Стишина В.К. Эксперимента

Оболочки из резины занимают значительное место среди широко используемых в технике конструкций из пленок и тканей. Общеизвестна роль таких оболочек для автомобилестроения и авиации. Ежегодно несколько миллионов сильнорастяжимых латексных оболочек использует метеорологическая служба страны для подъема приборов /радиозондов/ весом до 1 кг на высоту около 30 км. Гирлянды из таких оболочек способны поднимать в атмосферу груз до 150 кг. В силу относительно невысокой стоимости и простоты эксплуатации латексные оболочки и в ближайшем будущем будут служить основным транспортным средством при изучении свойств атмосферы.

Латексные пленки относятся к высокоэластическим резиноподобным материалам. Они способны к весьма большим практически полностью обратимым деформациям. Механические характеристики пленок существенно нелинейны.

При описании механических свойств высокоэластических материалов широко используется модель нелинейного идеально упругого тела, физические соотношения для которого могут быть установлены с помощью потенциальной функции—удельной энергии деформации  $W$ . Простейшие формы этой функции с одной либо двумя постоянными /неогуковский материал, материал Муни/ описывают свойства резин лишь в узком диапазоне степеней удлинений  $\lambda$ . Более сложные формы функции  $W$ , полученные в работах Р.Ривлина, В.Л.Бидермана, Л.Харт-Смита и других ученых, позволили описать кривые деформирования исследуемых материалов в более широком диапазоне. Для отечественных пленок, используемых в производстве сильноэластичных оболочек, функция  $W$  не получена. Недостаточно исследована возможность описания механических свойств материала по данным ограниченного числа стандартных испытаний.

Обычно при расчете оболочечных резиновых конструкций используется модель мягкой оболочки, т.е. оболочки с пренебрежимо малой жесткостью на изгиб и сжатие. Мягким оболочкам свойственно

как заметное изменение формы под действием внешних нагрузок, так и существенное изменение величины и характера распределения этих нагрузок при изменении формы. Расчет таких оболочек должен вестись в наиболее общей нелинейной постановке.

Вопросы нелинейной теории мягких оболочек при различных вариантах физических соотношений рассматривались в работах С.А.Алексеева, А.С. Григорьева, В.И.Усюкина и других ученых. Однако, задачи расчета оболочек из высокоэластических материалов в отечественной литературе исследованы сравнительно мало. В работах Дж.Адкинса, Л.Грина, Г. Фостера, В.Янга и других рассмотрены задачи осесимметричного деформирования оболочек различной геометрической формы. Следует отметить, что точные или приближенные аналитические решения найдены лишь при значительных упрощающих предположениях и для простейших форм функции  $W$ . Численные результаты в подавляющем большинстве работ получены для материала Муни. Успешное решение более сложных задач при произвольном виде функции  $W$ , на наш взгляд, связано с дальнейшим совершенствованием численных методов.

Основные трудности при расчете латексных оболочек связаны с тем, что диапазон температур, в котором они эксплуатируются, достаточно широк. Так, при подъеме метеорологической оболочки от уровня Земли ( $T \approx 20^\circ\text{C}$ ) до высоты 25 км ( $T \approx -57^\circ\text{C}$ ), этот диапазон составляет около  $80^\circ$ . Изменение температуры существенно влияет на механические свойства материала оболочки. Анализ же деформирования конструкции может быть выполнен лишь в том случае, когда функция  $W$  известна во всем эксплуатационном диапазоне температур.

Отметим, что вопросы расчета латексных оболочек в эксплуатационных условиях разработаны еще недостаточно. Не полностью выяснены также особенности поведения оболочек, связанные с устойчивостью процесса деформирования.

В связи с изложенным определились следующие задачи исследования:

- описать механическое поведение латексной пленки в эксплуатационном диапазоне температур, используя результаты стандартных испытаний;
- разработать методику расчета напряженно-деформированного состояния оболочек из высокоэластических материалов и на ее основе рассмотреть задачу подъема радиозондовых оболочек;
- исследовать устойчивость процесса деформирования высокоэластических оболочек при разных способах нагружения.

