

M237909

Министерство высшего и среднего специального образования
СССР

НА ДОМ
НЕ ВЫДАЕТСЯ

**Московское
ордена Ленина и ордена Трудового Красного Знамени
высшее техническое училище имени Н. Э. Баумана**

На правах рукописи

ЗАХАРОВ Юрий Евгеньевич

**ИССЛЕДОВАНИЯ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ
И ЭЛЕКТРОГИДРАВЛИЧЕСКИХ ВИБРАТОРОВ**

(05. 04. 03—Гидравлические машины и аппараты
холодильной и криогенной техники)

Диссертация на русском языке

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
доктора технических наук

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
С С С Р

Московское
ордена Ленина и ордена Трудового Красного Знамени
высшее техническое училище имени Н.Э.Баумана

ЗАХАРОВ Юрий Евгеньевич

На правах рукописи

Исследования гидравлических и электрогидравлических
вибраторов.

/0.5.04.03 - Гидравлические машины и
аппараты холодильной и криогенной техники /.

Диссертация на русском языке.

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени
доктора технических наук.

Москва

1974

17237909

НТБ МГТУ им. Н.Э.Баумана



1237909

Захаров Ю.Е. Исследование

Работа выполнена в МВТУ им. Н.Э.Баумана

Официальные оппоненты:

доктор технических наук, профессор Колесников К.С.

доктор технических наук, профессор Тролов К.В.

доктор технических наук, профессор Потапов А.М.

Ведущее предприятие - указано в решении Ученого Совета
Автореферат разослан "....."..... 1974 г.

защита состоится в октябре 1974 г. *14 октября*
на заседании Совета Конструкторско-механического
факультета МВТУ им. Н.Э.Баумана (г. Москва 107005,
2-я Ботаническая ул., д. 5)..

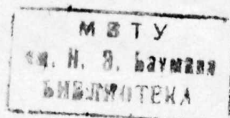
Ваши отзывы в 2-х экземплярах, заверенные печатью,
просьба высылать по указанному выше адресу.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке
МВТУ им. Н.Э.Баумана.

Ученый секретарь Совета

к.т.н. доцент

Колобов Л.Н.



ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ

Важным направлением научно-технического прогресса является целенаправленное использование вибраций. В машиностроении зарекомендовали себя вибрационная отделка поверхностей деталей сложной формы, вибрационная промывка мелких деталей, литье в вибрирующие формы, вибрационные испытания различной аппаратуры и машин. Все шире внедряются методы вибрационной обработки резанием: вибрационное точение, сверление, нарезание резьбы, шлифование, пионерами в разработке которых являются ученые СССР. Направленные вибрации применяются на строительстве, в горном деле, сельском хозяйстве, на транспорте. Для задания вибраций объектам в машиностроении, наряду с другими типами вибраторов, в последние годы все шире применяются гидравлические и электрогидравлические вибраторы, которые имеют существенные преимущества перед другими типами вибраторов: долговечность, высокая удельная мощность, возможность получения больших вибротяговых усилий, плавное регулирование параметров вибраций в широких пределах. Особенно ценным свойством электрогидравлических вибраторов является способность задавать рабочему органу вибромашины вибрации произвольной формы с произвольно меняющимися амплитудой и частотой, что позволяет, например, при вибрационных испытаниях воспроизводить вибрации, имеющиеся место при эксплуатации объекта. Гидравлические и электрогидравлические вибраторы позволяют создавать мощные многокомпонентные виброустановки, задающие объекту независимые вибрации по нескольким координатам. Проблема исследования комбинированных колебательных систем и создания мощных вибрационных механизмов и машин с широкими параметрами создаваемых вибраций является одной из проблем вибротехники, требующей решения в ближайшие годы. К таким системам относятся гидравлические и электрогидравлические вибраторы.

Задачей диссертации является исследование рабочих процессов в основных типах гидравлических и электрогидравлических вибраторов и некоторых вибрационных механизмах с этими вибраторами, в том числе и разработанных в МВТУ им. Баумана с целью создания методики расчета и рекомендаций по проектированию вибрационных механизмов с гидравлическими и электрогидравлическими вибраторами.

Диссертация состоит из пяти глав и заключения.

Глава I. Гидравлические и электрогидравлические вибрационные механизмы в машиностроении.

В машиностроении для технологических целей применяются вибраторы различной физической природы: механические, электрические, пневматические и гидравлические. Оптимальный вибратор для технологических целей должен удовлетворять ряду требований, совокупности которых в наибольшей мере удовлетворяют гидравлические вибраторы.

Гидравлическим вибратором назовем гидравлический привод, колебательное движение исполнительного органа которого создается за счет энергии постоянного потока рабочей жидкости. Этим гидравлический вибратор отличается от гидравлического пульсатора, колебательное движение исполнительного органа которого создается за счет энергии пульсирующего потока рабочей жидкости.

Гидравлические вибраторы делятся на: пульсаторные, следящие, автоколебательные, самоуправляющиеся. Самоуправляющиеся вибраторы и гидравлические пульсаторы в диссертации не рассматриваются. Гидравлические пульсаторные и следящие вибраторы применяются в качестве исполнительных элементов в электрогидравлических виброустановках. Электрогидравлической вибрационной установкой назовем электрогидравлический следящий привод, обрабатывающий периодические входные сигналы звуковых частот произвольной формы с коррекцией выходного сигнала электрическими звеньями общей обратной связи.

Исполнительным элементом гидравлического вибратора обычно является гидравлический поршневой исполнительный механизм. Гидравлическим поршневым исполнительным механизмом /ПИМ/ назовем исполнительный механизм, состоящий из силового цилиндра с односторонним или двухсторонним поршнем, управляемый поступательно движущимся или вращающимся золотником. Гидравлическим пульсаторным вибратором /ППВ/ назовем вибратор, исполнительный орган которого есть ПИМ без обратной связи между поршнем и золотником /распределителем/. Поршень обычно жестко связан с упругим элементом. В качестве распределителя применяют золотники вращающийся или совершающий возвратно-поступательное движение с приводом от регулируемого электродвигателя или гидродвигателя, изменением числа оборотов которого регулируется частота задаваемых вибраций. Регулирование амплитуды осуществляется изменением

подводимого давления /при заданной жесткости упругого элемента и массе нагрузки/. ГПВ применяются в качестве вибростендов для испытаний на вибропрочность и виброустойчивость, вибраторов для резонансных испытаний, для осуществления вибрационного резания, для вибрационного бурения.

Для плавного регулирования параметров вибраций привод золотника ГПВ осуществляется от электрогидравлического распределителя /ЭГР/, однокаскадного или двухкаскадного, типа "сопло-заслонка" или с приводом золотника от электромеханического преобразователя электродинамического типа /ЭДП/. ГПВ с приводом золотника от ЭГР применяются для резонансных испытаний, активного демпфирования металлорежущих станков, вибрационного резания, в вибростендах. ГПВ с электрической обратной связью по положению поршня применяются в электрогидравлических виброустановках для исследования металлорежущих станков, для испытаний на вибропрочность и виброустойчивость, в активных вибрационных демпферах, вибростендах. Электрогидравлические виброустановки для усталостных испытаний образцов и конструкций серийно выпускаются в США, Великобритании, Франции, ФРГ, Японии. Частотный диапазон этих установок до $f_{max} = 200$ гц, максимальная динамическая сила до $P_{max} = 100$ тс /при $f = 10$ гц/.

