

М 261802

НА ДОМ
НЕ ВЫДАЕТСЯ

Министерство высшего и среднего специального образования СССР

Московское
ордена Ленина и ордена Трудового Красного Знамени
высшее техническое училище имени Н.Э.Баумана

МАРТЬЯНОВА Галина Васильевна

ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФОРМИРОВАННОГО И ТЕПЛОВОГО СОСТОЯНИИ
МАССИВНЫХ ШИН

(01.02.06 Динамика, прочность и надёжность
машин, приборов и аппаратуры)

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Работа выполнена в Московском высшем техническом училище
имени Н.Э.Баумана

Научный руководитель:
доктор технических наук, профессор В.Л.БИДЕРМАН

Официальные оппоненты:
доктор технических наук Балабух Л.И.
кандидат технических наук Хажинский Г.М.

Ведущее предприятие указано в решении Ученого Совета.

Автореферат разослан " " 1975 г.

Защита диссертации состоится " " 1975 г.
на заседании с точности
машин Московск ого
Знамени высше о адресу:
Москва 107005,
Ваши отзы росим
направлять по
С диссерт ца.

стин А.А.

М 261802

Массивные шины находят широкое применение в машиностроении в качестве основного элемента ходовой части гусеничных машин и машин внутривозовского транспорта. Работоспособность этих элементов во многом определяет эксплуатационные характеристики этих машин (допустимую скорость, нагрузку, долговечность). Однако вопросы статической и динамической прочности массивных шин изучены еще недостаточно. Большое теплообразование в резиновом массиве приводит к повышенному расходу мощности на качение, и что особенно существенно, повышение температуры резины ухудшает ее механические свойства и снижает срок службы. Поэтому задача исследования теплообразования в резиновом слое шины при многократном циклическом нагружении является одной из основных задач при решении проблемы живучести шин.

Целью настоящей работы является исследование напряженно-деформированного состояния массивной шины при обкатки ее на плоскость и построение поля источников тепла и поля температур, развивающихся в массиве шины при качении.

В диссертации дано приближенное теоретическое решение поставленных задач. При этом напряженно-деформированное состояние шины исследовано с помощью вариационного метода Л.В. Канторовича, а поле температур — путем решения уравнения теплопроводности с применением ЭЦВМ.

В отличие от других работ данного направления задача определения перемещений для несжимаемого материала сформулирована как задача условного экстремума. Это дало возможность определить не только компоненты перемещений, но и гидростатическое напряжение.

Полученные в работе результаты могут быть использованы при расчете и оптимизации конструкции массивных шин, применяемых в гусеничных машинах и машинах заводского транспорта.

Работа докладывалась на симпозиуме по методам расчета резино-технических изделий (Рига, 20 ноября 1974 г.) и на семинаре прочности при кафедре К-5 МВТУ им. Н.Э. Баумана. Основные результаты опубликованы в трех статьях.

Работа объемом 125 стр. машинописного текста и 56 рисунков состоит из введения, трех глав и заключения. Список литературы включает 47 названий.

НТБ МГТУ им. Н.Э. Баумана



1261802

Мартыанова Г.В. Исследован

В первой главе работы дан обзор способов приближенного определения гидростатического напряжения в задачах теории упругости для несжимаемого материала с применением вариационного принципа Лагранжа, а также дан обзор других исследований, имеющих отношение к расчету массивных шин.

Здесь обсуждено, в частности, предложение Э.Э.Лавендела об определении гидростатического напряжения с помощью независимого вариационного уравнения.

Также рассмотрен способ определения гидростатического напряжения, предложенный В.Ф. Гонцей и основанный на приближенном решении задачи для слабосжимаемого материала и последующем переходе к коэффициенту Пуассона, равному $\mu = 0,5$.

Уделено внимание рассмотрению методов расчета массивных шин, предложенных А.С.Антоновым, А.Г.Козловым, Э.В.Петровым и рядом других авторов. Эти методы основаны на использовании формул Герца.

Детально рассмотрена работа А.М. Гомана, в которой задача обжатия шины на плоскость решается методами прикладной теории упругости. А.М.Гоман установил, что контактную задачу для кольцевого слоя можно приближенно заменить аналогичной задачей для плоского слоя при действии на него жесткого цилиндрического штампа. Решение этой задачи проведено методом Л.В.Канторовича на основе принципа Лагранжа. Сначала построено поле перемещений для обрезиненного катка неограниченной ширины. Затем в полученное решение введена функция, зависящая от поперечной координаты. Построено первое приближение решения задачи. Нормальные напряжения были определены с точностью до гидростатического напряжения.

