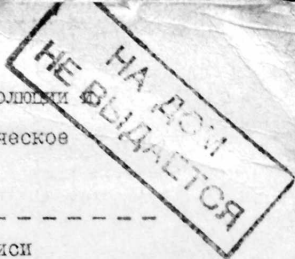


4410590

Московское ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции
ордена Трудового Красного Знамени высшее техническое
училище им. Н.Э. Баумана



На правах рукописи

Хамитов Гумар Паглович

УДК 519.8:62

ОСНОВЫ ТЕОРИИ И СРЕДСТВА ИМИТАЦИИ
ФРАГМЕНТАРНО ЗАДАНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ
СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ С ДИСКРЕТНЫМ
ВРЕМЕНЕМ (УПОРЯДОЧЕНИЕ И РАНДОМИЗАЦИЯ)

05.13.01 Техническая кибернетика
и теория информации

Автореферат

диссертации на соискание ученой
степени доктора технических наук

Москва-1983

Работа выполнена в Иркутском институте народного хозяйства
Министерства высшего и среднего специального образования РСФСР

ОФИЦИАЛЬНЫЕ ОППОНЕНТЫ: доктор технических наук, профессор
В.Ф.БИРЮКОВ
доктор технических наук, профессор
П.С.МАТВЕЕВ
доктор технических наук, профессор
Б.Ф.КИРЬЯНОВ

ВЕДУЩЕЕ ПРЕДПРИЯТИЕ - Институт кибернетики АН УССР

Защита диссертации состоится "_____" _____ 1983г.
в _____ час. на заседании специализированного совета Д.053.15.01
при Московском ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции и ор-
дена Трудового Красного Знамени высшем техническом училище им.
Н.Э.Баумана по адресу: 107005, Москва, Б-5, 2-я Бауманская, 5.
С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке МВТУ.

Автореферат разослан "_____" _____ 1983г.

Учен.
специалист
К.т.

ИЖОВ

М 410590

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Главные проблемы имитационной методологии видятся в разработке теории, описывающей процесс машинного моделирования, в организации рационального участия эксперта в диалоговой работе с ЭВМ для формирования критериев и принятия решений, в развитии математических моделей, алгоритмов и программного обеспечения, охватывающих возможно более широкий круг явлений реальной действительности.

Актуальность проблемы, рассматриваемой в данной работе, обусловлена а) сложностью технологии машинного моделирования, б) тенденцией постоянного уточнения и усложнения модельных представлений, в) ростом сложности моделируемых объектов, которая выражается, например, в расширении номенклатуры учитываемых характеристик при ограниченном объеме реальных статистических данных, г) потребностью в автоматизации и унификации процесса проектирования имитационных моделей.

Общая схема любой имитационной модели состоит из последовательно соединенных блоков имитации внешних воздействий и исследуемой системы, к которым подключаются анализаторы интересующих пользователя процессов. При этом внешние воздействия чаще всего интерпретируются в терминах теории вероятностей и математической статистики. Таким образом, одним из основных узлов имитирующих комплексов является имитатор стохастической среды - программный блок, копирующий существенные черты экзогенных переменных моделируемого объекта и внутренних шумов, приведенных ко входу. Корректность задания тех и других переменных оказывает существенное влияние на конечный эффект использования имитационной модели. Это, в свою очередь, обуславливает актуальность создания специальных узлов имитирующих комплексов, которые позволяли бы воспроизводить внешние воздействия и внутренние шумы с известными или предполагаемыми статистическими свойствами.

Моделированию "случайности" посвящено большое число публикаций. Существенный вклад в развитие методов и средств машинного моделирования случайных процессов внесли советские ученые. Это прежде всего Н.П.Бусленко, Р.Г.Бухараев, В.В.Быков, Б.М.Бойченко, В.С.Гладкий, И.А.Данильченко, С.М.Ермаков и Г.А.Михайлов, Б.Ф.Кириянов, З.А.Пиранашвили, Ю.Г.Полляк, В.С.Пугачев, Л.А.Растрегин, И.М.Соболев, В.Г.Срагович, Р.Ф.Федоров, В.В.Яковлев и

I

НТБ МГТУ им. Н.Э.Баумана



1410590

Хачатурян Г. П. Основы теории

М В Т У
им. Н.Э. Баумана
БИБЛИОТЕКА

Г.В.Добрис, Н.Н.Ченцов, В.Н.Четвериков, Э.А.Баканович и А.В.Меньков. В работах названных и ряда других исследователей сформулированы также основные проблемы, возникающие при статистическом воспроизведении разнообразных рядов наблюдений, показаны их значимость в проблематике кибернетического моделирования и отличительные особенности.

1. Одним из наиболее важных результатов исследований последних лет является разработка средств отображения вероятностных свойств реальных рядов наблюдений в предположении, что все необходимые распределения **и з в е с т н ы** (соответствующие источники случайных процессов обычно называются генераторами или датчиками). Вместе с тем нужно заметить, что это предположение является серьезным ограничением и оправдано, по существу, лишь в имитационных моделях игрового типа, когда непосредственная связь с реальной действительностью умышленно разрывается для изучения поведения моделируемого объекта в некоторых гипотетических условиях. Решение задач с достаточно высоким уровнем требований к точности отображения действительности приводит в рамках существующих подходов к необходимости проведения довольно громоздкой подготовительной работы идентификационного характера. **С л о ж н о с т ь** технологической цепочки "изучаемый стохастический процесс - математическая модель - алгоритм - программа - эксперимент", невозможность реализовать при помощи известных методов постоянно совершенствующиеся представления, связанные с широким кругом наиболее содержательных и адекватных форм случайных процессов, снижают эффективность и надежность машинного моделирования в целом.

2. Динамика процессов имеет особое значение для машинного моделирования, так как имитация преследует цель изучения процесса **ф у н к ц и о н и р о в а н и я** объекта исследования. Но именно такого рода источники стохастических рядов наблюдений наименее разработаны. Основная причина отмеченного заключена в том, что с одной стороны, случайный процесс однозначно задается **в с е м и** конечномерными распределениями, с другой, - конечный объем статистического материала, имеющегося в распоряжении исследователя, позволяет более или менее удовлетворительно оценивать весьма **о г р а н и ч е н н ы й** набор характеристик порождающего случайного процесса. Поэтому, если заведомо не отвергать

модель случайного процесса как бесполезную в различного рода приложениях, необходимо "задавать" его фрагментарно. В дальнейшем изложении источники "случайности", воспроизводящие фрагментарно описанные стохастические ряды наблюдений, будут называться имитаторами.

3. Общий недостаток известных фильтрующих преобразований некоторого исходного шума в негауссовские процессы с требуемыми динамическими свойствами — изменение всех статистических характеристик входного шума, включая одномерное распределение вероятностей. Это в свою очередь существенно усложняет решение задач оперативного управления свойствами модельного процесса в течение одного имитационного прогона: перенастройка фильтра с последующим устранением переходной (нестационарной) части приводит к "разрывам" генерируемой траектории.

4. В настоящее время отсутствуют методы имитации стохастических рядов наблюдений, учитывающие моментные функции выше второго порядка.

К сказанному следует добавить, что процесс преобразования математической модели в алгоритм требует дополнительной проверки на соответствие, подобно тому, как необходимо исследование адекватности математической модели и реального объекта. Выходом здесь может служить использование некоторых универсальных алгоритмических схем в качестве моделей не одного конкретного явления, а достаточно широкого класса явлений.

Таким образом, специфика рассматриваемых в диссертационной работе объектов — средств имитации фрагментарно заданных стационарных случайных процессов — выдвигает ряд научно-технических проблем, решение которых в значительной мере определяет сферу применения и эффективность кибернетического моделирования.

Цель работы. Основной целью диссертационной работы является обоснование путей решения перечисленных выше проблем, разработка соответствующих методов и математических моделей, доведение их до программной реализации.

В теоретическом и методическом плане цель исследования состоит в обосновании и развитии такого подхода к имитации фрагментарно заданных стационарных случайных процессов с дискретным временем, который в значительной степени исключает трудоемкий и

трудно формализуемый этап предварительного математического моделирования (этап идентификации) и устанавливает эффективные пути статистического экспериментирования на ЭВМ. Технические аспекты преследуемой цели состоят в обеспечении предлагаемых схем и решений алгоритмическим и программным продуктом, необходимыми средствами формирования первичных случайных процессов.

Методы исследования. Для анализа предлагаемых решений применялся аппарат системного анализа, теории вероятностей, математической статистики, комбинаторики, матричной алгебры и теории вероятностных автоматов. Проверка эффективности предложений, разработанных в диссертации, проводилась с помощью имитационных экспериментов на ЭВМ.