Электрогидравлические вибростенды с ГПВ серийно выпускаются в США /фирма "MB Electronics"/, в Великобритании /фирмы "Dowty Rotol", "Fairley"/, в Японии /фирма "JMB"/. Частотный диапазон вибростендов до $f_{max} = 100$ гц при максимальной вибротяговой силе $P_{max} = 100$ тс /при $f = 30$ гц/. Основным недостатком ГПВ - зависимость частотных характеристик от параметров нагрузки.

Следящим гидравлическим вибратором /СГВ/ назовем вибратор, исполнительный элемент которого есть ПИМ с жесткой отрицательной обратной связью по перемещению между золотником и поршнем. В зависимости от рода привода золотника СГВ делятся на: гидромеханические - с приводом золотника от регулируемого гидро- или электродвигателя через механизм, преобразующий вращательное движение в возвратно-поступательное и электрогидравлические - с приводом золотника от электромеханического преобразователя, обычно ЭДП. СГВ применяются в суппортах для вибрационного точения, в виброверлильных станках и виброшлюзах, в испытательных вибростендах, в прессах для вибропрессования. Вибраци-

онные механизмы с СГВ в качестве исполнительного элемента разрабатываются в СССР ИВТУ им. Баумана и некоторыми другими организациями. За рубежом известны только единичные случаи применения СГВ.

Основные преимущества СГВ - плавная, безударная работа и жесткость амплитудно-частотной характеристики при изменении нагрузки. Известны конструкции вибромеханизмов с СГВ при $f_{max} = 200$ гц, при $P_{max} = 2$ тс /в опытных конструкциях до $f_{max} 400$ гц/.

Автоколебательным гидравлическим вибратором /АГВ/ назовем вибратор, состоящий из ПМ, золотник и поршень которого охвачены положительной обратной связью с нелинейным элементом в ней /зазором, жестким ограничителем хода золотника/. АГВ делятся, в зависимости от способа переключения золотника, на две большие группы: с механической обратной связью и с гидравлической обратной связью. В АГВ с механической обратной связью нелинейным элементом обычно является зазор. АГВ применяются для вибрационного резания, в горной технике, в сельскохозяйственном машиностроении для привода рабочих органов режущих аппаратов, грохотов, бункеров, для прессования форм. Известны конструкции АГВ с $f_{max} = 200$ гц, но наиболее часто применяются низкочастотные АГВ / $f = 6-50$ гц/ с большим размахом автоколебаний поршня /до $2H_{порш} = 90$ мм при $f = 8-10$ гц/.

В СССР работы по созданию конструкций АГВ с гидравлической обратной связью ведутся в ВИСХОМ.

Обзор конструкций вибраторов показывает, что гидравлические вибраторы обладают следующими достоинствами:

1. Использование в качестве силовой кинематической связи столба рабочей жидкости повышает долговечность вибрационной машины - исключаются механические кинематические связи, быстро изнашивающиеся под воздействием вибрационных нагрузок.
2. Использование в качестве рабочего тела жидкости, работающей под давлением до 250 кг/см², позволяет создавать вибраторы с высокой удельной мощностью.
3. Принцип гидравлического усиления по мощности позволяет легко регулировать в широком диапазоне частоту и амплитуду вибраций на выходе регулированием маломощного входного сигнала.
4. Наибольшая, по сравнению с другими типами вибраторов, удельная вибротяговая сила.
5. Высокое быстродействие, обеспечивающее возможность программирования режима работы.
6. Простая компоновка вибратора с рабочим органом вибромашины.
7. Питание

маслонасосных установок, собираемых из стандартных узлов гидравлической аппаратуры.

К недостаткам гидравлических вибраторов следует отнести: повышенную сложность изготовления прецизионных пар ПИМ вибратора, неизбежные утечки, влияние температуры рабочей жидкости на характеристики вибратора; ограниченность частотного диапазона. Рационально сконструированные гидравлические вибраторы дешевле соответствующих по мощности и параметрам создаваемой вибрации электродинамических вибраторов /по зарубежным данным в 3-3,5 раза/.

При разработке гидравлических вибраторов возникают следующие задачи: 1. Исследование процесса прохождения периодического входного сигнала через ПИМ вибраторов с учетом свойственных ему нелинейностей. 2. Исследование влияния сжимаемости рабочей жидкости на частотные характеристики ПИМ вибраторов. 3. Исследование автоколебательных режимов работы ПИМ. 4. Создание вибраторов с заданными параметрами, создание и внедрение новых типов гидравлических и электрогидравлических вибраторов различного целевого назначения. 5. Создание методов расчета гидравлических вибраторов различного целевого назначения.

Глава II. Аналитическое исследование гидравлического поршневого исполнительного механизма, как нелинейной системы.

Динамические процессы в ПИМ без обратной связи и с обратной связью при пренебрежении сжимаемостью рабочей жидкости для различных частных случаев нагрузки при ступенчатом, а иногда и синусоидальном входном сигнале рассматривали А.М.Кац, Ю.П.Портнов-Соколов, *Turnbull & Coyle J.K., Butler R* и др. Это допущение не позволяет исследовать устойчивость ПИМ. Математическая модель ПИМ, учитывающая сжимаемость рабочей жидкости, как показывали Хохлов В.А., Дж.Найтингейл и др., более соответствует реальности.

Особенности работы ПИМ гидравлических вибраторов /малый размах колебаний поршня по сравнению с начальной длиной рабочей полости силового цилиндра, малость внешних утечек, предохранение рабочей жидкости от поглощения пузырьков воздуха, пренебрежимо малое гидравлическое сопротивление соединительных трубопроводов ввиду их малой длины, линейность нагрузки на поршне/ позволяет описать, следуя Хохлову В.А., динамические процессы в ПИМ уравне-

ниями:

$$K_{сж} \frac{d\Delta p}{dt} + 2K_n \Delta p + 2F \frac{d\chi}{dt} = 2\mu K_f \Delta \sqrt{\frac{g}{\gamma}} (P_0 - P_{сл} - \Delta p \operatorname{sign} \Delta), \quad /1/$$

$$M \frac{d^2 y}{dt^2} + h \frac{dy}{dt} + cy + G = F \Delta p, \quad /2/$$

$$\Delta = f(\chi, y), \quad /3/$$

где: 1 - уравнение связи, получающее из уравнения неразрывности потока рабочей жидкости через рабочие полости силового цилиндра ПИМ, 2 - уравнение движения поршня ПИМ, 3 - уравнение обратной связи. Здесь y - перемещение поршня /выходной сигнал/, χ - перемещение золотника /входной сигнал/, Δp - перепад давления на поршне, $K_{сж}$ - коэффициент сжимаемости, K_n - коэффициент перетечек, F - эффективная площадь поршня, μ - коэффициент расхода рабочего окна золотника, K_f - коэффициент пропорциональности в выражении площади открытия рабочего окна золотника, Δ - открытие рабочего окна золотника, g - ускорение свободного падения, γ - удельный вес рабочей жидкости, P_0 - подводимое давление, $P_{сл}$ - давление слива, M - приведенная масса нагрузки на поршне, h - коэффициент вязкого трения на поршне, C - жесткость нагрузки, G - постоянная по величине и направлению сила нагрузки на поршне.

$$\text{Для ПИМ без обратной связи } \Delta = f(\chi). \quad /4/$$

Связь, накладываемая на движение поршня уравнением /1/, неголономная нестационарная /при $\Delta = \Delta(t)$ /, уравнение связи существенно линейно.