Полученные в диссертации результаты использовались в научно-исследовательских работах МВТУ им. Н.Э.Баумана.

Диссертация состоит из введения, трёх глав и заключения.

Во введении кратко изложены сведения о физико-механических свойствах латексных плёнок, проведен анализ известных выражений функции энергии деформации и дан обзор работ по расчёту мягких оболочек вращения.

Основная задача первой главы — определение физических соотношений латексной плёнки. В рамках модели нелинейного идеально упругого тела эта задача сводится к отысканию функциональной зависимости энергии деформации  $W$  от инвариантов деформации

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2, \quad I_2 = \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2 \lambda_3 + \lambda_3 \lambda_1 \quad (I)$$

Функция  $W$  может быть найдена по результатам испытаний плёнок в условиях однородной деформации. Программа исследований включала:

1. экспериментальное изучение механических характеристик латексной плёнки в интервале температур  $-50^\circ\text{C} < T < 50^\circ\text{C}$  при одноосном и равномерном двухосном растяжении;
2. определение вида функции  $W$  по данным эксперимента;
3. проверку пригодности найденной функции  $W$  для описания неоднородного деформированного состояния.

Исследование велось на образцах плёнки из латекса Д-7. Этот материал используется в производстве сильнорастяжимых метеорологических оболочек. Чтобы уменьшить влияние случайных факторов, испытания проводились на образцах из одной партии, хранившихся в одинаковых условиях, подвергнутых в равной степени процессам старения. Образцы перед испытанием пластифицировались до набухания на 20–25% по весу в керосине. Для оценки влияния пластификации дополнительно была испытана партия непластифицированных образцов при нормальной температуре.

Выполнение намеченной программы потребовало решения вопросов, связанных:

- а) с выбором размеров и формы образцов для испытаний;
- б) с разработкой метода замера усилий и деформаций;
- в) с созданием экспериментальных установок;
- г) с обработкой результатов испытаний;
- д) с оценкой точности методов замера.

Установки для испытаний образцов были собраны в морозильной камере промышленного холодильного агрегата "Фригера". Для получения температур выше комнатной в камере устанавливались нагревательные элементы. Испытания были проведены для следующих температур:  $+50^\circ$ ,  $+20^\circ$ ,  $0^\circ$ ,  $-15^\circ$ ,  $-30^\circ$ ,  $-45^\circ\text{C}$ .

Образцы для одноосного растяжения имели форму двухсторонних

лопатоk, а их геометрия (ГОСТ 270-67 тип Б) повторяла геометрию штанцевого ножа, с помощью которого образцы вырубались. Замер толщины производился в приспособлении, снабжённом индикатором часового типа. После нанесения контрастными метками базы в средней части, образец помещался в испытательное приспособление, кинематически связанное с приводом разрывной машины. Скорость деформирования во всех испытаниях составляла 100 мм/мин.

Для измерения малых (до 0,5 кг) усилий был использован механический динамометр, состоящий из гибкой консольной пластины, изгибаемой в процессе нагружения усилием деформирования, и индикатора часового типа. Усилие определялось по данным предварительной тарировки. Процесс деформирования образца фотографировался на фоне масштабной сетки. При этом величина усилия и деформированная база образца фиксировались на плёнке одновременно.

Для испытаний на равномерное двухосное растяжение использовались образцы в форме диска. В центре образца краской наносилось контрастное пятно. Нагружение образца производилось воздухом, который подавался через ресивер. Первоначально плоская плёнка, деформируясь при нагружении, принимает форму тела вращения, в полюсе которого реализуется равномерное двухосное растяжение. Процесс раздувания образца фотографировался на фоне масштабной сетки. Изображение пятна в полюсе на фоне своей масштабной сетки, отражаясь в наклонном зеркале, попадало в кадр, как и шкала манометра, показывающая величину давления под образцом.

В работе для каждой температуры испытания использовалось по 15 образцов на одноосное и по 10 образцов на двухосное растяжение. В число "зачётных" при одноосном растяжении включались лишь образцы, разорвавшиеся в пределах базы. В число "зачётных" для двухосного растяжения вошли лишь образцы, деформирование которых происходило без заметных нарушений равномерности растяжения.