Научная новизна. Впервые введено понятие скользящего упорядочения, сформулированы общие принципы построения схем извлечения из урны (запоминающего устройства) траекторий некоторых случайных процессов с набором требуемых свойств, предложен язык моделирования внешнего и внутреннего поведения указанного класса схем, ориентированный на формализованное решение задач анализа, синтеза и оптимизации при проектировании имитаторов стохастических рядов наблюдений и удобный для интерпретации полученных проектных решений в терминах широко применяемых алгоритмических языков и структурных описаний.

Разработана модель скользящего упорядочения, обобщающая ряд известных вероятностных моделей случайных процессов. Основная позитивная особенность данной модели в роли имитационной заключена в том, что она обеспечивает преобразование одного сигнала в другой без изменения одномерного закона распределения вероятностей. Это в свою очередь позволило традиционно взаимосвязанные задачи формирования процессов с требуемыми свойствами сделать автономными. Модель скользящего упорядочения легко реализуется на ЭВМ, практически без изменений переносится на многомерный случай. Она обеспечивает переход от обычного в инженерной практике фрагментарного описания случайных процессов (например, с помощью пары "одномерное распределение - автоковариационная функция") к явно выраженным реализациям некоторых эквивалентных (в указанном смысле) случайных процессов посредством преобразования реализаций соответствующего белого шума. Одна из ее модификаций позволяет улучшать качество первичных случайных и псев-

дослучайных последовательностей за счет разрушения паразитных статистических зависимостей. Предлагаемая модель дает возможность решать такие задачи, постановка которых в рамках существующих методик была невозможна.

Предложена новая технология имитации стохастических процессов с учетом моментных функций порядка два и выше, исключающая трудоемкий этап детального вероятностно-статистического моделирования. Эта технология легко алгоритмируется, естественно вписывается в идеологию САПР и позволяет исследователю, ведущему диалог с ЭВМ, в полной мере проявить интуицию и накопленный опыт, способность "на глаз" подмечать различия модели и моделируемой системы для последующего оперативного внесения необходимых коррекций. Небольшое число регулируемых параметров модели скользящего упорядочения, возможности использования любых динамических характеристик, допускающих представление в мгновенной форме, вовлекает в сферу машинного моделирования хорошо развитый инструментарий адаптивных систем управления. Все это в конечном счете смещает внимание исследователя с вопросов трудоемкого предварительного вероятностно-статистического моделирования на более тщательное обоснование общих модельных представлений и целевой функции, отражающей в интегральном виде показатели точности имитации стохастической среды.

Предложен и применен для синтеза устройств генерирования первичных случайных процессов принцип использования микрофлуктуаций реальных электрических сигналов, который базируется на основных положениях теории массового обслуживания и теории восстановления. Логическое объединение квазидетерминированных потоков событий позволяет строить высококачественные и надежные источники случайных процессов для цифровых и аналоговых вычислительных устройств.

Практическая ценность работы определяется тем, что теоретические и экспериментальные исследования завершены разработкой структуры новой технологии проведения имитационных экспериментов с моделями стационарных случайных процессов, которая наряду с повышением эффективности и производительности выполнения научно-технических проектов, опирающихся на имитационную методологию, позволяет улучшать качество получаемых результатов за счет отказа от существенно ограничивающей и загромождающей действитель-

ность гипотезы независимости выборочных данных.

Практическая ценность работы заключается также в обеспечении специалистов, использующих машинное моделирование, методикой и конкретными способами введения необходимых динамических свойств во входные процессы без изменения одномерного распределения и улучшения качества источников первичной случайности. Разработанные и исследованные алгоритмы и процедуры легко программируются, достаточно универсальны, эффективны в эксплуатации. На их основе могут быть созданы пакеты прикладных программ для вычислительных систем различного назначения.

Основные результаты работы и базирующиеся на них технические решения и программное обеспечение были применены в ряде научно-исследовательских разработок, в которых автор принимал участие как консультант, исполнитель или научный руководитель. В частности, предложенные алгоритмы имитации и генерирования случайных процессов использовались при проектировании типовой интегрированной автоматизированной системы управления предприятиями ВПО Союзэлектроисточник Министерства электротехнической промышленности СССР, а также при анализе несимметричных режимов энергосистем Читаэнерго, Бурятэнерго, Иркутскэнерго для обоснования допустимых значений токов и напряжений обратной последовательности.

Апробация работы. Материалы диссертации в целом и отдельные ее положения докладывались автором и обсуждались: на научно-технических конференциях Иркутского политехнического института (1965 - 1978 г.г.); на научно-технических конференциях Иркутского института народного хозяйства (1978 - 1982 г.г.); на семинарах Научного совета по проблеме "Кибернетика" АН УССР (Киев, 1967-1971 г.г.); на Первой областной конференции "Научная и техническая молодежь - Восточной Сибири" (Иркутск, 1968 г.); на Всесоюзной конференции "Информационные и измерительные устройства в радиоэлектронике" (Рига, 1974 г.); на Втором Всесоюзном симпозиуме по вероятностным автоматам (Тбилиси, 1976 г.); на Всесоюзном совещании по автоматизации проектирования систем управления (Суздаль, 1979 г.); на научно-практических семинарах Секции АСУ НТС МЭТП, МКС по внедрению ВТ в народное хозяйство при Иркутском ОК КПСС (Иркутск, 1972-1978 г.г.); на Всесоюзных школах-семинарах по вероятностным автоматам (1970-1980 г.г.); на Первой областной математической конференции (Иркутск, 1982 г.); на Всесоюз-

ной научной конференции "Моделирование электроэнергетических систем" (Баку, 1982 г.) и на ряде других конференций, семинаров и совещаний.

Публикации. Основные научные результаты диссертации опубликованы в 32 печатных работах общим объемом 16,8 печатных листов. Предложенные методы и технические решения защищены 18-ю Авторскими свидетельствами СССР. Опубликовано одна монография.

Объем работы. Диссертация изложена на 220 стр. машинописного текста, содержит 19 рисунков, 4 таблицы, состоит из введения, 5 глав, заключения, списка литературы (142 наименования) и 5 приложений на 91 странице.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении отмечено важное значение имитационной методологии в различных сферах научной и практической деятельности, определяющих темпы научно-технического прогресса, обоснована актуальность тематики диссертации, сформулированы цели, очерчен предмет и перечислены методы исследования, представлен краткий обзор работ, посвященных решению отдельных задач машинного моделирования случайных процессов, изложена научно-методическая концепция автора, аннотировано содержание диссертации.

Первая глава посвящена рассмотрению общих вопросов формализованного представления временных последовательностей и обоснованию перестановочной процедуры в качестве способа воздействия на динамику стохастических процессов с дискретным временем.

I. Рассмотрим информационно-технологические схемы имитации случайной величины, приведенные на рис. I. Пусть начальные сведения I_0 о некоторой величине ξ сконцентрированы в модельные представления M_{ξ_0} нулевого уровня. Эти представления позволяют организовать накопление данных $\omega = (\omega_1, \dots, \omega_n)$, поступающих с выхода ЕИСП (естественного источника случайного процесса) в блок I, и осуществить построение макромоделей M_{ξ_1} , представляющей собой набор следующих фраз (предположений):

- наблюдения ω есть реализация случайного вектора $X = (X_1, \dots, X_n)$ с независимыми компонентами;
- составляющие $X_1, \dots, X_n$ вектора X одинаково распределены;
- ряд ω является репрезентативной выборкой.