При линеаризации методом последовательных приближений исходное нелинейное уравнение связи ПИМ /1/, записанное в безразмерной форме

$$\frac{\partial^2 v}{\partial \tau^2} + v \sqrt{1 - \operatorname{sign} v} = \frac{\partial u}{\partial \tau} + a p + b \frac{\partial p}{\partial \tau}, \quad /5/$$

где $v = \frac{\Delta}{\chi_{max}}$; $p = \frac{P_0 - P_{сл}}{P_0 - P_{сл}}$; $u = \frac{\chi}{\chi_{max}}$; $\tau = \frac{K_f \sqrt{P_0 - P_{сл}}}{F} t$; $K_d = \mu K_f \sqrt{\frac{g}{\gamma}}$; a, b - безразмерные величины, χ_{max} - норма входного сигнала, разложением радикала в ряд Тейлора по степеням v приводится к линеаризованному уравнению связи /уравнению 1-го приближения/:

$$\frac{\partial^2 v_0}{\partial \tau^2} + v_0 = \frac{\partial u}{\partial \tau} + a p + b \frac{\partial p}{\partial \tau} + \frac{1}{2} |v_0| p, \quad /6/$$

где v_0 определяется из уравнения идеализированного /ненагруженного герметичного, при несжимаемой рабочей жидкости/ ПИМ

$$\frac{\partial^2 v_0}{\partial \tau^2} + v_0 = \frac{\partial u}{\partial \tau}. \quad /7/$$

Сходимость решения линеаризованного уравнения /6/ и решения исходного нелинейного /5/ доказана применением обобщенной теоре-

мы о среднем значении интеграла. После линейризации уравнение связи ПИМ становится линейным уравнением с переменными коэф - фициентами, осреднение которых за период при синусоидальном входном сигнале дает уравнение с постоянными коэффициентами, зависящими от частоты и амплитуды входного сигнала. Применен - ный метод линейризации позволил записать уравнение ПИМ в виде:

$$Q_0 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_2 \frac{dy}{dt} + a_3 y = 2Kx \quad /8/$$

/при $\Delta = x - y$ или $\Delta = x$ /

При постоянных коэффициентах уравнения /8/ условие устойчи - вости ПИМ с обратной связью по Гурвицу, есть:

$$K_{сж} h (K_{сж} c + 2F^2) + 2 (K_n + \frac{K_0 \Delta_{0max}}{x \sqrt{P_0 - P_{сн}}}) [K_{сж} h^2 + 2MF^2 +$$

$$+ 2 (K_n + \frac{K_0 \Delta_{0max}}{x \sqrt{P_0 - P_{сн}}}) Mh] - 2K_{сж} K_0 \sqrt{P_0 - P_{сн}} MF > 0. \quad /9/$$

ПИМ без обратной связи по Гурвицу устойчив всегда.

При переменных коэффициентах уравнения /8/ периодические члены входят в выражения коэффициентов $\frac{Q_1}{Q_0} ; \frac{Q_2}{Q_0} ; \frac{Q_3}{Q_0}$ с малым раз - мерным множителем.

$$\xi^* = \frac{\frac{2K_0 \Delta_{0max}}{x \sqrt{P_0 - P_{сн}}}}{K_{сж} c + 2F^2 + 2K_n h + \frac{2K_0 \Delta_{0max} h}{x \sqrt{P_0 - P_{сн}}}} \ll 1, \quad /10/$$

что позволит найти условия асимптотической устойчивости ПИМ в виде неравенства, требующего предварительного вычисления корней характеристического уравнения ПИМ при $\xi^* = 0$. Получен - ное линейризованное уравнение ПИМ /8/ позволило оценить в ви - де неравенств значения коэффициента сжимаемости $K_{сж}$, при вы - полнении которых амплитудно-частотные и фазо-частотные харак - теристики ПИМ при учете сжимаемости рабочей жидкости и без учета сжимаемости отличаются друг от друга на некоторое задан - ное малое число ϵ^* . При пренебрежении силой вязкого трения на поршне $h = 0$ / эти неравенства упроща - ются к виду:

$$K_{сж} < \frac{2\epsilon^* F^2}{[c - M\omega^2]}. \quad /11/$$

Линеаризация методом последовательных приближений не позволя - ет вычислить гармоники периодического движения поршня ПИМ, зна - ние которых необходимо, например, для оценки коэффицента не - линейных искажений вибратора. Нелинейное уравнение ПИМ при чисто синусоидальном входном сигнале $x = x_0 \sin \omega t$, записан - ное в безразмерных переменных, есть:

$$\ddot{z} + 2\gamma^* \dot{z} + \varphi^*(z, z) + 2\gamma^* \varphi^*(z, \dot{z}) + \lambda^* z =$$

$$= \lambda_r^2 K \delta(\sin \tau, z) \sqrt{1 - \varepsilon \beta \dot{z}^2 - \varepsilon [z + \varphi^*(z, z)] \operatorname{sign} \delta(\sin \tau, z)}, \quad /12/$$

где $z = \frac{x}{x_0}$; $\dot{z} = \frac{dz}{dt}$; $\tau = \omega t$; γ^* ; λ_r^2 ; K ; β - безразмерные параметры, $\varphi^*(z, z)$ - безразмерная сила сопротивления на поршне, $\delta(\sin \tau, z)$ - безразмерное открытие рабочего окна, $\varepsilon = \frac{M \omega^2 x_0}{F(\beta - \lambda_r^2)}$ - отношение силы инерции на поршне при амплитуде колебаний его, равной амплитуде входного сигнала, к полному полезному усилию, развиваемому поршнем. Условие $\varepsilon < 1$ является необходимым условием работы ПИМ в режиме двигателя и параметр ε принят за малый параметр. Уравнение /12/, будучи разрывным, удовлетворяет условиям Неймарка-Шильникова, и его решение может быть найдено в виде ряда по степеням малого параметра ε

$$z = z_0 + \varepsilon z_1 + \dots, \quad /13/$$

При нелинейной нагрузке на поршне и нелинейности в цепи обратной связи порождающее уравнение может быть нелинейным, уравнения последующих приближений - линейные с переменными коэффициентами. При нелинейной нагрузке и линейной обратной связи уравнения нулевого и последующих приближений линейные. При линеаризации необходимо принять:

$$\operatorname{sign} \delta(\sin \tau, z) = \operatorname{sign} \delta_0(\sin \tau, z_0),$$

что равносильно допущению: знак открытия рабочего окна золотника полностью определяется сигналом ошибки в нулевом приближении.

Условие устойчивости решений линейных приближений, согласно критерию Гурвица, аналогично условию /9/ при $\Delta_{\text{max}} = 0$. При $\frac{\Delta_{\text{max}}}{x/P_0 - P_{\text{rel}}} \ll k_n$ условия устойчивости при обоих методах линеаризации мало отличаются друг от друга. При анализе электрогидравлических вибрационных механизмов порядок системы уравнений, описывающих динамические процессы в механизмах, может быть больше 3-го за счет дифференциальных уравнений управляющих, усилительных и корректирующих элементов. Необходимость оценки коэффициента нелинейных искажений и зоны линейности АЧХ механизма не позволяет отбрасывать высшие гармоники; кроме того, сигнал, поступающий на вход какого-либо элемента механизма с нелинейностью, например, ПИМ, за счет наличия нелинейностей в предыдущих звеньях, так же может содержать высшие гармоники.