Результаты испытаний каждого образца позволяют получить диаграмму "напряжение-удлинение". Эти данные для каждой серии образцов подвергались статистической обработке. При этом определялось среднее арифметическое значение каждого параметра как наиболее вероятное и находились границы доверительного интервала с коэффициентом надёжности 95%. Было установлено, что для значений удлинений  $\lambda = 2,4,6$  относительный разброс напряжений не превосходил 9-12%. Предельные значения напряжений имеют больший разброс, что связано как со спецификой самого материала, так и с используемым дискретным способом фиксации результатов экспе-

римента. Разброс указанных величин для всех температур не превосходил 12-16%. Разброс предельных значений удлинений не превышал 10%.

Анализ ранее использовавшихся вариантов представления функции  $W$  показывает, что последняя может быть представлена в виде суммы функции  $f_1(I_1)$  и  $f_2(I_2)$ . В работе изложен способ определения вида функции  $f_1$  и  $f_2$  по данным испытаний образцов в условиях одноосного и равномерного двухосного растяжения. Установлено, что механическое поведение пластифицированной латексной пленки достаточно точно описывается функцией  $W$  в форме

$$W = C_1 \left[ \frac{1}{A} (e^{A(I_1 - I_1^0)} - 1) + \frac{B}{1-B} (I_2^{1-B} - I_2^{1-B_0}) \right]. \quad (2)$$

Значения постоянных в выражении (2) для различных температур испытаний приведены в таблице 1.

Таблица 1.

| $T^{\circ}\text{C}$ | -45  | -30  | -15  | 0    | 20    | 50    |
|---------------------|------|------|------|------|-------|-------|
| $C_1$               | 2    | 1,45 | 1,3  | 1,2  | 1,1   | 0,95  |
| $A$                 | 1,4  | 2,1  | 2,3  | 2,2  | 1,7   | 1,4   |
| $B$                 | 0,6  | 0,57 | 0,61 | 0,67 | 0,77  | 0,7   |
| $k \cdot 10^{-1}$   | 0,51 | 0,42 | 0,27 | 0,22 | 0,075 | 0,065 |

Экспериментально было установлено, что температура стеклования  $T_g$  исследуемой пленки равна  $-50^{\circ} \pm 2^{\circ}\text{C}$ . Были получены аппроксимационные зависимости коэффициентов в выражении (2) от безразмерного параметра  $T = \frac{T - T_g}{T_g - T_0}$ .

Выражение функции  $W$  для непластифицированной пленки сходно по форме с выражением (2). Отмечено увеличение податливости материала, вызванное пластификацией.

Для определения предельных свойств материала конструкции при сложном напряженном состоянии в работе предлагается использовать энергетическую теорию прочности. Считается, что предельное напряженное состояние наступает тогда, когда значение энергии деформации  $W$  достигает некоторой предельной величины, характерной для материала при определенной температуре. В качестве эквивалентной принята энергия  $W_0$ , накопленная к моменту разрушения в случае равномерной двухосной деформации.

Использование предложенного критерия оправдано при расче-

те оболочек, деформированное состояние которых близко к равномерному двухосному. По результатам испытания образцов вычислены предельные значения  $W_{n,2}$  для каждой температуры испытаний и получена аппроксимационная зависимость  $W_{n,2} = W_{n,2}(\bar{T})$ . Значения разрывных удлинений у оболочек, как правило, ниже чем у образцов. Это связано, прежде всего, с масштабным фактором. При определении коэффициента запаса прочности конструкции в работе последнее обстоятельство учитывается введением коэффициента  $M < 1$ .

Во второй главе диссертации приведен вывод системы уравнений для определения напряженно-деформированного состояния оболочки вращения из высокоэластического материала. Считается известной параметрически заданная начальная форма оболочки  $R = R_2(t)$ ,  $\bar{z} = R_2(t)$ , где  $A$  — характерный начальный размер,  $t$  — параметр. Ось  $\bar{z}$  — ось вращения. Начальная толщина оболочки  $H_0 = h_0 z(t)$ . Необходимо найти форму оболочки в конечном состоянии  $R = R_2(t)$ ,  $\bar{z} = A \eta(t)$  при заданных граничных условиях и известных внешних нагрузках  $P_n$ ,  $P_t$ .