Модельные представления M_{ξ_1} так или иначе используются и подразумеваются на всех остальных этапах решения задачи имитации и в

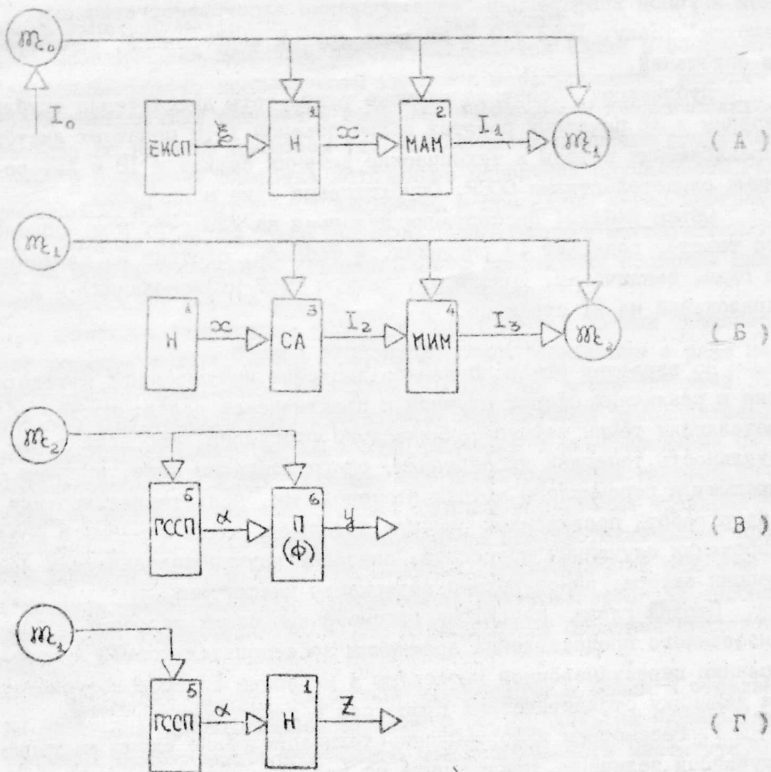


Рис.1. Информационно-технологические схемы имитации случайной величины ϵ_p .

ЕИСП —естественный источник случайного процесса ;
 Н —накопитель статистических данных ; МАМ —макромо-
 делирование ; МИМ —микромоделирование ; СА —статис-
 тический анализ ; ГССП —генератор стандартного слу-
 чайного процесса ; П (Ф) —нелинейный преобразователь
 (фильтр)

конечном счете определяют успех машинного моделирования. Но в приложениях к конкретным рядам наблюдений эта макро модель практически всегда носит гипотетический характер.

Далее в ограничительных условиях M_1 (рис.1б) проводится соответствующий статистический анализ (блок 3) выборки ∞ , в результате которого формируется ряд статистик I_2 : эмпирическая функция распределения $F_n(t)$, оценки Θ_n параметров неизвестного распределения $F_\xi(t)$ случайной величины ξ и т.д. В блоке микро моделирования 4 эмпирическая функция распределения $F_n(t)$ сглаживается подходящей зависимостью $F_0(t)$. Затем формируются модельные представления M_2 второго уровня, в согласии с которыми находится преобразование последовательности α с выхода генератора стандартного случайного процесса 5 в последовательность ψ на выходе (нелинейного) преобразователя 6 (рис.1в). С точностью, определяемой качеством работы узлов 5 и 6, эмпирическая функция распределения $F_\psi(t)$ последовательности ψ в соответствии с законом больших чисел стремится к $F_0(t)$.

Недостатки и слабые места перехода от ∞ к ψ через микро моделирование очевидны. Главные два заключаются в следующем. Во-первых, процесс выдвижения гипотез вида $F_0(t)$ не может быть формализован полностью. Во-вторых, статистические выводы на множестве выдвижаемых гипотез более или менее убедительны лишь в случае негативных ответов.

Вместе с тем легко организовать переход от ∞ непосредственно к требуемому ряду Z (см.рис.1г). Для этого достаточно с помощью генератора 5 в каждом такте имитации осуществлять выбор наугад одного из элементов ряда ∞ из блока I накопления данных, т.е. реализовать урновую схему с возвращением. В такой ситуации эмпирическая функция распределения $F_Z(t)$ последовательности Z стремится к $F_n(t)$. В итоге вместе с микро моделированием устраняются весьма вероятные ошибки сглаживания, блок анализа 3 и блок 6.

Таким образом, возможны две информационно-технологические схемы организации машинного моделирования случайных величин, одна из которых представляется цепочкой операций

$$(A) + (B) + (B), \quad (I)$$

изображенных на рис. I, другая - цепочкой

Степень участия человека в задании закона распределения вероятностей P существенно различна в этих двух схемах. (Различия схем становятся особенно ощутимыми в машинных экспериментах с большим числом моделируемых процессов.) Первая нуждается в микро-подходе, в предварительном формировании команды, регламентирующей распределение P и базирующейся на соответствующем статистическом анализе. Второй достаточно макромодель, она воспроизводит любой закон P непосредственно по реальным наблюдениям, воспроизводит автоматически по "фотографиям" сигнала с выхода ЕИСП.

Далее источники, основанные на технологии вида (1), будут называться P -датчиками (P -генераторами), а источники, основанные на технологии вида (2), - P -имитаторами. По аналогии NR -датчиками (или NR -имитаторами) названы источники гауссовских случайных процессов с требуемой автоковариационной функцией (АКФ), PR -датчиками (PR -имитаторами) - источники с необходимыми одномерным законом распределения вероятностей (ОЗРВ) и автоковариацией R .

2. Если элементы реализации $y = (y(1), \dots, y(n))$ некоторого стационарного эргодического случайного процесса $Y(t)$ с дискретным временем t поместить в урну и организовать выбор наугад с возвращением, то полученную новую выборку $x = (x(1), \dots, x(n))$ можно рассматривать как последовательность независимых реализаций случайной величины X с распределением $F_X(\cdot)$, которое статистически совпадает с одномерным распределением исходного процесса $Y(t)$. Процесс $X(t)$, порождающий последовательность типа x , называют белым шумом. Он полностью задается ОЗРВ $F_X(\cdot)$ и имеет дельтаобразную АКФ.

Таким образом, урновая схема преобразования y в x не искажает одномерное распределение. Динамические же свойства процессов $X(t)$ и $Y(t)$ будут в общем случае отличаться существенно (например, АКФ $Y(t)$, оцененная по ряду y , может иметь вид экспоненты, в то время как АКФ $X(t)$ всегда будет дельтаобразной). Отметим попутно, что в части отображения ОЗРВ преобразование y в x не нуждается в предваряющем вероятностно-статистическом моделировании (идентификации одномерного распределения) и является весьма эффективным при реализации на ЭВМ.

Основу предлагаемого в диссертации подхода составляет простая по существу идея: если тщательное перемешивание элементов реализации превращает ее в белый шум, то в принципе не исключается и противоположная операция – из полного "беспорядка" путем надлежащих перестановок элементов получать исходный или некоторый иной "порядок". При этом возникает задача отыскания процедуры, которая была бы противоположной по смыслу только что описанной процедуре случайного перемешивания, которая позволяла бы без изменения ОЗРВ вносить зависимость между элементами генерируемой последовательности и которую, наконец, естественно было бы называть упорядочивающей.

3. Рассмотрим алгоритм упорядочения с минимизацией модулей первых разностей генерируемого процесса. Он характеризуется тем, что в каждый момент времени t из урны фиксированного объема n с содержимым $u(t) = (u_1(t), \dots, u_n(t))$; $t, n > 0$ извлекается компонента $u_k(t)$, которая и принимается в качестве элемента $\xi(t)$ генерируемой последовательности. На место извлеченной компоненты $u_k(t)$ заносится очередное значение $x(t)$ белого шума

$$\{x(s); s \geq -n\} \quad (3)$$

с выхода Р-датчика. Индекс k определяется упорядочивающим оператором

$$|u_k(t) - \xi(t-1)| = \min_j \{|u_j(t) - \xi(t-1)|\}; j = \overline{1, n}, \quad (4)$$

т.е. в качестве очередного значения $\xi(t)$ выходного процесса выбирается та из компонент вектора $u(t)$, которая менее всех остальных отличается от предшествующего значения $\xi(t-1)$.

Таким образом, алгоритм упорядочения с минимизацией модулей первых разностей представляет собой процедуру (4) с пересылками

$$\xi(t) = u_k(t); u_k(t+1) = x(t); t > 0; \quad (5)$$

и начальными условиями

$$\xi(0) = x(0); u(1) = (x(-1), \dots, x(-n)). \quad (6)$$

Легко видеть, что модули первых разностей $\{x(t) - x(t-1)\}$ белого шума (3) будут превышать в среднем модули первых разностей $\{\xi(t) - \xi(t-1)\}$ процесса $\xi(t)$. Последний становится более плавным, относительно медленно меняющимся. Причем преоб-

разуемый и выходной сигналы будут отличаться по своим динамическим свойствам значительно с ростом параметра упорядочения n : объем буферной памяти $U(t)$ растет, возможности выбора (4) расширяются, первые разности процесса $\xi_k(t)$ устремляются к нулю. Многочисленные статистические эксперименты на ЭВМ для ряда популярных распределений P показали, что дельтаобразная автокорреляция упорядочиваемой последовательности деформируется в затухающую осциллирующую функцию.