Полученное А.М.Гоманом приближенное решение задачи плоской деформации дает погрешность в определении перемещений порядка 20%. Поскольку это приближенное решение затем используется при решении объемной задачи, ошибка в определении напряжений и деформаций в последнем случае может существенно возрасти.

Вопрос о теплообразовании в обрезиненных валах рассматривался в работах А.А.Шершнева, П.И.Анферова и др.

Во второй главе изложен метод определения гидростатического напряжения при решении задачи для несжимаемого материала на основе принципа возможных перемещений. При расчете деталей из несжимаемого материала прямыми вариационными методами, основанными на принципе Лагранжа, выражения для перемещений задачи обычно тождественно удовлетворяющими условию несжимаемости.

При решении определяются компоненты перемещений и выражающиеся через них касательные напряжения. Нормальные напряжения определяются с точностью до гидростатического напряжения, которое для несжимаемого материала не связано непосредственно с деформациями.

В диссертации эта задача рассматривается как задача условного экстремума, т.е. условие несжимаемости считается уравнением связи. В такой постановке определяются не только перемещения, но и множитель Лагранжа, который вводится в задачу условного экстремума. При этом множитель Лагранжа равен гидростатическому напряжению. Это положение доказано путем предельного перехода к $\mu = 0,5$ в вариационном уравнении Лагранжа для сжимаемого материала.

Как уже указывалось, статический расчет массивной шины сводится к решению задачи о внедрении жесткого цилиндрического штампа в плоский олоя, заделанный по нижнему основанию (рис. I).

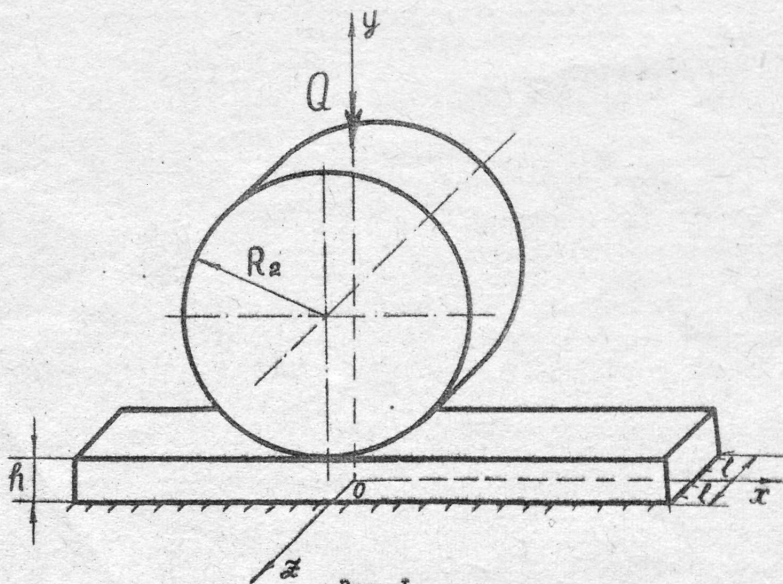


Рис. I.

Уравнение Лагранжа для несжимаемого материала записано в форме

$$\delta I I = \delta \iiint_V (U_1 + S_0 \Delta) dV + \delta V = 0, \quad (1)$$

где V - потенциал внешних сил,

$$U_1 = G \varepsilon_{ij} \cdot \varepsilon_{ij}, \quad \Delta = \varepsilon_{ii} = 0, \\ (S_0 \text{ не варьируется}).$$

Уравнение (1) можно рассматривать как уравнение условного экстремума с функцией Лагранжа S_0 и уравнением связи $\Delta = 0$.

Сначала изучена плоская деформация бесконечной полосы, зажатой по одной границе и нагруженной контактным давлением по другой. При этом закон распределения контактного давления считается известным с точностью до некоторого множителя ρ_0

$$\rho(x) = \rho_0 \phi(x), \quad (2)$$

здесь $\phi(x)$ - известная функция.