Необходимость учета влияния высших гармоник уже на входе в нелинейность изменяет общеизвестный алгоритм вычислений Е.П.Попова и И.П.Пальтова. К общепринятым для метода гармонической

линеаризации допущением добавим допущения: нелинейность является нечетно-симметричной с ограниченным числом точек разрыва непрерывности; сигнал на входе в нелинейность содержит только нечетные гармоники, причем амплитуда высших гармоник мала по сравнению с первой гармоникой. Тогда в уравнениях системы можно принять:

$$\Delta(\tau) = A \left\{ \sin \tau + \sum_{n=1}^{\infty} f_{2n+1} \sin [(2n+1)\tau + \varphi_{2n+1}] \right\}, \quad /14/$$

где A - неизвестная амплитуда первой гармоники,

$$f_{2n+1} = \frac{A_{2n+1}}{A} \ll 1, \quad f_{2n+1} \rightarrow 0 \text{ при } n \rightarrow \infty, \quad \tau = \omega t. \\ \text{Подстановка } \varphi(\tau) = \sum_{n=0}^{\infty} [a_{2n+1} \sin (2n+1)\tau + b_{2n+1} \cos (2n+1)\tau], \quad /15/$$

где a_{2n+1} , b_{2n+1} - коэффициенты Фурье разложения выходного сигнала нелинейности $\varphi(\tau)$, в уравнения системы, дает, с учетом разложения в ряд Фурье входного сигнала $X(\tau)$ /при автоколебаниях $X(\tau) \equiv 0$ / систему уравнений, определяющую искомые параметры: A , φ_1 , f_{2n+1} , φ_{2n+1} в случае вынужденных колебаний, где φ_1 - фазовый сдвиг 1-ой гармоники сигнала ошибки относительно фазы 1-ой гармоники входного сигнала; A , ω , f_{2n+1} , φ_{2n+1} , в случае автоколебаний, где ω - искомая частота автоколебаний.

Необходимость вычисления коэффициентов Фурье a_{2n+1} и b_{2n+1} приводит к необходимости отыскания решений граничного уравнения вида

$$A \left\{ \sin \tau + \sum_{n=1}^{\infty} f_{2n+1} \sin [(2n+1)\tau + \varphi_{2n+1}] \right\} = \mathcal{X}, \quad /16/$$

где $\mathcal{X}$ - некоторое постоянное число /может быть и нуль/.

При ограничении конечным числом гармоник / $n = 1, 2, 3, \dots$ / решение уравнения /16/ ищется в виде ряда по степеням f_{2n+1}

$$\tau_1 = \tau_0 + \sum_{n=1}^{\infty} f_{2n+1} \tau_{2n+1} + \dots \quad (n = 1, 2, \dots, \infty),$$

что позволяет выразить коэффициенты Фурье разложения /15/ в функции от параметров σ , $f_2 \cos \varphi_2$, $f_2 \sin \varphi_2$, $\dots$, $f_{2n+1} \cos \varphi_{2n+1}$, $f_{2n+1} \sin \varphi_{2n+1}$ и записать:

$$A = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} f_{2n+1} A_{2n+1}; \quad \varphi_1 = \varphi_0 + \sum_{n=1}^{\infty} f_{2n+1} \varphi_{2n+1} \\ / \text{ или } \omega = \omega_0 + \sum_{n=1}^{\infty} f_{2n+1} \Delta \omega_{2n+1} /. \text{ Здесь } \sigma = \frac{\mathcal{X}}{A}.$$

Подстановка этих выражений в систему уравнений относительно искомых параметров процесса с приравниванием коэффициентов при f_{2n+1} одинаковых индексов дает систему из $2n+1$ уравнений, определяющих соответствующие приближения искомых параметров процесса, причем уравнения нулевого приближения / $f = 0$ / совпадают с соответствующими уравнениями, получаемыми методом гармо-

нической линеаризации. Точность предложенного метода обобщенной гармонической линеаризации определяется малостью относительных амплитуд f_{2n+1} , т.е. свойствами приведенной линейной части системы.

Аналитическое исследование процессов в некоторых гидравлических вибрационных механизмах и гидроприводах приводит к задаче об отыскании периодических решений обыкновенного дифференциального уравнения 3-го порядка, содержащего малый параметр $\varepsilon < 1$:

$$\frac{d^3 y}{dt^3} + 2\gamma_0 \frac{d^2 y}{dt^2} + \kappa_0^2 \frac{dy}{dt} + \varepsilon f_1(y, \frac{dy}{dt}, \frac{d^2 y}{dt^2}, \frac{d^3 y}{dt^3}) = x(t) f_2(\varepsilon, t, y, \frac{dy}{dt}, \frac{d^2 y}{dt^2}). \quad /16/$$

Здесь $\gamma_0, \kappa_0, \varepsilon$ - константы, функция $x(t)$ или константа, или периодическая функция с периодом $T = \frac{2\pi}{\omega}$, удовлетворяющая в промежутке $0 \leq t \leq T$ условиям Дирихле.

В задаче об автоколебаниях

$$x(t) = 1, f_2 = f_0(y) [1 + \varepsilon f_3(y, \frac{dy}{dt}, \frac{d^2 y}{dt^2})],$$

$f_0(y)$ нечетно-симметричная кусочно-линейная функция ε , в частности, релейная $| \varepsilon f_3(y, \frac{dy}{dt}, \frac{d^2 y}{dt^2}) | < 1$.

Решение уравнения /16/ в этом случае ищется в виде ряда

$$y = y_0 + \varepsilon y_1 + \dots; \quad \omega = \omega_0 + \varepsilon \omega_1 + \dots,$$

причем нулевые приближения определяются решением уравнения

$$\omega_0^3 \ddot{y}_0 + 2\gamma_0 \omega_0^2 \dot{y}_0 + \kappa_0^2 \omega_0 y_0 = f_0(y_0) \quad (\dot{y}_0 = \frac{dy_0}{dt}, \tau = \omega_0 t). \quad /17/$$

Решение уравнения /16/ представляется в виде ряда:

$$y = A \sin \tau + \sum_{n=1}^{\infty} A_{2n+1} \sin [(2n+1)\tau + \varphi_{2n+1}],$$

где:

$$A = A_0 + \varepsilon A_1 + \dots; \quad A_{2n+1} = A_{0,2n+1} + \varepsilon A_{1,2n+1} + \dots; \quad \varphi_{2n+1} = \varphi_{0,2n+1} + \varepsilon \varphi_{1,2n+1} + \dots \quad /18/$$

Тогда $f_0(y) = f_{00}(\tau) + \varepsilon f_{01}(\tau) + \dots$

определение разложений /18/ с подстановкой их в выражений для y и ω в исходное нелинейное уравнение с применением метода малого параметра определяет искомые параметры

$$\omega_0; A_0; A_{0,2n+1}; \varphi_{0,2n+1}; \omega_1; A_1; A_{1,2n+1}; \varphi_{1,2n+1} \quad (n=1, 2, \dots, \infty).$$

В задаче о вынужденных колебаниях

$$x(t) = x_1(t + \frac{2\pi}{\omega}); \quad f_2 = 1 + \varepsilon x_1(t) f_3(y, \frac{dy}{dt}, \frac{d^2 y}{dt^2});$$

$$x_1(t) = x_1(t + \frac{2\pi}{\omega}).$$

Решение вновь ищется методом малого параметра $y = y_0 + \varepsilon y_1 + \dots$ с учетом разложений $x(\tau) = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\tau + b_n \sin n\tau)$,

$$x_1(\alpha\tau) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sin(m\alpha\tau + \theta_m); \quad \alpha = \frac{\omega_1}{\omega}.$$

Постоянные интегрирования предыдущего приближения определяются из равенства нулю постоянных слагаемых в правой части соответствующих уравнений последующего приближения.