Итак, урновая схема (4) - (6) вносит зависимость между сечениями генерируемого процесса $\xi_k(t)$. Она преобразует белый шум $X(t)$ в цветной и как таковая может быть названа PR^* -датчиком. Ясно, что такого рода преобразования, которые касаются лишь изменения места элементов последовательности с выхода P -генератора, могут привести только к изменению динамических свойств этой последовательности. Число правил преобразования, основанных на принципе упорядочения без потери, дополнения и изменения значений упорядочиваемой последовательности, ничем не ограничено. Но каждое из таких правил будет приводить к своей динамике, к определенной форме автоковариационной функции или ее статистических аналогов. Последнее обстоятельство обуславливает специализацию всего PR^* -датчика по компоненте $R \equiv R(t)$. Описанный алгоритм упорядочения в комплексе с P -имитатором может быть использован в качестве источника пробного стохастического сигнала с любым требуемым ОЗРВ и автоковариационной функцией определенного вида.

Во второй главе вводятся в рассмотрение простейшие упорядочивающие процедуры, изучаются общие свойства алгоритма упорядочения с минимизацией приращений.

1. Рассмотрим бернуллиевскую случайную величину X , принимающую с вероятностями

$$P\{X=k\} = p^k q^{1-k}; \quad p+q=1; \quad k=0,1 \quad (7)$$

соответственно нулевое и единичное значения. Последовательность независимых реализаций этой случайной величины, упорядоченная по алгоритму (4) - (6), порождает бинарный случайный процесс $\xi_k(t)$ целочисленного неотрицательного аргумента t .

Нетрудно видеть, что схема образования импульсов и пауз процесса $\xi_k(t)$ в точности совпадает со схемой независимых испы-

таний, приводящей к целочисленному варианту отрицательного биномиального распределения (распределение Паскаля) с некоторым положительным сдвигом по оси абсцисс:

$$q_{\Delta}(k) \equiv P\{\Delta = k\} = C_{k-1}^{k-n} \cdot q^{k-n} \cdot p^n;$$

$$q_T(k) = C_{k-1}^{k-n} \cdot p^{k-n} \cdot q^n; \quad k \geq n,$$

где T и Δ — случайные величины, характеризующие длины серий единиц (длительности импульсов) и длины серий нулей (длительности пауз) случайного процесса $\xi(t)$. Распределения вероятностей длительности пауз и длительности импульсов отвечают производящие функции вероятностей (ПФВ)

$$v_{\Delta}(s) = M[S^{\Delta}] = \left(\frac{ps}{1-qs} \right)^n; \quad v_T(s) = \left(\frac{qs}{1-ps} \right)^n. \quad (8)$$

В принятых обозначениях имеет место следующее

Утверждение I. Производящая функция $\mathcal{V}(s)$ элементов автокорреляционной функции $r_{\xi}(\tau)$ стационарного бинарного случайного процесса $\xi(t)$ с целочисленным временем и независимыми длительностями импульсов и пауз определяется равенством

$$\mathcal{V}(s) = \frac{1}{1-s} - \gamma \cdot \frac{\psi(s)}{(1-s)^2},$$

в котором

$$\psi(s) = \frac{S(1-v_T(s)) \cdot (1-v_{\Delta}(s))}{1-v_T(s)v_{\Delta}(s)},$$

$$\gamma = \frac{1}{qM[T]}; \quad q = P\{\xi(t)=0\},$$

причем

$$r_{\xi}(\tau) = \frac{1}{k!} \frac{d^k}{ds^k} \mathcal{V}(s) \Big|_{s=0}; \quad k=|\tau| \geq 0.$$

Показано также, что на участке аргументов $|\tau| \leq n$ нормированная АКФ установившегося бинарного процесса упорядочения $\xi(t)$ кусочно-линейна и определяется равенством

$$r_{\xi}(\tau) = 1 - \frac{|\tau|}{n},$$

где n — параметр алгоритма (4) — (6). Соответствующие расчеты для различных пар параметров (n, p) привели к автокорреляционным

зависимостям, которые достаточно точно аппроксимируются показательными функциями, демпфированными косинусом.

2. Можно показать, что процесс $\xi(t)$, генерируемый алгоритмом упорядочения (4) - (6), является нестационарным. Можно также показать, что его основные характеристики довольно быстро достигают некоторых неизменных значений, что в свою очередь позволяет говорить о приемлемой стационарности генерируемого процесса при достаточном удалении t от нуля (скажем, о стационарности в широком смысле).

В число наиболее важных характеристик, несомненно, входит одномерный закон распределения вероятностей $\{q(t)\}$. Рассмотрим его динамику для случая (7), когда $q(t) = P\{\xi(t) = 1\}$.

С вероятностью p процесс $\xi(t)$ начинается с единицы, и с вероятностью $q = 1 - p$ - с нуля. Обозначим: Δ_0 - длительность паузы (число нулей), следующей сразу за первым нулем ($\Delta_0 \geq 0$); T_0 - длительность импульса (число единиц), следующего сразу за первой единицей ($T_0 \geq 0$); Δ_k - длительность k -й паузы ($k > 0, \Delta_k \geq 0$); T_k - длительность k -го импульса ($k > 0, T_k \geq 0$). Теперь любая реализация генерируемого сигнала описывается последовательностью вида

$$T_0, \Delta_1, T_1, \Delta_2, \dots, \Delta_k, T_k, \dots, \quad (9)$$

если сигнал начинается с единицы, либо последовательностью

$$\Delta_0, T_1, \Delta_1, T_2, \dots, T_k, \Delta_k, \dots, \quad (10)$$

если сигнал начинается с нуля.

Распределения импульсов $T(T_1, T_2, \dots)$ и пауз $\Delta(\Delta_1, \Delta_2, \dots)$ имеют производящие функции вероятностей (8). Событие $\{T_0 = k\}$ эквивалентно тому, что на начальном участке упорядочения в последовательности независимых реализаций величины X оказалось $n-1$ нулей и k единиц, причем последняя из $n+k$ реализаций равна 0. Следовательно, вероятность $P\{T_0 = k\}$ определяется равенством

$$P\{T_0 = k\} = (c_{k+n-1}^k \cdot p^k q^{n-1}) \cdot q,$$

и соответствующая ПФВ имеет вид

$$v_T(s) = \left(\frac{q}{1-ps} \right)^n = s^n v_+(s). \quad (11)$$

Аналогично для ПФВ паузы Δ_0 получим

$$v_0^e(s) = \left(\frac{p}{1-qs} \right)^n = s^{-n} \cdot v_0(s). \quad (12)$$

Итак, нулевой импульс и нулевая пауза имеют стандартное распределение Паскаля. В силу независимости элементов рядов (9) и (10) характеристики (8), (11), (12) полностью задают анализируемый процесс.

Утверждение 3. Производящая функция $v(s)$ ряда вероятностей $\{q(t), t \geq 0\}$ определяется равенством

$$v(s) = \frac{p + A(s)}{1-s}, \quad (13)$$

где

$$A(s) = \frac{qs v_0^e(s)(1-v_r(s)) - ps v_r^e(s)(1-v_0(s))}{1 - v_r(s) v_0(s)},$$

причем

$$q(t) = \frac{1}{t!} \left. \frac{d^t}{ds^t} v(s) \right|_{s=0}; \quad t \geq 0.$$

При $p=q$, компонента $A(s)=0$, и функция (13) принимает величину p при всех $t \geq 0$. Задача анализа переходных процессов по одномерному распределению снимается, если ПФВ $v_r^e(s)$ нулевого импульса и ПФВ $v_0^e(s)$ нулевой паузы в (13) имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} v_r^e(s) &= \frac{qs(1-v_r(s))}{n \cdot (1-s)}, \\ v_0^e(s) &= \frac{ps(1-v_0(s))}{n \cdot (1-s)}. \end{aligned} \quad (14)$$

Функция $A(s)$ при этом вырождается в нуль, и бинарный процесс упорядочения превращается в стационарный альтернирующий процесс восстановления. Иными словами, для трансформации $\xi_2(t)$ в стационарный по одномерному распределению процесс достаточно организовать после стандартной генерации $\xi_2(0)$ реализацию T_0 или Δ_0 в соответствии с (14). В этом случае $q(t)=p$ для любого $t \geq 0$.

3. Задачи анализа и синтеза генератора случайных последовательностей являются, в конечном счете, задачами анализа и синтеза некоторого детерминированного преобразователя исходного случайного процесса в требуемый.