Перемещения точек полосы U_1 , U_2 и гидростатическое напряжение S_0 представлены в виде

$$U_1 = h \sum_{i=1}^n \phi_i(\xi) \Phi_i(\eta), \quad U_2 = h \sum_{i=1}^n \phi_{2i}(\xi) \Phi_{2i}(\eta), \quad (3)$$

$$S_0 = \sum_{i=1}^n \varphi_i(\xi) \varphi_{2i}(\eta), \quad (\xi = \frac{x}{h}, \quad \eta = \frac{y}{h}),$$

где h - высота полосы,

(здесь ось x направлена вдоль полосы, а ось y - нормально к ее границе).

В качестве известных координатных функций принята система функций безразмерной координаты η

$$\Phi_i(\eta) = \eta^i, \quad \Phi_{2i} = -\frac{1}{i+1} \eta^{i+1}, \quad \varphi_{2i} = \eta^{i-1}.$$

Функции Φ_i , Φ_{2i} связаны соотношением $\frac{d}{d\eta} \Phi_{2i} = -\Phi_i$, которое

позволяет в дальнейшем выполнить условие несжимаемости. Эти функции удовлетворяют также геометрическим граничным условиям ($\eta = 0$, $U_1 = U_2 = 0$). При этом искомые функции $\phi_i(\xi)$, $\phi_{2i}(\xi)$ связаны дополнительно уравнением несжимаемости

$$\frac{d}{d\xi} \phi_i - \phi_{2i} = 0. \quad (4)$$

Дальнейший путь решения состоит в следующем. Принятые выражения для U_1 , U_2 , S_0 подставляются в функционал (I), который для случая плоской деформации преобразуется к виду

$$\delta \left[h^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^1 (U_1 + S_0 \Delta) d\eta d\xi \right] + \delta V = 0, \quad (5)$$

где

$$U_1 = G \left(\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \frac{1}{2} \gamma_{xy}^2 \right), \quad \Delta = \varepsilon_x + \varepsilon_y = 0,$$

ε_x , ε_y , γ_{xy} — компоненты малых деформаций, определяемые по формулам Коши.

Затем выполнено интегрирование по η в выражении (5), и для полученного функционала записаны уравнения Эйлера, которые совместно с уравнениями (4) и естественными граничными условиями позволяют определить искомые функции.

В работе проведено решение этой задачи в первом ($n=1$) и втором ($n=2$) приближениях. Результаты сравнения второго приближения с точным решением аналогичной задачи свидетельствуют о высокой точности второго приближения. Во втором приближении наблюдается существенное улучшение в выполнении силовых граничных условий, которые при решении на основе принципа Лагранжа выполняются приближенно.

При заданном законе изменения контактного давления в площади контакта (2) величина этого давления и соответствующие перемещения определяются из геометрических условий контакта полосы со штампом в трех точках: в центре и по границам контактной зоны.

Далее рассмотрена контактная задача для шины конечной ширины. Для того, чтобы учет конечной ширины шины не отразился на выполнении условий контакта, принято, что вертикальное перемещение не зависит от поперечной координаты $\xi = x/h$ и выражается в зависимости от координат ξ и η теми же формулами, что и в плоской задаче. В отличие от плоской задачи перемещение в направлении оси x и гидростатическое напряжение дополняются функциями координаты ξ . Итак, принято

$$\begin{aligned} U_1 &= h \sum_{i=1}^n f_{1i}(\xi) \Phi_{1i}(\eta) \Psi_{1i}(\xi), \\ U_2 &= h \sum_{i=1}^n f_{2i}(\xi) \Phi_{2i}(\eta), \\ U_3 &= h \sum_{i=1}^n f_{3i}(\xi) \Phi_{3i}(\eta) \Psi_{3i}(\xi), \end{aligned} \quad (6)$$

$$S_0 = \sum_{i=1}^n \varphi_{1i}(\xi) \varphi_{2i}(\eta) \varphi_{3i}(\xi).$$

Функции $\varphi_{1i}(\xi)$, $\varphi_{2i}(\eta)$ задаются так, чтобы могло быть выполнено условие несжимаемости. Из этого условия следует

$$\varphi_{3i} = \varphi_{2i}, \quad \varphi_{3i} = -\varphi_{1i} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