Степень точности решения уравнения /16/ определяется малостью параметра ε . Методы линеаризации уравнений ПИМ и методы отыскания приближенных периодических решений некоторых нелинейных дифференциальных уравнений использованы в последующих главах при аналитическом исследовании конкретных схем гидравлических вибраторов.

Глава III. Исследование гидравлических вибраторов пульсаторного типа.

Исполнительным элементом ИПВ является разомкнутый ПИМ с упругой составляющей нагрузки на поршне, работающий в режиме вынужденных колебаний.

При пренебрежении сжимаемостью рабочей жидкости, перетечками на поршне, сопротивлением соединительных трубопроводов и с учетом силы сухого трения на поршне, модуль которой принимает ся постоянным / $R_0 = \text{const}$ /, уравнение движения ПИМ есть:

$$F \frac{dy}{dt} = \mu k_1 x(\tau) \sqrt{\frac{g}{F} [P_0 - P_{cl} - \frac{R_0}{F} - \frac{1}{F} (M \frac{d^2 y}{dt^2} + h \frac{dy}{dt} + cy + G) \text{sign} x(\tau)]} \quad /19/$$

Для синусоидального входного сигнала $x = x_m \sin \omega t$ и при $h=0$,

$G=0$ уравнение ПИМ в безразмерной форме

$$\dot{z} = \sin \tau \sqrt{1 - [Lz + \varepsilon \dot{z} \text{sign} \sin \tau]}, \quad /20/$$

где L - безразмерный параметр, учитывающий упругую составляющую нагрузки на поршне, проинтегрировано по участкам непрерывности с использованием метода малого параметра $z = z_0 + \varepsilon z_1 + \dots$ со стыковкой полученных приближений в граничных точках

$$z_{li}(0) = z_{2i}(2\alpha); \quad z_{li}(\alpha) = z_{2i}(\alpha) \quad (i=0,1)$$

Исследованием полученного решения найдено предельное значение жесткости нагрузки, при которой ПИМ только работает в режиме двигателя:

$$C_{np} = \frac{F\omega}{\mu k_1 x_m} \sqrt{\frac{2FF}{g} [F(P_0 - P_{cl}) - R_0]}. \quad /21/$$

На ЭЦМ "МИР-1" подсчитаны зависимости безразмерной амплитуды первой гармоники вынужденных колебаний поршня A_1 , сдвига фазы

первой гармонике φ_1 , коэффициента нелинейных искажений ζ от параметров Λ, ε для $0 \leq \Lambda \leq 1,4$; $0 \leq \varepsilon \leq 1$, причем с увеличением подводимого давления P_0 параметры Λ и ε уменьшаются, Λ_1 увеличивается, а φ_1 и ζ уменьшаются. Результаты вычислений и аналитические исследования показали, что при $\Lambda \leq 1$ имеет место резонанс, причем при $\Lambda \leq 0,5$ условие резонанса $\frac{\Lambda_P}{\varepsilon_P} = 1$ выполняется точно, резонансная частота равна собственной частоте поршня $\omega_P = \sqrt{\frac{g}{H}}$; при $\Lambda > 0,5$ $\frac{\Lambda_P}{\varepsilon_P} = 1 \pm 0,1$. При малой инерционной нагрузке на поршне $\varepsilon \approx 0$ амплитуда первой гармонике Λ_1 может быть подсчитана по формуле

$$\Lambda_1 = \sqrt{1 - 0,205 \Lambda^2}, \quad /22/$$

дающей погрешность $\pm 5\%$ при $\varepsilon \leq 0,4$; $\Lambda \leq 0,6$. Экспериментальные исследования макета ГПВ подтвердили результаты аналитических исследований и показали, что: 1) с увеличением подводимого давления при прочих равных условиях размах колебаний поршня увеличивается, а форма его колебаний приближается к синусоидальной; - 2) приближенная формула /21/ дает хорошее совпадение с экспериментом при $\varepsilon \leq 0,4$; $\Lambda \leq 0,6$; 3) ГПВ способен воспроизводить колебания сложной формы, задаваемые в виде вынужденных колебаний двух золотников путем суммирования расходов, протекающих через рабочие окна этих золотников непосредственно в полости силового цилиндра с соответствующими искажениями составляющих гармоник, которые могут быть рассчитаны по полученному кинематическому уравнению вынужденных колебаний поршня ПИМ.

При учете сжимаемости рабочей жидкости уравнение ПИМ при линейной нагрузке на поршне в безразмерных переменных есть:

$$\ddot{z} + 2\gamma \dot{z} + \Lambda^2 z = \Lambda^2 \sin \tau \sqrt{1 - \varepsilon (\ddot{z} + 2\gamma \dot{z} + \Lambda^2 z) \operatorname{sign} \sin \tau}. \quad /23/$$

Аналитическое исследование кинематического уравнения вынужденных колебаний поршня ПИМ, найденного решением уравнения /23/ методом малого параметра, показало, что сжимаемость рабочей жидкости изменяет собственную частоту свободных незатухающих колебаний поршня ПИМ, которая в нулевом приближении есть:

$$\omega_{\cos} = \sqrt{\frac{g}{H} + \frac{2F^2}{K_{ж} M}}. \quad /24/$$

Регулируя $K_{ж}$, можно обеспечить такое значение $\omega_{\cos}$, которое будет находиться вне рабочего диапазона частот вибратора.

Экспериментальное исследование влияния сжимаемости рабочей жидкости на частотные характеристики ПИМ проводилось на макете гидравлического вибратора пульсирующего нагружения, разработанного в Калужском филиале МВТУ им. Баумана. Вибратор состоит из двух неподвижных жестко скрепленных между собой силовых цилиндров с общим для них поршнем. Цилиндр динамического нагружения управляется вращающимся золотником с приводом от регулируемого электродвигателя постоянного тока марки МИ-22. На входе в цилиндр статического нагружения поставлен золотник с электромагнитным управлением типа Г73-12, выполняющий роль дросселя постоянного сечения. С поршнем вибратора жестко связан упругий элемент, в качестве которого применялась автомобильная рессора жесткостью $C = 70$ кг/мм и кольцо из стали У10А жесткостью $C = 206$ кг/мм. Питание обоих цилиндров - раздельное. На принципиальной схеме вибратора / рис. 1 / вращающийся золотник условно показан в виде движущегося поступательно. Исследовалось влияние давления, подводимого к цилиндрам статического и динамического нагружения P_{01} и P_{02} соответственно на переходный процесс и частотные характеристики вибратора при обеих упругих нагрузках.

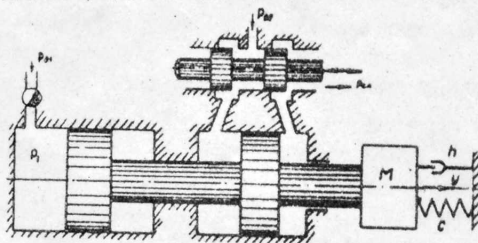


Рис. 1. Принципиальная схема вибратора пульсирующего нагружения.

Максимальное значение давления P_{01} выбиралось из условия работы упругого элемента на линейном участке. Результаты экспериментов показали следующее: 1. Характер переходного процесса

при выключении цилиндра статического нагружения определяется давлением P_{01} и не зависит ни от давления P_{02} , ни от частоты входного сигнала, причем с увеличением P_{01} с 5 кг/см² до 15 кг/см² переходной процесс из малоколебательного становится колебательным, что объясняется повышением собственной частоты ПИМ при повышении модуля объемного сжатия рабочей жидкости вследствие повышения давления. 2. Собственная частота ПИМ, определенная по его частотным характеристикам, выше собственной механической частоты, что качественно подтверждает формулу /24/. 3. Зависимость размаха колебаний поршня в исследованном диапазоне частот / при $C = 70$ кг/мм, $f = 25 - 100$ гц / носит падающий характер, причем с увеличением давления P_{01} , при одной и той же частоте входного сигнала размах колебаний поршня уменьшается, что вновь говорит о влиянии жесткости столба рабочей жидкости в ПИМ; с увеличением P_{02} размах колебаний поршня соответственно увеличивается. При $C = 206$ кг/мм частотный диапазон вибратора увеличился до $f_{max} = 400$ гц.