Пусть в (3) - (6) $x(t) \in X$, причем

$$X = \{x_1, \dots, x_n\}. \quad (15)$$

Реализации $x(t)$ поступают на один из двух входов конечного автомата (КА), реализующего функции (4) - (6). По управляющему входу подается значение n параметра упорядочения, которое определяет объем буферной памяти $u(t)$. Выходной сигнал ξ однозначно определяется состояниями КА. Интерпретация рассматриваемой схемы в терминах теории вероятностных автоматов (ВА) очевидна: на каждом временном промежутке постоянства n алгоритм (4) - (6) представляет собой ξ -детерминированный автономный ВА Мили.

Задание ξ -детерминированного автономного ВА эквивалентно заданию некоторой дискретной марковской цепи $\{S(t); t \geq 0\}$ с конечным множеством состояний $S = \{1, \dots, N\}$, $S(t) \in S$, т.е. заданию начального распределения π и матрицы P переходных вероятностей. Для упорядочиваемого сигнала с множеством допустимых значений (15) имеем $N = (1 + C_{n+1}^n)^2$. Большая часть ячеек матрицы P заполнена нулями: число нулевых ячеек в $(C_{n+1}^n - 1)$ раз превосходит число ненулевых ячеек.

В бинарном случае буферная память $u(t)$ полностью характеризуется суммой $u_1(t) + \dots + u_n(t)$, имеющей биномиальное распределение в момент времени $t-1$. Пара $(\xi(t-1), \gamma(t))$ задает состояние КА и выходной сигнал $\xi(t)$, причем на стационарном участке $P\{\xi(t) = 0\} = q$ и

$$r_{\xi}(\tau) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{|\tau|} \cos\left(\frac{\pi}{4} \tau\right)$$

при $q = 0,5$ и $n = 2$.

4. Аналитические и экспериментальные исследования показывают, что критерий дискриминации

$$|\xi(t) - \xi(t-1)| = \min_j \{ |u_j(t) - \xi(t-1)| \}; \quad j = \overline{1, n} \quad (16)$$

порождает затухающие осциллирующие автоковариационные функции, аппроксимируемые с приемлемой для инженерных расчетов точностью экспоненциально-косинусными зависимостями.

Весьма похожие итоговые результаты дает алгоритм упорядочения с критерием дискриминации

$$\xi(t) \cdot \xi(t-1) = \max_j \{ u_j(t) \xi(t-1) \}; \quad j = \overline{1, n} \quad (17)$$

вместо критерия (16). Суть его заключается в том, что на каждом шаге $t \geq 0$ максимизируется мгновенное значение корреляционного

$$\xi(t) = \xi(t) \cdot \xi(t-1),$$

где, как и ранее, принимается $\xi(t) = u_k(t)$, а математическое ожидание величины X равно 0. В бернуллиевском случае критерии (I7) и (I6), как нетрудно обнаружить, эквивалентны.

К интересным автокорреляционным функциям пилообразного вида приводит алгоритм скользящего упорядочения с критерием дискриминации

$$\xi(t) \xi(t-1) = \min_j \{u_j(t) \xi(t-1)\}; \quad j = \overline{1, n}. \quad (I8)$$

Здесь на каждом шаге $t > 0$ мгновенное значение корреляционного момента не максимизируется, а минимизируется (математическое ожидание случайной величины X , как и в предыдущем случае, равно нулю). Алгоритм упорядочения с критерием дискриминации (I8) (как и предыдущий) по корреляционным свойствам выходного процесса практически инвариантен относительно распределения P упорядочиваемой последовательности.

Почти такие же пилообразные зависимости для автокорреляционных функций получаются при статистическом анализе алгоритма скользящего упорядочения с критерием дискриминации

$$|\xi(t) - \xi(t-1)| = \max_j \{|u_j(t) - \xi(t-1)|\}; \quad j = \overline{1, n}, \quad (I9)$$

когда на каждом шаге $t > 0$ максимизируется модуль первых разностей (модуль приращений).

Итак, вид АКФ, генерируемых рассмотренными выше базовыми алгоритмами, определяется критерием дискриминации, а числовые характеристики АКФ - параметром упорядочения n (главным образом) и распределением P случайной величины X . Причем воздействие P на АКФ в случае критериев (I6) и (I9) проявляется в большей степени, нежели, в случае критериев (I7) и (I8).

5. Каждый из приведенных и подобных им алгоритмов скользящего упорядочения приводит к вполне определенной динамике, выраженной, например, автоковариациями. Переход к новому критерию дискриминации приводит обычно к резкому изменению вида АКФ генерируемого процесса. Изменение значения параметра упорядочения n вызывает скачкообразное изменение коэффициентов в аппрокси-



мирующих выражениях для АКФ. Все это и делает соответствующие PR-датчики специализированными по компоненте R .

Исно, что отмеченная специализация может быть ослаблена различными способами. Наиболее простой из них заключается в подходе, связанном с введением дополнительных рандомизаторов. Анализ показывает, что рандомизация параметра упорядочения приводит к расширению функциональных возможностей PR-генераторов за счет увеличения спектра возможных значений параметров АКФ в некотором классе, который определяется выбранным критерием дискриминации из числа известных. Оказалось вместе с тем, что использование всего лишь одного дискриминатора с недетерминированным параметром упорядочения не освобождает от относительно жесткой специализации всего механизма генерирования случайного процесса в отношении вида АКФ. Класс АКФ получаемых при этом процессов ограничивается множеством возможных усреднений всех АКФ, отвечающих различным параметрам в критериях дискриминации вида (I6) - (I9). С целью дальнейшего расширения функциональных возможностей алгоритма скользящего упорядочения идея рандомизации должна быть распространена на структурные аспекты модели. Этого можно достичь, например, путем введения еще одного датчика случайных чисел, предназначенного в каждый очередной момент времени наугад или ко какому-нибудь вероятностному закону переключать алгоритм упорядочения с одного критерия дискриминации на другой.

Проведенный анализ процедуры упорядочения бинарного случайного процесса подтверждает справедливость исходных посылок, результаты многочисленных экспериментов на ЭВМ и эффективность изменения динамических свойств случайных процессов путем перестановок. Найденные решения указывают пути аналитического исследования различных обобщений алгоритмов упорядочения.

Третья глава посвящена исследованию авторегрессионных свойств базовых алгоритмов упорядочения, построению имитаторов стационарных случайных процессов.

Основу излагаемого в третьей главе подхода составляет модель авторегрессионного скользящего упорядочения, в рамках которой белый шум трансформируется без изменения одномерного закона распределения вероятностей в последовательности величин с требуемыми динамическими свойствами, отображаемыми автокорреляционной функцией, ее статистическими аналогами или моментными функциями

более высоких порядков. Эта модель является обобщением известной урновой схемы, которая применяется при имитации случайных величин и событий. Она проста в реализации на ЭВМ, не нуждается в детальном вероятностно-статистическом моделировании и составляет, по существу, формализованную базу технологии вида (2).

I. Отличительной особенностью рассматриваемой ниже схемы является включение в алгоритм скользящего упорядочения (4) - (6) отчетливо выраженной управляемой обратной связи, которая обеспечивает регрессию очередного значения генерируемого процесса $\xi_j(t)$ на его предысторию $\Psi(t) = (\xi_j(t-1), \dots, \xi_j(t-m))$; $m > 0$. В этой схеме выходная память, содержащая предысторию $\Psi(t)$, подключена к фильтру, осуществляющему преобразование

$$\hat{\xi}_j(t) = \hat{\xi}_j(\Psi(t)). \quad (20)$$

Фильтр обеспечивает передачу прогнозов (20) в упорядочивающий оператор

$$|\xi_j(t) - \hat{\xi}_j(t)| = m_j n \{ |u_j(t) - \hat{\xi}_j(t)| \}; \quad j = \overline{1, n}$$

рекуррентной процедуры (4) - (6), причем он может быть ориентирован на аппроксимацию условного математического ожидания

$M[\xi_j(t) | \Psi_j(t)]$ имитируемого процесса $\xi_j(t)$, либо на аппроксимацию некоторых экстраполирующих правил. В частности, преобразование (20) может быть реализовано в виде фильтра

$$\hat{\xi}_j(t) = \sum_j a_j \xi_j(t-j) \quad (21)$$

или в виде фильтра

$$\hat{\xi}_j(t) = \frac{\sum_j a_j \xi_j(t-j)}{\sum_j \xi_j^2(t-j)}; \quad j = \overline{1, n}. \quad (22)$$

3. До сих пор динамические свойства имитируемого процесса выражались автоковариационной функцией (АКФ): в случае линейных фильтров (21) набор $\{a_j\}$ находится из системы уравнений Дла-Ускера

$$\sum_{j=1}^m a_j R(k+j) = R(k); \quad k = \overline{1, m};$$

в случае фильтров (22) - из условия минимума расстояния

$$E(t) = \sum_{\tau=1}^m (\xi_j(t) \xi_j(t-\tau) - R(\tau))^2, \quad (23)$$

где $R(\tau)$ — АКФ или оценка АКФ имитируемого процесса $\xi_0(t)$, имеющего нулевое математическое ожидание.