Поскольку мягкая оболочка не воспринимает усилия сжатия, то в общем случае наряду с областью двухосного напряженного состояния ( $G_1 > 0$ ,  $G_2 > 0$ ) может существовать одноосная область ( $G_1 > 0$ ,  $G_2 = 0$ ). Граница этих областей заранее неизвестна. Плавное, без изломов, сопряжение отдельных участков позволяет определить размеры зон и форму деформированной оболочки.

Группу геометрических уравнений образуют выражения для степеней удлинений  $\lambda_1, \lambda_2$  и главных радиусов кривизны  $R_1 = R_2(t)$ ,  $R_2 = A z_2(t)$ . Физические соотношения записаны через производные функции  $W$  по инвариантам  $I_1, I_2$  и степени удлинений  $\lambda_i$ .

Для случая  $G_1 > 0$ ,  $G_2 > 0$  подстановка геометрических и физических соотношений в уравнения равновесия позволяет получить разрешающую систему уравнений в следующем виде

$$\frac{d\lambda_1}{dt} \cdot \frac{d\rho}{dt} \cdot \frac{\lambda_2}{\rho} + \rho \cdot \frac{d\lambda_1}{dt} \cdot \frac{d\lambda_2}{dt} - \frac{d\lambda_1}{dt} \cdot \frac{t_2}{\lambda_2} - \frac{\lambda_2}{\rho} \cdot \frac{d\lambda_2}{dt} \quad (3)$$

$$\frac{d\lambda_2}{dt} = \frac{\frac{d\rho}{dt} z - \rho \frac{dz}{dt}}{z^2} \quad (4)$$

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\lambda_1 \kappa / \rho_2 - t_2 \sin \nu}{\rho} \quad (5)$$

$$\frac{d\rho}{dt} = \lambda_1 \kappa \cos \nu, \quad \frac{d\rho}{dt} = \lambda_1 \kappa \sin \nu \quad (6)$$

где

$$\varphi_1 = \frac{\partial t_1}{\partial \lambda_1}; \quad \varphi_2 = \frac{\partial t_1}{\partial \lambda_2}; \quad \varphi_3 = t_2 \cdot t_1;$$

$$t_1 = 2 \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_1'} - \frac{1}{\lambda_1 \cdot \lambda_1'} \right) / (\varphi \cdot \lambda_1' \cdot \psi); \quad (i, j = 1, 2)$$

$$\varphi = \frac{1}{c} \frac{dw}{dt}; \quad \psi = \frac{1}{c} \frac{dw}{dt_2}; \quad \kappa = \left[ \left( \frac{dz}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dz}{dt_2} \right)^2 \right]^{1/2};$$

$$\rho_n = \frac{P_n \cdot h}{c \cdot h_0}; \quad \rho_t = \frac{P_t \cdot h}{c \cdot h_0}.$$

В уравнении (5)  $\vartheta$  — угол между касательной к деформированному меридиану и плоскостью нормальной к оси симметрии.

При расчёте в одноосной зоне уравнения (3)–(5) должны быть заменены уравнениями

$$\frac{d\lambda_1}{dt} = \varphi_4 / \left( \frac{\rho_t \cdot \lambda_1 \cdot \kappa}{\lambda_1' \cdot t_1} - \frac{dz}{dt} \cdot \frac{1}{\lambda_1} - \frac{dz}{dt_2} \cdot \frac{1}{t_1} \right); \quad (7)$$

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{\rho_n \cdot \lambda_1 \cdot \kappa}{\lambda_1' \cdot t_1}; \quad (8)$$

где

$$t_1 = 2 \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_1'} - \frac{1}{\lambda_1 \cdot \lambda_1'} \right) / (\varphi \cdot \lambda_1' \cdot \psi); \quad \varphi_4 = \frac{2 \lambda_1 \cdot t_1}{2 \lambda_1 \cdot \frac{dz}{dt_2} \cdot t_1}.$$

Полученные системы уравнений могут быть проинтегрированы численно. В работе для этой цели используется метод Рунге–Куты. Интегрирование ведётся от одной из границ, где, как правило, известна часть граничных условий. Для удовлетворения граничных условий на другом конце используется метод начальных параметров.