Динамические процессы в вибраторе описываются следующими уравнениями:

$$K_{сж1} \frac{dP_1}{dt} + F_1 \frac{dY}{dt} = M_{2P} f_{gP} \sqrt{\frac{2g}{f}} (P_{01} - P_1), \quad /25/$$

$$K_{сж2} \frac{d\Delta P}{dt} + 2F_2 \frac{dY}{dt} = 2M_{20} \sin \omega t \sqrt{\frac{2}{f}} (P_{02} - P_{01} - \Delta P \operatorname{sign} \sin \omega t), \quad /26/$$

$$M \frac{d^2 Y}{dt^2} + h \frac{dY}{dt} + CY + R_0 \operatorname{sign} \frac{dY}{dt} = F_1 P_1 + F_2 \Delta P, \quad /27/$$

где P_1 - давление в полости силового цилиндра статического нагружения, /25/ - уравнение расходов через полость цилиндра статического нагружения.

Аналитически определялись частотные характеристики при выключенном цилиндре статического нагружения / $P_1 = 0$ /, при этом уравнение /27/ линеаризовалось методом последовательных приближений, затем периодическое решение системы находилось методом гармонической линеаризации. Сравнение амплитудно-частотных характеристик вибратора, полученных расчетом и математическим моделированием исходной нелинейной системы при $P_{02} = 20$ кг/см², $C = 206$ кг/мм, с экспериментальной характеристикой показало хорошее совпадение результатов моделирования с экспериментом во всем частотном диапазоне; для расчетной кривой хорошее совпадение получилось в диапазоне $50 \leq f \leq 100$ гц,

при $f > 100$ гц расчетная кривая дает погрешность по сравнению с экспериментом до + 30 %; это объясняется тем, что расчетная формула, учитывающая только первую гармонику, дает хорошее совпадение с экспериментом только в том частотном диапазоне, когда форма колебаний поршня наиболее близка к синусоидальной /для данного режима работы вибратора при $50 \leq f \leq 100$ гц /. Результаты математического моделирования вибратора при работе обоих цилиндров по уравнениям /25/ - /27/ при $\rho_0 = 20$ кг/см², $\rho_{02} = 25$ кг/см², $C = 206$ кг/мм во всем частотном диапазоне $f = 25 - 300$ гц /удовлетворительно совпали с экспериментом; хорошее совпадение получено по резонансной частоте / при моделировании $f_{рез} = 75$ гц, при эксперименте $f_{рез} = 71$ гц /.

В целом экспериментальные исследования показали, что раз - работанный гидравлический вибратор пульсирующего нагружения вполне работоспособен, а линеаризация уравнения связи методом последовательных приближений с последующим применением метода гар - монической линеаризации позволяет с достаточной для практических целей точностью рассчитать амплитудно-частотную характеристику вибратора.

Глава IV. Исследование автоколебательных гидравлических вибраторов.

В машиностроении наиболее часто применяются АГВ с зазором в механической обратной связи и с гидравлической обратной связью. Характерная особенность работы АГВ с зазором в механической обратной связи /рис.2/- состоит в том, что размах колебаний золотника примерно равен размаху колебаний поршня и имеет порядок величины полного зазора в обратной связи, так что пренебрегать временем движения золотника по сравнению с периодом колебаний поршня нельзя.

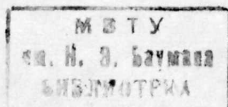
При пренебрежении сжимаемостью рабочей жидкости, перетечками по поршню, сопротивлением соединительных трубопроводов и нагрузке на поршне, состоящей из силы инерции и постоянной по модулю силы сухого трения, в предположении, что золотник движется по закону косинуса, динамические процессы в АГВ описываются уравнениями: /в безразмерной форме/

$$\ddot{w} = -kA \cos t / 1 - \varepsilon \omega^2 \sin^2 \omega t,$$

/28/

$$\dot{w} = A \sin t,$$

/29/



17267909

где A - амплитуда автоколебаний золотника, ω - частота автоколебаний,

$$\varepsilon = \frac{M \Delta o_c}{F(P_0 - P_{cl}) \cdot R_0} \ll 1$$

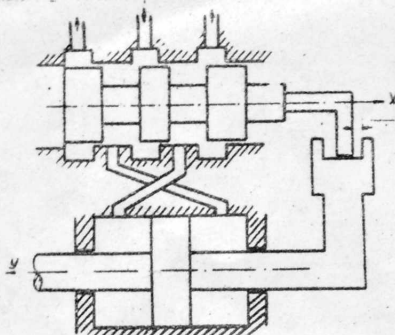


Рис. 2. Принципиальная схема АГВ с зазором в механической обратной связи.

В соответствии с методом малого параметра принято:

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon \omega_1 + \dots; A = A_0 + \varepsilon A_1 + \dots; Z = Z_0 + \varepsilon Z_1 + \dots$$

Для определения значений A_i и ω_i использованы дополнительные условия, вытекающие из особенностей работы АГВ:

- $\dot{y}(0) = X(0) - \Delta o_c$ - /30/ - условие соударения поршня с золотником в момент выбора зазора, за который принимается начало периода; $\omega A = K$ - /31/ - условие постоянства максимального расхода через ПИМ. С использованием условий /30-31/ найдены с точностью до ε^2 включительно: кинематическое уравнение автоколебаний поршня $z = z(t, \varepsilon)$ и $A = A(\varepsilon)$; $\omega = \omega(\varepsilon)$. Переход в этих выражениях к размерным переменным показал, что размахи автоколебаний золотника не зависят от подводимого давления и целиком определяются зазором в обратной связи, возрастаая с увеличением массы нагрузки на поршне; частота автоколебаний возрастает с увеличением давления $\sim \sqrt{F(P_0 - P_{cl}) \cdot R_0}$ и уменьшается с увеличением зазора и массы нагрузки на поршне.

Сравнение результатов расчета по полученным формулам с результатами экспериментальных исследований макета АГВ показало следующее: совпадение расчетной кривой зависимости $\omega(R)$ с экспериментом оказалось хорошим, в пределах погрешности эксперимента $\pm 7\%$ / достигнут диапазон частот $f = 90 - 240$ гц /. Расхождение для $2\Delta o_c = 1$ мм при $f > 190$ гц объясняется влиянием сжимаемости рабочей жидкости, проверка показала, что при этом не выполняется условие /II/ для $\varepsilon^* = 0,1$. Удовлетвори -

тельное совпадение расчетных зависимостей размахов автоколебаний поршня и золотника от зазора $\pm 20\%$ / расчет проводился для $P_0 = 7,75 \text{ кг/см}^2$, $12,3 \text{ кг/см}^2$ / о экспериментом наблюдалось только при меньшем подводимом давлении. При больших давлениях экспериментально наблюдалась зависимость размахов автоколебаний поршня и золотника от давления, которую в рамках принятых допущений объяснить не удалось.

Для объяснения зависимости размахов автоколебаний золотника и поршня от давления аналитически исследовалось влияние сжимаемости рабочей жидкости на автоколебания АГВ при пренебрежении силой сухого трения на поршне.