Искомые функции φ_{1i} , φ_{2i} , φ_{3i} определяются из условия экстремума потенциальной энергии деформации слоя, которое приводит к уравнениям Эйлера

$$\frac{\partial F}{\partial \varphi_{1i}} - \frac{d}{d\xi} \left(\frac{\partial F}{\partial \varphi_{1i}'} \right) = 0, \quad (i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2)$$

уравнениям связи

$$\varphi_{1i} = \varphi_{2i}' + 1,$$

и естественным граничным условиям

$$\xi = \pm l/h \quad \frac{\partial F}{\partial \varphi_{1i}'} = 0.$$

Вдесь через F обозначено следующее выражение

$$F = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^1 (U_1 + S_0 \Delta) d\eta d\xi,$$

где

$$U_1 = [\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \varepsilon_z^2 + \frac{1}{2}(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2)]G, \quad (7)$$

$$\Delta = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = 0.$$

Для сравнения решений первого и второго приближений проведен расчет деформаций и напряжений в резиновом массиве шины конечной ширины. Установлено, что в зонах, где напряжения заданы, второе приближение приводит к существенному улучшению выполнения граничных условий, а изменение перемещений по сравнению с первым приближением не очень значительно.

Достаточная точность второго приближения подтверждается и результатами эксперимента. Экспериментально полученные кривые обжатия шин на плоскость и графики распределения контактного давления в зоне контакта сопоставлялись с расчетными, причем установлено хорошее совпадение.

Распределение контактного давления исследовалось с помощью специальных тензометрических датчиков. Как теоретически, так и экспериментально установлено, что контактное давление вблизи краев шины существенно меньше, чем в середине контакта.

Третья глава посвящена определению температурного поля в массивной шине конечной ширины.

Аналогично статическому расчету не учитывается кривизна слоя, и рассмотрено теплообразование в бесконечном слое ограниченной ширины, по которому движутся равноотстоящие друг от друга жесткие катки. Показано, что для шинных резин в рабочем интервале скоростей можно пренебречь колебаниями температуры в пределах цикла нагружения и учитывать лишь суммарное за оборот тепловыделение в каждой точке резинового массива. Таким образом, задача расчета стационарного температурного поля оказывается двумерной — температура всех точек, лежащих на одной окружности, одинакова.

Проведенное изучение динамического эффекта показало, что при качении шины в рабочем диапазоне скоростей движения влияние инерционных нагрузок можно не учитывать.

Для определения источников теплообразования использованы соотношения линейной теории вязкоупругости. При гармоническом режиме деформаций связь между напряжениями и деформациями линейно-вязкоупругого материала описывается выражением

$$\bar{\sigma} = G^*(i\omega) \varepsilon_0 e^{i\omega t}, \quad (8)$$

где $G^*(i\omega) = G_1 + iG_2$,

ε_0 — амплитуда деформаций,

ω — частота колебаний,

G_1, G_2 — модули накопления и потерь, зависят от частоты деформаций и температуры.

Динамический режим нагружения шинных резин при эксплуатации может быть представлен суммой гармонических составляющих в виде ряда Фурье. Для этого достаточно представить в виде ряда Фурье по координате x компоненты деформаций в статической задаче. В результате такого представления имеем

$$\varepsilon_x = \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon_x^{(k)}(\rho, \xi) \cos \frac{kx}{R_2}, \quad \varepsilon_y = \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon_y^{(k)}(\rho) \cos \frac{kx}{R_2}, \quad (9)$$

$$\varepsilon_x = \sum_{\kappa=1}^{\infty} \varepsilon_x^{(\kappa)}(\eta, \xi) \cos \frac{\kappa x}{R_2}, \quad \delta_{xy} = \sum_{\kappa=1}^{\infty} \delta_{xy}^{(\kappa)}(\eta, \xi) \sin \frac{\kappa x}{R_2}. \quad (9)$$

$$\delta_{yz} = \sum_{\kappa=1}^{\infty} \delta_{yz}^{(\kappa)}(\eta, \xi) \cos \frac{\kappa x}{R_2}, \quad \delta_{zx} = \sum_{\kappa=1}^{\infty} \delta_{zx}^{(\kappa)}(\eta, \xi) \sin \frac{\kappa x}{R_2}.$$

Интенсивность источников тепла определяется по следующей формуле.

$$q = A \frac{\omega_0}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\sigma_x \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_x + \dots + \tau_{zx} \frac{\partial}{\partial t} \delta_{zx} \right) dt, \quad (10)$$

где $\omega_0 = \frac{V}{R_2}$, V - скорость качения шины, A - тепловой эквивалент механической работы.