С прикладных позиций это наиболее популярная, но не единственно возможная постановка задачи имитации временных рядов. Известно, например, что преобразование Фурье АКФ приводит к спектральной плотности мощности (СПМ), которая в статистическом отношении обладает определенными преимуществами. Вместо АКФ может быть применена введенная А.Н.Кслюмовым для процессов с независимыми приращениями структурная функция, которая характеризует дисперсию приращений процесса за время α . В стационарном случае структурная функция однозначно определяется автоковариационной функцией. Вместе с тем возможны ситуации, когда желательно в алгоритмах имитации использовать непосредственно структурную функцию вместо АКФ.

Структурная функция отражает свойства первой производной (первых разностей) имитируемого процесса. М.Ж.Пелегрэн считает, что динамика наблюдаемого временного ряда лучше и полнее характеризуется второй производной. Возможны иные постановки, включающие моментные функции более высоких порядков. Важно подчеркнуть, что рассмотренная методика учета мгновенных рассогласований (23) позволяет решать задачу имитации в любом из возможных вариантов описания динамических свойств рядов наблюдений. В такой обобщенной трактовке соответствующие структуры, реализующие модель авторегрессионного скользящего упорядочения, названы РС-имитаторами.

В четвертой главе диссертационной работы вводится в рассмотрение обобщающая модель скользящего упорядочения, рассматривается взаимосвязь модели упорядочения с общей задачей имитации фрагментарно заданных случайных процессов. Дается автоматное представление модели упорядочения. Описана процедура перемешивания, возможные структуры входной упорядочиваемой последовательности.

1. Назовем последовательность

$$\{\xi_k(t); t \geq 0\} = \{u_k(t) | A(t), k \in N\}; N = \overline{1, n} \quad (24)$$

процессом скользящего упорядочения сигнала

$$\{X(s); s \geq -n\}, \quad (25)$$

если вектор $u(t) = (u_1(t), \dots, u_n(t))$, $n \geq 1$ представляет собой содержимое урны с "подкачкой"

$$u_k(t+1) = X(t); k \in N; \quad (26)$$

$$u_j(t+1) = u_j(t); j \in N; j \neq k$$

и начальными условиями

$$u(0) = (X(-n), \dots, X(-1)), \quad (27)$$

а поток событий

$$A(t) = \{f(u_k(t), \psi, \eta) \in E(t)\} \quad (28)$$

связывает выбор $\xi_j(t) = u_k(t)$ с предысторией

$$\psi = \psi(t) = (\xi(t-1), \dots, \xi(t-m)); m > 0$$

и управляющим процессом $\eta = \eta(t) = (Y(t), \dots, Y(t-l)); l \geq 0$ посредством регрессионного отображения $f(\cdot)$ и критерия дискриминации

$$E(t) = \exp\{f(u_j(t), \psi, \eta)\}; j \in N. \quad (29)$$

Совокупность связей (24), (26) - (29) будем называть моделью скользящего упорядочения (МСУ). Как структура, так и параметры (29) могут быть рандомизированными. Естественно, критерий дискриминации (29) может быть не только экстремальным, но и иным (например, ограничивающим) подмножеством множества $A = \{A(t)\}$.

2. Наличие $\eta(t)$ и $\psi(t)$ в (28), (29) обеспечивает внесение зависимости между процессами $Y(t)$ и $\xi_j(t)$ (взаимных ковариаций), а также между смежными значениями $\xi_j(t)$ и $\xi_j(t+1)$ (автоковариаций). Отсутствие управляющих воздействий $\eta(t)$ в отображении $f(\cdot)$ приводит к модели авторегрессионного скользящего упорядочения. Таким образом, рассмотренные в предыдущих пунктах базовые алгоритмы упорядочения представляют собой частные случаи МСУ, когда в (28), (29)

$$f(\cdot) = |u_j(t) - \xi_j(t-1)|; j \in N$$

или

$$f(\cdot) = (u_j(t) - M[X])(\xi_j(t-1) - M[X]),$$

где $M[X]$ — математическое ожидание упорядочиваемого сигнала (25).
Пусть

$$E(t) = \min_j \{f(u_j(t), \psi, \eta)\}; \quad j \in N \quad (30)$$

и

$$f(u_j(t), \psi, \eta) = |u_j(t) - \hat{\xi}_j(\psi, \eta)|, \quad (31)$$

где

$$\hat{\xi}_j(\psi, \eta) = \sum_{i=1}^m a_i \xi_j(t-i) + \sum_{j=0}^l b_j \gamma(t-j). \quad (32)$$

Если закон распределения вероятностей величины (32) совпадает с ОЗРВ упорядочиваемой последовательности (25), то МСУ с учетом (30) — (32) порождает процесс

$$\xi_j(t) = \hat{\xi}_j(\psi, \eta) + Z(t), \quad (33)$$

в котором $Z(t)$ при достаточно больших n практически исчезает. Если к тому же $\{\gamma(t)\}$ является белым шумом, то (33) превращается в процесс авторегрессии — скользящего среднего.

При определенных значениях параметров m, l в (32) процесс (33) вырождается в процесс авторегрессии m -го порядка или процесс скользящего среднего порядка $l+1$ с регламентируемым одномерным распределением $F_X(\cdot)$. Уменьшение объема n буферной памяти $U(t)$ до единицы приводит к обычной модели случайной выборки (выборки из генеральной совокупности с распределением $F_X(\cdot)$).

Итак, некоторые комбинации сигналов X, Y и параметров МСУ приводят к известным линейным и урновым моделям случайных процессов с подробно разработанной техникой приложений к реальным явлениям.

Вектор-столбец $(u(t), \psi(t), \eta(t))$ детерминированно определяет выходной сигнал $\xi_j(t)$ и порождает вместе с сигналами $X(t), Y(t)$ матрицу P переходов некоторой эквивалентной цепи Маркова с конечным эргодическим множеством состояний с одним циклическим классом, если $X(t), Y(t)$ — неокрашенные шумы. Матрица P регулярна, а сквозная передача

$$X(t-j) \Rightarrow u_k(t) \Rightarrow \xi_j(t),$$

где j - время пребывания $X(t-j)$ в векторе $u(\cdot)$, обеспечивает сохранение на выходе одномерной функции распределения $F_X(\cdot)$. В рандомизированных вариантах МСУ компонента $u_k(t)$ выбирается в качестве $\xi_j(t)$ с определенной вероятностью. Характер матрицы P при этом не меняется.

3. Назовем последовательность

$$\{\xi_j(t); t \geq 0\} = \{u_k(t) | Y(t) = k; k \in N\}; N = \overline{1, n} \quad (34)$$

процессом скользящего перемешивания сигнала

$$\{X(s); s \geq -n\}, \quad (35)$$

если вектор $u(t) = (u_1(t), \dots, u_n(t)); n > 1$ представляет собой содержимое буферного запоминающего устройства с "подкачкой"

$$u_k(t+1) = X(t); k \in N;$$

$$u_j(t+1) = u_j(t); j \in N; j \neq k$$

и начальными условиями $u(0) = (X(-n), \dots, X(-1))$, а управляющий (рандомизирующий) процесс

$$\{Y(t); t \geq 0\} \quad (36)$$

не зависит от $u(t)$, предистории $\xi_j(t-1), \xi_j(t-2), \dots$ и входного сигнала (35).

Легко видеть, что подстановки $f(u_k(t), \psi, \eta) = Y(t), E(t) = N$ превращают МСУ в модель (34) - (36). Преобразование (35) в (34) с помощью (36) сводится к тому, что элементы процесса (35) переставляются местами, причем интенсивность перестановок (скользящего по t перемешивания) зависит от объема n буферной памяти и вероятностных свойств управления (36). Это в свою очередь может означать, что многие черты входного процесса (35) переносятся в выходную последовательность (34) при одновременном ослаблении статистических связей между смежными значениями (34). Действительно, легко обнаруживается, что при не более чем счетном множестве X допустимых значений входного сигнала (35)

$$P\{\xi_p(t) = x, \xi_p(t+c) = y, x, y \in X\} = \\ = \sum_i \sum_j q_{it}^p(i, j) P\{X(t-i) = x, X(t+c-j) = y\}, \quad (37)$$

т.е. все конечномерные распределения порядка два и выше деформируются в соответствии с равенствами вида скользящее среднее с неотрицательными весовыми коэффициентами. Ряд вероятностей

$\{P\{\xi_p(t) = x\}\}$ занимает исключительное положение: он не искажается при передаче с входа (35) на выход (34), если сигнал (35) стационарен в широком смысле.