Уравнение АГВ в безразмерной форме принимает вид:

$$T_n^2 \omega^2 \ddot{z} + \omega \dot{z} = K A \cos \tau \sqrt{1 - \varepsilon \omega^2 \ddot{z} \sin \cos \tau}, \quad /32/$$

где $T_n = \frac{\sqrt{K_{\text{сж}} M}}{\sqrt{2} F}$ - постоянная времени ПИМ.

Анализ решения уравнения /32/, найденного методом малого параметра с учетом условий /30-31/ с точностью до ε включительно показал, что: 1. Размахи автоколебаний золотника и поршня увеличиваются с увеличением зазора и подводимого давления, что вполне качественно соответствует результатам эксперимента. 2. Автоколебания, при которых размах золотника соизмерим с размахом поршня, имеют место только при условии, накладываемом на параметры вибратора $T_n K \leq \frac{2}{3\sqrt{3}}$.

АГВ с гидравлической обратной связью обычно работает в режиме постоянного подводимого расхода Q . Приближенная теорема АГВ с гидравлической обратной связью имеет основным следующее допущение, обоснованное экспериментальными исследованиями этих вибраторов: золотник переключается мгновенно из одного крайнего положения в другое при перемещении поршня на некоторую величину, называемую конструктивным размером " ℓ " /рис.3/. Это допущение справедливо для АГВ, у которых двойной ход поршня больше двойного хода золотника, по крайней мере в 2-3 раза.

При линейной нагрузке на поршне и остальных общепринятых допущениях динамические процессы в АГВ описываются уравнением в безразмерных переменных, введенных из условия минимума числа коэффициентов, отличных от 1:

$$\ddot{z} + 2\delta \dot{z} + \dot{z} + \zeta z = f(z), \quad /33/$$

где 2δ и ζ - безразмерные параметры, учитывающие конструктивные параметры и нагрузку на ПИМ, $f(z)$ - нелинейность вида "об-

ратная релейная гистерезисная характеристика", учитывающая изменение знака подводимого расхода при переключении золотника.

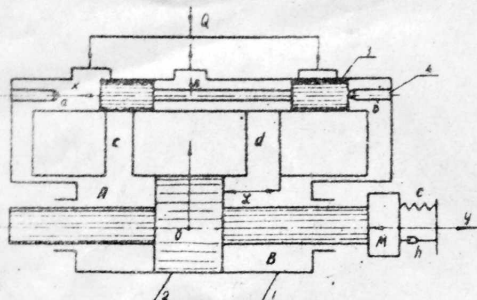


Рис. 3. Принципиальная схема АГВ с переключением золотника перепадом давления на поршне. 1-корпус; 2-поршень; 3-золотник; 4-упоры.

Периодическое решение уравнения

/33/ ищется методом гармонической линеаризации в виде:

$$z = A \sin \Omega \tau. \quad /34/$$

Уравнение для определения параметров автоколебаний A, Ω в комплексной форме есть:

$$(C - 2B \Omega^2) + j \Omega (1 - \Omega^2) = -\frac{4}{\pi A} \sqrt{1 - \frac{e^2}{A^2}} + j \frac{4e}{\pi A^2}, \quad /35/$$

где e — безразмерный конструктивный размер, $j = \sqrt{-1}$.

Исследование решений уравнения /35/ с использованием критерия Кохенбургера показало, что возможны: либо один устойчивый режим автоколебаний, либо три режима автоколебаний, из которых два устойчивы, один неустойчив; либо два режима автоколебаний, один из которых устойчив /один из устойчивых режимов сливается с неустойчивым/. При двух устойчивых режимах автоколебаний физически осуществим режим с меньшей частотой. При наличии упругой составляющей нагрузки на поршне возможен устойчивый режим автоколебаний при $A < e$, т.е. при амплитуде автоколебаний A , меньшей конструктивного размера " e ". При отсутствии упругой составляющей нагрузки на поршне $C = 0$ автоколебания возможны только при $A > e$, т.е. при $A > e$. В этом случае из /35/ легко получаются уравнение частот и уравнение амплитуд. Наименьший положительный корень уравнения частот и соответствующие значения A вычислены на ЭЦМ и затабулированы для

$$2B = 0,125 - 5,0; \quad \frac{4}{\pi e} = 0,125 - 5,0.$$

Вычисления показали, что $0 < \Omega < 1$. В первом приближении частота и амплитуда автоколебаний есть:

$$\omega_0 = \frac{4QF}{\pi(F^2 + k_0 h)A} \quad ; \quad /36/ \quad H_0 = \frac{e}{\sqrt{1 - \frac{8Q^2 F^2 k_0 M}{\pi^2 A^2 (F^2 + k_0 h)^2}}} \quad /37/$$

В первом приближении частота автоколебаний прямо пропорциональна

на подводимому расходу и обратно пропорциональна конструктивно-му размеру; амплитуда автоколебаний увеличивается с увеличением конструктивного размера подводимого расхода - массы нагрузки. Аналитическое исследование влияния постоянной по модулю силы резания на поршне /сила типа "сила сухого трения"/ на параметры автоколебаний показало, что сила резания обычно уменьшает частоту автоколебаний и может уменьшать амплитуду автоколебаний.

Экспериментальные исследования АГВ /гидродвигателей/ конструкции ВИСХМ марок МГ-25Р / $\chi = 8$ мм/ и ОДГ-90 / $\chi = 36$ мм/ показали, что: 1. Форма колебаний поршня близка к синусоидальной, амплитуда 2-ой гармоники не превышает 14 % от амплитуды первой гармоники, амплитуда 2-ой гармоники не превышает 12,5 %. 2. Золотник переключается от упора до упора. Форма колебаний золотника близка к прямоугольной, время переключения золотника не превышает 8 % от периода колебаний поршня для гидродвигателя МГ-25Р и 3 % для гидродвигателя ОДГ-90. 3. Частота автоколебаний практически прямопропорциональна подводимому расходу, незначительно уменьшается с увеличением массы нагрузки и силы резания на поршне. Для МГ-25Р $f = 8-20$ гц, для ОДГ-90 $f = 3-7$ гц, при $Q = 10-44$ л/мин.

Увеличение температуры рабочей жидкости незначительно уменьшает частоту автоколебаний вследствие увеличения перетечек по поршню из-за уменьшения вязкости рабочей жидкости. 4. Амплитуда автоколебаний поршня больше конструктивного размера, увеличивается с увеличением подводимого расхода и массы нагрузки на поршне. Увеличение силы резания на поршне при прочих равных условиях несколько уменьшает размах автоколебаний. Определенной зависимости размаха автоколебаний от температуры рабочей жидкости обнаружить не удалось. Сравнение результатов аналитических исследований с экспериментом для ОДГ-90 показало, что расчет частоты автоколебаний по первому приближению /36/ дал заниженные значения /до 12 %/, что объясняется неучетом этой формулой сжимаемости рабочей жидкости и массы нагрузки, создающих дополнительное ускорение поршня. Расчет по табличным значениям Q оказался более точным и дал несколько завышенные /до 5 %/ значения частоты автоколебаний, что объясняется неучетом времени переключения золотника, которое увеличивает период процесса и уменьшает его частоту. Расчетные размахи автоколебаний поршня в обоих случаях оказались меньше эксперимен -

тальных /примерно на 5 - 10 %, в зависимости от расхода/, что также объясняется пренебрежением временем переключения золотника, в течение которого поршень перемещается. В целом совпадение расчетных кривых с экспериментальными точками хорошее, что подтверждает правильность разработанной теории.