Учитывая, что при равномерном качении

$$x_0 = x - V \cdot t,$$

а также зависимость (8) и условие нескимаемости (7), имеем

$$q = A \frac{\omega_0}{2} \sum_{\kappa=1}^{\infty} \kappa G_2^{(\kappa)} \left\{ 2 \left[\varepsilon_x^{(\kappa)^2} + \varepsilon_y^{(\kappa)^2} + \varepsilon_z^{(\kappa)^2} \right] + \delta_{xy}^{(\kappa)^2} + \delta_{yz}^{(\kappa)^2} + \delta_{zx}^{(\kappa)^2} \right\}. \quad (11)$$

Двумерное уравнение стационарной теплопроводности имеет следующий вид

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \xi^2} = - \frac{h^2}{\lambda} q, \quad (12)$$

где $\Theta = T - T_0$.

T_0 - температура окружающей среды,

λ - коэффициент теплопроводности резины.

Уравнение (12) интегрируется при граничных условиях

$$\left(\frac{\partial \Theta}{\partial \eta} + Bi_1 \Theta \right) /_{\eta=1} = 0, \quad \left(\frac{\partial \Theta}{\partial \xi} + Bi_{2,3} \Theta \right) /_{\xi=\pm \psi_n} = 0,$$

$$\eta = 0 \quad \Theta = \Theta_n, \quad \lambda \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} = \lambda_n \frac{\partial \Theta_n}{\partial \eta},$$

здесь

$$Bi_k = \frac{\alpha_k h}{\lambda}, \quad (k = 1, 2, 3),$$

α_k — коэффициент теплоотдачи резины в окружающую среду,

θ_m, λ_m — температура и коэффициент теплопроводности металлического бандажа.

Уравнение (12) с помощью метода прямых приводилось к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, решение которой было получено численно на ЭЦВМ.

При расчете поля температур учитывалась зависимость гистерезисных свойств резины от частоты и температуры.

На основе разработанной методики был проведен расчет поля температур в реальной шине. В расчет были заложены зависимости гистерезисных свойств резины от частоты и температуры, взятые из работ *J. C. Snowden*.

Сравнение результатов расчета поля температур с экспериментальными данными стендовых испытаний, проведенными НИИ шинной промышленности, вполне удовлетворительно.

Все необходимые вычисления проведены в работе на ЭЦВМ "Минск-22".

ВЫВОДЫ

1. В работе изложен метод расчета напряженного и деформированного состояния конструкций из несжимаемого материала, основанный на вариационном принципе Лагранжа. В отличие от аналогичных способов, предложенных другими авторами, этот метод позволяет определить не только деформации и касательные напряжения, но и поле нормальных напряжений.

2. Для полосы (плоская деформация), нагруженной локальной нагрузкой, решение, полученное предложенным методом, во втором приближении практически совпадает с точным.

3. С использованием этого метода построено приближенное решение трехмерной задачи о контактной деформации резинового массива шины. При этом изучено напряженное и деформированное состояние резинового слоя и распределение контактного давления по ширине контакта.

4. Проведено экспериментальное исследование характеристик обжатия шин и распределения давления по площади контакта. Совпадение теоретических и экспериментальных результатов хорошее.

5. Показано, что при стационарном режиме температура по окружности шины практически не изменяется, и поэтому задача теплопроводности является двумерной. С помощью метода прямых двумерное уравнение стационарной теплопроводности приводилось к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, решение которой получено численно на ЭЦВМ.

6. Таким образом, разработан способ расчета температурного поля шины с учетом зависимости модуля потерь от частоты деформации и температуры.

Учет этой зависимости проведен методом последовательных приближений.

Основное содержание диссертации опубликовано в следующих статьях:

1. Бидерман В.Л., Мартынова Г.В., О применении вариационного принципа Лагранжа к расчету деталей из несжимаемого материала, "Известия ВУЗов. Машиностроение", 1973, № 6.

2. Мартынова Г.В., К расчету обрезиненных катков, "Известия ВУЗов. Машиностроение", 1973, № 8.

3. Мартынова Г.В., Приближенный метод расчета температурного поля в массивной шине при качении, "Известия ВУЗов. Машиностроение", 1974, № 2.