Из (37) и нормированности единиц ряда $\{q_{it}^p(i, j)\}$ следует неравенство

$$P\{\xi_p(t) = x, \xi_p(t+c) = y\} \leq m_{i,j} \times \{P\{X(t-i) = x, X(t+c-j) = y\}\}.$$

Важно еще раз заметить, что скользящее усреднение приводит к выравниванию вероятностей (37) для разных c , что предопределяет сближение условных $P\{\xi_p(t+c) = y | \xi_p(t) = x\}$, $c > 0$ и соответствующих безусловных вероятностей, т.е. ослабление зависимости $\xi_p(t+c)$ от $\xi_p(t)$.

Мерой тесноты линейной зависимости случайных величин являются корреляционные моменты. Показано, что если, в (34) - (36) управляющий процесс (36) является белым шумом с распределением

$$(P\{Y(t) = 1\}, P\{Y(t) = 2\}, \dots, P\{Y(t) = n\}) = (q_1, q_2, \dots, q_n),$$

а входной сигнал (35) - случайным процессом с нормированной АКФ показательного вида

$$r_x(c) = \delta^{|c|}, \quad |\delta| < 1,$$

то нормированная АКФ сигнала (34) определяется равенством

$$r_{\xi_p}(c) = \delta^2 \sum_k \sum_m q_k^2 q_m^2 \frac{\delta^{c-1} - \bar{q}_m^{c-1}}{(1 - \bar{q}_k \delta)(\delta - \bar{q}_m)} + \\ + \delta^2 \sum_{k \neq m} q_k^2 q_m^2 \frac{\bar{q}_k \bar{q}_m^{c-1}}{(1 - \bar{q}_k \delta)(\delta \bar{q}_k - \bar{q}_{km})} + \\ + \delta \sum_k \sum_m q_k^2 q_m^2 \frac{\bar{q}_m^{c-1}}{(1 - \bar{q}_k \delta)(1 - \bar{q}_{km})},$$

где $\bar{q}_k = 1 - q_k$; $\bar{q}_{km} = 1 - q_k - q_m$; $\bar{q}_{kk} \equiv \bar{q}_k$; $m, k = 1, \bar{n}$.
В частности, при $q_1 = q_2 = -\delta = 0,5$

$$r_{\bar{E}}(\tau) = \frac{1}{5} \left(\frac{1}{2} \right)^{\tau+1} ((-1)^{\tau} - 3); \tau > 0.$$

При этом разность

$$\Delta(\tau) = r_{\bar{E}}(\tau) - r_X(\tau); \tau \neq 0$$

в четных точках τ отрицательна, в нечетных - положительна, что свидетельствует о разрушении АКФ входного сигнала (в четных точках модуль отношения $r_X(\tau)/r_{\bar{E}}(\tau)$ составляет величину 5, а в нечетных - 5/2).

Если входной сигнал (35) - вырожденная цепь Маркова с начальным распределением $(p_0(-2), p_1(-2)) = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ и параметром $\delta = -1$, то

$$r_{\bar{E}}(\tau) = \frac{1}{9} (-1)^{\tau} - \frac{2}{9} \left(\frac{1}{2} \right)^{\tau-1}; \tau > 0.$$

При этом разность

$$\Delta(\tau) = \frac{8}{9} (-1)^{\tau} + \frac{2}{9} \left(\frac{1}{2} \right)^{\tau-1}; \tau > 0$$

достаточно быстро достигает предела (8/9), а частное $r_X(\tau)/r_{\bar{E}}(\tau)$ - предела 9.

Рассмотренный вариант урновой схемы и модель скользящего упорядочения объединяет наличие буферной памяти $\mathcal{U}(t)$, извлечение из которой организуется специальным образом в зависимости от решаемой задачи. Модель скользящего упорядочения позволяет вносить дополнительную зависимость в исходный сигнал, модель скользящего перемешивания (34) - (36) разрушает статистическую зависимость.

4. Как отмечалось выше, модель скользящего упорядочения является основой для построения модулей, имитирующих и генерирующих случайные процессы. Что касается PR-имитаторов, то технология их использования тривиальна: на вход PR-имитатора (алгоритма упорядочения с регулируемой обратной связью) подается "фотография" процесса, по которой осуществляется имитация. При этом исходная реализация процесса предварительно подвергается статистическому и корреляционному анализу.

Результаты статистического анализа используются для воспроиз-

изведения некоррелированного случайного процесса Р-датчиком или Р-имитатором. Результаты корреляционного анализа используются для задания параметров линейного фильтра в цепи обратной связи алгоритма скользящего упорядочения. Параметры фильтра определяются системой уравнений Ола-Уокера по оценкам корреляционных моментов. В случае неудовлетворительной точности имитации свойств процесса могут подключаться алгоритмы адаптации для получения приемлемых результатов.

В пятой главе рассматриваются аналоговые и цифровые источники случайных процессов, рандомизируемые посредством логического объединения квазидетерминированных импульсных потоков.

1. Для моделирования случайного процесса на вычислительной машине нужен некоторый исходный случайный процесс (ИСП) с заранее известными и неизменными во времени характеристиками. При этом такой ИСП должен быть достаточно удобным и эффективным для широкого класса необходимых в дальнейшем функциональных преобразований в случайные процессы с желаемыми свойствами. Указанным требованиям удовлетворяют равномерно распределенная в интервале $[0,1]$ случайная величина (при построении Р-датчиков и Р-имитаторов) и обобщенный телеграфный сигнал (при построении источников случайных процессов с непрерывным временем).

В основе подавляющего большинства схем генерирования исходного случайного процесса лежит источник случайной последовательности импульсов (СПИ). В теории массового обслуживания и теории восстановления установлено, что при весьма общих условиях объединенный поток сходится к пуассоновскому. Установлено также, что смежные промежутки времени между соседними импульсами объединенного потока асимптотически независимы и распределены экспоненциально. Многочисленные эксперименты на макетах, расчеты и опыт эксплуатации генераторов случайной последовательности импульсов, основанных на логическом объединении квазидетерминированных импульсных потоков (в составе датчиков случайных чисел для ЦВМ и датчиков случайных процессов для АВМ), показывают, что для практических целей вполне достаточно объединять от четырех до восьми потоков. При этом плотность распределения вероятностей промежутков времени между соседними импульсами генерируемой СПИ удовлетворительно аппроксимируется показательной зависимостью.

2. Далее в работе описаны компактные схемы генераторов обобщенного телеграфного сигнала (ГОТС), основная отличительная

особенность которых заключается в отсутствии аналоговых элементов и узлов. Практически все элементы и узлы предложенных схем ГОТС работают в режиме включено-выключено.

В завершение идея логического объединения потоков событий распространена на источники равномерно распределенных случайных последовательностей — чисел, величин, кодов и т.п.

В заключении реферируются основные результаты диссертационной работы.

В приложениях приводятся текст программы базовых алгоритмов скользящего упорядочения на алгоязыке ФОРТРАН для ЕС ЭВМ, результаты статистического анализа алгоритмов скользящего упорядочения с минимизацией и максимизацией приращений, многомерные непрерывные и дискретные вероятностные модели с управляемыми корреляционными связями и документы, подтверждающие владение результатами диссертационной работы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании выполненных автором исследований созданы основы теории имитации фрагментарно заданных стационарных случайных процессов с дискретным временем, представляющие собой единый комплекс научно-методических положений, новых понятий и языковых средств, математических моделей и алгоритмов, предназначенных для решения важной кибернетической проблемы проектирования источников стохастических последовательностей с требуемыми характеристиками.