Для оболочки с полюсом интегрирование определяющих уравнений (3)–(6) удобно начинать из полюса, где  $t = \rho = \vartheta = 0$ ,  $G_1 = G_2$ ,  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_n$ . Программа счёта на ЭВМ предусматривает контроль условия  $t_1 = 0$  и, в случае выполнения этого условия, переход к интегрированию системы (6)–(8). В этом случае значения  $\lambda_1, \rho, \vartheta$  при  $t_2 = 0$  служат граничными для указанных величин в одноосной зоне.

В правых частях уравнений (3)–(6) при интегрировании из полюса встречаются неопределённости типа  $\frac{0}{0}$ . Раскрывая их, получим

$$\frac{d\lambda_1}{dt} = \frac{\rho_t \cdot \lambda_1 \cdot \kappa}{\lambda_1' \cdot t_1} \Big|_0 = \frac{dz}{dt} \cdot \frac{t_1}{\lambda_1'} \Big|_0; \quad \frac{d\vartheta}{dt} = 0; \quad \frac{d\vartheta}{dt} = \frac{\lambda_1 \cdot \kappa}{t_1}.$$

При этом в полусре  $\rho_0 \tau_0 = 244 \text{ г/см}^3$  В других случаях неопределенности нет, и можно непосредственно пользоваться уравнениями (3)-(6).

Во второй главе приведены решения некоторых задач равновесия оболочек вращения.

Была рассмотрена задача о деформировании эллипсоидальной оболочки давлением, линейно изменяющимся по координате  $\rho$ . Расчетные профили сравнивались с профилями, зафиксированными в эксперименте по раздуванию гелием радиозондовой оболочки. Удовлетворительное совпадение расчетных и экспериментальных профилей свидетельствует о пригодности найденной в первой главе функции  $W$  для описания неоднородного деформированного состояния.

Решение задачи о раздувании сферической оболочки переменной толщины позволило оценить влияние начальной разнотолщинности на деформирование латексных оболочек. Установлено, что для средних значений удлинений ( $1,5 < \lambda_0 < 4$ ) деформирование материала происходит, в основном, в утоненной зоне. Это приводит к существенному изменению формы оболочки. При значительных удлинениях ( $\lambda > 4$ ) форма оболочки вновь приближается к сферической.

В заключительной части второй главы рассмотрена задача подъема метеорологической оболочки.

Изменение параметров внешней среды в процессе подъема вызывает изменение механических свойств материала оболочки, а это, в свою очередь, вызывает изменение подъемной силы и скорости подъема. Указанные процессы вынуждают прибегнуть к шаговому методу. При расчете траектории полета оболочки разбивается на  $n$  слоев, где  $n$  достаточно велико, чтобы считать постоянными внутри слоя параметры внешней среды. Принимаются также следующие допущения:

- а) атмосферный воздух и газ в оболочке подчиняются законам идеального газа;
- б) в эксплуатационном диапазоне температур материал оболочки высокоэластический;
- в) при определении внешних нагрузок форма оболочки считается сферической.

При этих допущениях в работе получены зависимости для определения избыточного давления в оболочке, величины подъемной силы, скорости и времени движения в  $i$  слое. Изложена схема расчета напряженно-деформированного состояния оболочки в  $i$  слое.

Предельная высота подъема оболочки может быть найдена по значениям коэффициента запаса прочности для ряда высот в конце траектории.

В качестве примера в работе приведены результаты определе-

ния основных параметров движения оболочки радиусом 0,75 м на старте и на высоте 25 км. Набрана деформированная форма оболочки. Полученный коэффициент запаса прочности равен 1,03 достаточно точно отражает возможности промышленных оболочек этого размера.

Анализ устойчивости процесса деформирования латексных оболочек проведен в третьей главе диссертации на примере сферической оболочки. Исследовались два возможных вида потери устойчивости:

1. потеря устойчивости "хлопком", заключающаяся в резком переходе оболочки к новой несмежной форме равновесия;
2. потеря устойчивости исходной формы равновесия, связанная с появлением смежных равновесных форм, отличных от исходной.