Опыт применения полученных результатов в госбюджетных и хозяйственных темах, которые проводятся на кафедре "Математические методы и счетно-решающие устройства" Иркутского института народного хозяйства, включены Минвузом СССР в число важнейших тем и выполняются под научным руководством и при участии автора диссертации, а также в ряде других проектно-конструкторских и научно-исследовательских работ показал, что удалось

а) достичь высокой производительности проектирования, отладки и реализации имитаторов стохастических рядов наблюдений широкого назначения за счет рациональной автоматизации ряда этапов разработки соответствующих объектов и естественной в рамках модели скользящего упорядочения автономизации задач Р-генериро-

вания (Р-имитации) и изменения в нужном направлении динамических свойств генерируемых последовательностей;

б) снизить порог требований к квалификации разработчиков имитаторов стационарных случайных процессов, ограничить их круг специалистами инженерного профиля;

в) обеспечить более высокий уровень надежности и эффективности рекомендаций и принимаемых решений при машинном моделировании сложных систем за счет перехода от моделей белого шума (для экзогенных переменных и внутренних шумов, приведенных ко входу) к моделям "цветных" шумов, позволяющих получать более полное количественное описание изучаемого объекта и охватывать все те существенные черты исследуемого процесса, которые обеспечены необходимыми статистическими данными.

Основная гипотеза, отстаиваемая автором диссертационной работы, заключается в том, что многие процессы окружающей действительности суть процессы скользящего упорядочения, порождаемые различными перестановочными процедурами. Свидетельства феноменологичности (по терминологии Н.Н.Моисеева) модели скользящего упорядочения многочисленны и содержатся практически в любой сфере знания.

Намеченные пути достижения поставленной цели исследования нашли отражение и в следующих результатах.

I. Теоретически и экспериментально обоснована модель скользящего упорядочения, обобщающая ряд известных вероятностных моделей случайных процессов.

Обычно имитационные эксперименты проводятся для анализа объектов с уже разработанными и тщательно проверенными принципами построения математических моделей. В том случае, когда отсутствуют апробированные и отлаженные математические модели звеньев сложного явления, приходится "довольствоваться" макроподходом (если, конечно, он допускает какой-то способ имитации). Модель скользящего упорядочения (MCU) обеспечивает переход от макромодельных представлений теории стационарных случайных процессов к явно выраженным реализациям некоторых эквивалентных процессов, сокращая тем самым объем подготовительных идентификационных работ по дальнейшему уточнению модели. Основная позитивная особенность MCU в роли имитационной заключается в возможности синтезировать именно такого рода имитаторы реальных стохастических рядов

наблюдений, которые отображают задаваемую исследователем группу статистических свойств без детального вероятностно-статистического моделирования.

2. Предложена новая технология имитации стационарных случайных процессов с дискретным временем, исключая ряд трудоемких и трудно формализуемых этапов с сопутствующими источниками дополнительных ошибок, характерных для традиционных способов статистического моделирования.

Эта технология ориентирована на тот (наиболее часто встречающийся) случай, когда подробное математическое описание наблюдаемого временного ряда отсутствует, и поиски адекватной математической модели трудоемки или заведомо бесперспективны; когда статистически или логически невозможно обосновать для наблюдаемого ряда весьма специфические свойства (гауссовости, марковости, независимости приращений и т.п.), на которых и базируются традиционные приложения теории случайных процессов.

3. Создано программное обеспечение, охватывающее ряд модификаций модели скользящего упорядочения и исключющее наиболее трудоемкие процедуры, требующие высокой математической квалификации разработчиков. Соответствующая программная продукция оформлена в виде подпрограммы IMIT, комплекса программ АНГАРА и модулей пакета прикладных программ СТАТИСТИКА на языке ФОРТРАН для ЕС ЭВМ.

4. Исследован процесс скользящего перемешивания, порождаемый одной из модификаций модели скользящего упорядочения. Скользящее перемешивание разрушает паразитные статистические зависимости в случайных или псевдослучайных последовательностях. Многократное использование перемешивания с автономными управляющими рандомизирующими сигналами позволяет строить генераторы случайных кодов из некоторого семейства с наперед заданной точностью в заранее оговоренном смысле.

5. Рассмотрены различные методы построения источников первичных случайных процессов. Необходимо заметить, что логическое объединение квазидетерминированных потоков событий представляет собой очень простой, весьма совершенный и хорошо изученный источник разнообразия и случайности. Соответствующие электрические схемы технологичны, удобны и надежны в эксплуатации. Они могут быть применены в качестве управляющих рандомизаторов скользящего

перемешивания, либо непосредственно в качестве физических датчиков первичных случайных процессов.

СПИСОК

основных работ, опубликованных по теме диссертации

1. Хамитов Г.П. Имитация случайных процессов. - Иркутск: Изд. ИГУ, 1982. - 198 с., ил.
2. А.с. 249040 (СССР). Генератор случайных двоичных цифр /Г.П. Хамитов. - Оpubл. в Б.И., 1969, № 24.
3. А.с. 268014 (СССР). Генератор случайных некоррелированных чисел /Г.П. Хамитов. - Оpubл. в Б.И., 1970, № 13.
4. А.с. 276153 (СССР). Управляемый генератор обобщенного телеграфного сигнала /Г.П. Хамитов. - Оpubл. в Б.И., 1970, № 23.
5. Хамитов Г.П. Генераторы случайных процессов простейшей формы. - Труды /ИПИ. Сер. Техническая кибернетика. - Иркутск, 1970, вып. 56, с. 42-68.
6. Попов Е.И., Хамитов Г.П. К вопросу моделирования случайных функций. - Труды /ИПИ. Сер. Техническая кибернетика. - Иркутск, 1970, вып. 56, с. 24-37.
7. Хамитов Г.П. Генерирование случайных процессов с немонотонными корреляционными функциями. - Труды /ИПИ. Сер. Техническая кибернетика. - Иркутск, 1970, вып. 56, с. 69-79.
8. А.с. 306558 (СССР). Генератор случайных процессов /Г.П. Хамитов. - Оpubл. в Б.И., 1971, № 19.
9. А.с. 314208 (СССР). Генератор случайных чисел /Е.И. Попов и Г.П. Хамитов. - Оpubл. в Б.И., 1971, № 27.
10. Хамитов Г.П. Упорядочение в моделировании случайных функций. - В кн.: Автоматизированные системы управления (АСУП). Теория, методология, моделирование, технические средства. - Иркутск, 1972, с. 23-28.
11. А.с. 337776 (СССР). Генератор случайных чисел /Г.П. Хамитов. - Оpubл. в Б.И., 1972, № 15.
12. А.с. 337921 (СССР). Генератор случайных процессов /Г.П. Хамитов. - Оpubл. в Б.И., 1972, № 15.
13. А.с. 342293 (СССР). Генератор случайных функций /Г.П. Хамитов. - Оpubл. в Б.И., 1972, № 19.
14. А.с. 354548 (СССР). Управляемый генератор случайных чисел /Г.П. Хамитов. - Оpubл. в Б.И., 1972, № 30.

15. А.с. 354551 (СССР). Генератор случайных процессов /Г.П.Хамитов. - Оpubл. в Б.И., 1972, № 30.
16. Хамитов Г.П. Генераторы случайных чисел для ЦВМ. - В кн.: Автоматизированные системы управления (АСУП), теория, методология, моделирование, технические средства. Иркутск, 1972, с. 143-156.
17. А.с. 370601 (СССР). Датчик случайных чисел /Г.П.Хамитов и Е.И.Попов. - Оpubл. в Б.И., 1973, № 11.
18. А.с. 373718 (СССР). Генератор случайных процессов /Г.П.Хамитов. - Оpubл. в Б.И., 1973, № 14.
19. А.с. 378829 (СССР). Датчик случайных величин /В.Г.Кирил и Г.П.Хамитов. - Оpubл. в Б.И., 1973, № 19.
20. А.с. 383040 (СССР). Генератор случайных процессов /Г.П.Хамитов. - Оpubл. в Б.И., 1973, № 23.
21. Хамитов Г.П. Упорядочение и имитация случайных процессов. - Информационные и измерительные устройства в радиотехнике. Тез. докл. конф. Рига, 1974, с. 98.
22. Хамитов Г.П. Имитация случайных процессов. - Тез. докл. II Всесоюзного симпозиума по вероятностным автоматам. Тбилиси, 1976, с. 139.
23. А.с. 516042 (СССР). Генератор случайных чисел /Г.П.Хамитов и А.В.Петров. - Оpubл. в Б.И., 1976, № 20.
24. А.с. 785861 (СССР). Генератор случайных процессов /Г.П.Хамитов. - Оpubл. в Б.И., 1980, № 45.
25. А.с. 894707 (СССР). Генератор случайных процессов /Г.П.Хамитов. - Оpubл. в Б.И., 1981, № 48.

Д-99485 от 14.04.83 г. Объем 2 п.л. Зак. 622. Тир. 100

Типография ИВУ им. П.С. Баумана