Решение первой задачи получено в работе энергетическим методом. Исследовалось поведение функции полной потенциальной энергии системы "газ-оболочка"  $\bar{J}$ , равной сумме потенциальной энергии деформации и потенциала внешних сил. При этом различались два способа нагружения:

1. оболочка подключена к весьма большому резервуару с заданным давлением  $p$ ;
2. деформирование оболочки, содержащей постоянную массу газа, происходит за счет уменьшения внешнего давления.

Функция  $\bar{J} = \frac{1}{2} \frac{1}{\lambda^2} \frac{1}{h_0 C}$  для первого случая нагружения имеет вид

$$\bar{J} = 3\bar{W} - p(\lambda^2 - 1), \quad \bar{W} = \frac{W}{C} \quad (10)$$

Применение принципа возможных перемещений позволяет получить уравнение равновесия в форме

$$p = \frac{1}{\lambda} \left( \frac{1}{\lambda} + \lambda^2 \psi \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_1} \right) \right) \quad (11)$$

Зависимость  $p$  от  $\lambda$  для исследуемой латексной пленки имеет максимум в области удлинений  $\lambda \approx 1,4$  и минимум при  $\lambda \approx 4$ . В области  $1,4 < \lambda < 4$  деформирование оболочки происходит с уменьшением нагрузки. Анализ функции  $\bar{J}$  показывает, что формы равновесия оболочки на восходящих участках кривой  $p-\lambda$  устойчивы. При подключении оболочки, предварительно деформированной до удлинения  $1,4 < \lambda < 4$ , к резервуару с давлением  $p_{мин} < p_{раз} < p_{max}$  произойдет смена исходной формы равновесия. В зависимости от соотношения давлений  $p_{раз}$  и  $p_{раз}$  оболочка займет новое равновесное положение либо в области удлинений  $\lambda < 1,4$ , либо  $\lambda > 4$ .

Функция  $\mathcal{E}$  для второго типа нагружения составлена из внутренней энергии газа, потенциальной энергии деформации оболочки и потенциала внешнего звлнения  $p_a$ . Для случая адиабатического расширения газа функция  $\mathcal{E}$  имеет вид

$$\mathcal{E} = \frac{p_a V}{\lambda - 1} + 3\bar{W} \cdot p_a (\lambda' - \lambda_0'), \text{ где } p = p_0 \left( \frac{\lambda_0}{\lambda} \right)^{\lambda'} \quad (12)$$

Во всем диапазоне деформирования  $\lambda > 1$  функция  $\mathcal{E}$  для фиксированных значений  $p_a$  имеет только один экстремум (минимум), который соответствует состоянию устойчивого равновесия оболочки по отношению ко всевозможным отклоненным формам. Отметим, что рассмотренный способ нагружения качественно сходен с раздуванием оболочки малыми порциями газа.

Задача о формах равновесия сферической оболочки рассматривается в работе в линеаризованной постановке. Исследуются малые колебания оболочки с газом относительно некоторого деформированного состояния. Газ считается идеальным, сжимаемым, а его движение описывается волновым уравнением. Рассмотрение линеаризованных уравнений движения совместно с геометрическими и физическими соотношениями позволяет получить систему уравнений в частных производных относительно перемещений  $u = u(r, t)$ ,  $v = v(r, t)$ ,  $w = w(r, t)$ . Решение этой системы разыскивается в рядах методом разделения переменных. Условие нетривиальных решений системы алгебраических уравнений для  $n$ -го члена ряда позволяет получить уравнение частот колебаний системы "газ-оболочка" в плоскости меридиана

$$\left[ (a \cdot b - 2) N + 2b \cdot 2\beta \omega_n^2 \right] \left[ (N - 2(a-3) + 3\omega_n^2) \cdot \left( 1 + \frac{p_a}{p_0} \frac{\lambda^2}{\lambda_0 \mu} \cdot \frac{j_n^2}{j_n^2} \right) + 2(a-2)^2 N \right] = 0. \quad (13)$$

Здесь обозначено

$$\begin{aligned} a &= \frac{p_a \lambda}{p_0}, \quad A = 4\lambda \left[ F \lambda^2 + \frac{p_a W}{\lambda_0} \left( 1 + \frac{1}{\lambda} \right) + \lambda^2 \left( 2 + \frac{1}{\lambda} \right) \frac{p_a W}{\lambda_0} \right]; \\ b &= \frac{p_a \lambda}{p_0}; \quad B = 4\lambda \left[ \frac{p_a W}{\lambda_0} + \lambda^2 \frac{p_a W}{\lambda_0} \right]; \quad F = 2 \left( 1 + \frac{1}{\lambda} \right) \left( \frac{p_a W}{\lambda_0} + 2\lambda \frac{p_a W}{\lambda_0} + \lambda^2 \frac{p_a W}{\lambda_0} \right); \\ N &= \frac{\omega_n^2}{C^2}; \quad \sigma = 2 \left( \frac{p_a W}{\lambda_0} + \lambda^2 \frac{p_a W}{\lambda_0} \right) \left( \lambda^2 + \frac{1}{\lambda} \right); \quad \beta = p_0 \lambda_0^2 \frac{1}{C^2}; \quad N = n(n+1). \end{aligned}$$

$\omega_n$  - частота  $n$ -го тона колебаний,  $p_0$  - плотность материала,  $p_a$  - плотность газа,  $C$  - скорость звука в газе,  $j_n$  - сферическая функция Бесселя.

В работе выполнен анализ уравнений (13). Установлено, что в случае  $n = 0$ , частота чисто радиальных колебаний системы  $\omega_0 > 0$

во всём диапазоне удлинений  $\lambda > 1$ . Это свидетельствует об устойчивости сферической формы равновесия. Если в исходных уравнениях не учитывать изменение внутреннего давления, вызванного колебаниями, то в диапазоне удлинений  $1,4 < \lambda < 4$  значения  $\omega_0^2 < 0$ . Корни уравнения  $\omega_0^2(\lambda) = 0$  совпадают с экстремальными точками уравнения (II). Эти результаты подтверждают выводы статистического анализа.

В случае  $n = 1$  уравнение (13) имеет корни в тех точках, где выполняется условие  $\frac{d^2}{d\lambda^2} = \frac{d^2}{d\lambda^2}(\frac{d\lambda}{d\lambda}) = 0$ . Следовательно, в этих точках возможна смена исходной сферической формы равновесия новой формой, с толщиной переменной вдоль меридиана.

При определённых соотношениях между постоянными в выражении (2) уравнение (13) может иметь корни и в случае  $n \geq 2$ .

В целом по работе можно сделать следующие выводы:

1. по результатам экспериментальных исследований найдена функция энергии деформации, описывающая механическое поведение латексных плёнок в широком диапазоне температур;
2. в работе дана методика расчета напряженно-деформированного состояния сильно растяжимых латексных оболочек;
3. дана методика расчета параметров движения метеорологических оболочек при подъеме;
4. рассмотрены вопросы, связанные с устойчивостью процесса деформирования латексных оболочек. Показано, что анализ устойчивости должен проводиться с учётом взаимодействия оболочки с газом. На основании динамического критерия устойчивости найдено условие возникновения новых форм равновесия.

Изложенные в работе методы расчёта безмоментных оболочек при больших деформациях так же, как и результаты решения рассмотренных задач, могут быть использованы при проектировании и расчёте реальных конструкций из плёночных материалов.

По теме диссертации опубликованы работы:

1. Некоторые задачи равновесия резиновых оболочек.  
Изв. ВУЗов, Машиностроение, №9, 1970.
2. Определение функции упругого потенциала латексных плёнок.  
Изв. ВУЗов, Машиностроение, №2, 1972.
3. Определение собственных частот и форм колебаний резиновой сферической оболочки.  
Изв. ВУЗов, Машиностроение, №4, 1972.

4. Исследование механического поведения латексной пленки в широком температурном диапазоне.

Изв. ВУЗов, Машиностроение, №2, 1973.