Глава V. Исследование гидравлических следящих вибраторов.

При пренебрежении сжимаемостью рабочей жидкости и чисто синусоидальном входном сигнале $x = x_0 \sin \omega t$ динамические процессы в следящем ПИМ описываются в безразмерных переменных уравнением:

$$\ddot{z} = k(\sin \tau - z) \sqrt{1 - \varepsilon(\ddot{z} + 2\lambda \dot{z} + \lambda^2 z + \alpha) \operatorname{sign}(\sin \tau - z)}, \quad /38/$$

причем $\varepsilon < 1$ / из условия работы ПИМ в режиме двигателя/.

Приближенное решение этого уравнения методом малого параметра в предположении, что $\operatorname{sign}(\sin \tau - z) = \operatorname{sign}(\sin \tau - z_0)$ позволило найти кинематическое уравнение вынужденных колебаний поршня с учетом гармоник до 5-ой включительно. При $\nu = 0$, $\lambda^2 = 0$, $\alpha = 0$ / поршень нагружен только силой инерции и постоянной по модулю силой сухого трения / затабулированы значения $A(\varepsilon, k)$; $Q(\varepsilon, k)$; $\varphi(\varepsilon, k)$. В гидравлических следящих вибраторах золотник часто выполняется отсечным, с начальным перекрытием рабочих окон. В этом случае ПИМ имеет нелинейность типа "зона нечувствительности".

Применение предложенного в главе II метода обобщенной гармонической линеаризации позволило при пренебрежении силой вязкого трения на поршне / $\nu = 0$ / найти, ограничиваясь 3-ей гармоникой, кинематическое уравнение вынужденных колебаний поршня с точностью до ε включительно. Расчеты по найденным формулам показали, что даже в нулевом приближении начальное перекрытие рабочих окон золотника уменьшает амплитуду 1-ой гармоники вынужденных колебаний поршня и увеличивает фазовый сдвиг 1-ой гармоники.

При начальных перекрытиях рабочего окна золотника, сравнимых с амплитудой входного сигнала, и большой постоянной по величине и направлению силы на поршне, более эффективным оказался способ приближенного решения уравнения вынужденных колебаний поршня:

$$\ddot{z} = \kappa g(\tau) \sqrt{1 - [\alpha_1 + \varepsilon(\ddot{z} + \lambda^2 z)] \operatorname{sign} \dot{g}(\tau)} \quad /39/$$

методом малого параметра $\varepsilon < 1$ по участкам неразрывности со стыковкой решений в граничных точках. Анализ найденного кинематического уравнения вынужденных колебаний поршня позволил оценить влияние безразмерных параметров ε , α_1 , κ и λ на частотные характеристики и коэффициент нелинейных искажений ПИМ. Анализ исследования устойчивости вынужденных колебаний следящего ПИМ показал, что при пренебрежении сжимаемостью рабочей жидкости движение всегда устойчиво. Экспериментальные исследования динамических процессов в следящем ПИМ показали, что при подводимом давлении $P_0 \geq 20$ кг/см² переходной процесс ПИМ становится аperiodическим, резонансный пик на амплитудно-частотной характеристике ПИМ в исследованном частотном диапазоне $f = 7 - 35$ гц, $2H_2 = 1,15$ мм и $2H_3 = 1,8$ мм/исчезает. Сравнение расчетных амплитудно-частотных и фазо-частотной характеристик с экспериментальными показало удовлетворительное совпадение этих характеристик в пределах $\pm 15\%$. Расхождение этих характеристик при $f > 25$ гц объясняется влиянием сжимаемости рабочей жидкости.

Эксперименты показали, что перепад давления на поршне не является синусоидальным.

При учете сжимаемости рабочей жидкости вынужденные колебания следящего ПИМ в безразмерных переменных описываются уравнением:

$$\ddot{z} + 2\lambda \dot{z} + \lambda^2 z = \lambda^2 \kappa (\sin \tau - z) \sqrt{1 - \varepsilon(\ddot{z} + 2\lambda \dot{z} + \lambda^2 z + \alpha) \operatorname{sign}(\sin \tau - z)} /40/$$

Решение этого уравнения методом малого параметра проведено с точностью до ε включительно с учетом гармоник до 4-ой. Найдены условия устойчивости ПИМ:

$$2\lambda \lambda^2 - \lambda^2 \kappa > 0. \quad /41/$$

Применением метода обобщенной гармонической линеаризации найдены уравнения амплитуды и фазового сдвига нулевого приближения при учете начального перекрытия рабочего окна золотника.

Исследование амплитудно-частотной характеристики ПИМ в нулевом приближении при $\varepsilon = 0$ показало, что в зависимости от соотношения параметров ПИМ, эта характеристика может иметь или один резонансный пик или минимум и резонансный пик, что качественно подтверждено экспериментами.

Как показали исследования, для низкочастотных следящих вибраторов при частотах $f < 100$ гц и размахах $2H < 5$ мм при

$P_0 > 20 \text{ кг/см}^2$ сжимаемостью рабочей жидкости можно пренебречь и для расчета использовать результаты приближенного решения уравнения /39/. Частотные характеристики этих вибраторов определяются безразмерными параметрами

$$\varepsilon = \frac{M\omega^2 X_0}{F(P_0 - P_{01}) - R_0}; \quad d_1 = \frac{G}{F(P_0 - P_{01}) - R_0}; \quad \lambda = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{C}{M}};$$

$$\chi = \frac{\chi}{\chi_0}; \quad K = \frac{[F(P_0 - P_{01}) - R_0] g \chi^2 M^2 d_1^2}{g F^3 \omega^2}.$$

С использованием результатов этих исследований рассчитаны низкочастотные гидромеханические и электрогидравлические вибраторы вибрационных механизмов, предназначенных для осуществления процесса вибрационного резания металлов: вибросуппортов для точения и вибрационных сверлильных головок. Опытные образцы вибросуппортов ВГ-2, ЭГВС-2, ЭГВС-1, ЭГВС-3 /ПЭГ-3 / успешно прошли испытания на ряде заводов /Ижевском машиностроительном, Калужском машиностроительном и других/ на токарных станках типа I62, I63, I64 и других. Испытания показали, что вибросуппорты работают плавно и бесшумно, обеспечивают надежное дробление стружки резцами обычной геометрии при обработке деталей из различных конструкционных материалов, в том числе повышенной вязкости, при чистоте обрабатываемой поверхности $\nabla 4 - \nabla 5$ /при тщательной настройке $\nabla 6$ /, а при наложении дополнительных высокочастотных вибраций и выше, без снижения стойкости инструмента и точности обработки. Чертежи разработанных промышленных образцов вибросуппортов переданы для внедрения на ряд предприятий. Виброголовки для вибрационного сверления были испытаны на ряде заводов страны. Применение вибрационного сверления, обеспечивающего надежное дробление стружки при сверлении труднообрабатываемых материалов, повысило стойкость сверл на 30 - 40 % по сравнению с обычным безвибрационным сверлением и повысило производительность труда. В настоящее время гидравлические следящие вибраторы успешно применяются в станке для вибрационного сверления типа ВС-IV и виброголовке ВСТ-8, разработанных в МВТУ им. Баумана Подураевым В.Н. и Туктановым А.Г. На базе этих работ создана гамма станков для вибрационного сверления типа СВС, которые внедрены на ряде предприятий Советского Союза. Электрогид -

равлический следящий вибратор применен в электрогидравлических вибростендах типа ВС, разработанных в МВТУ им. Н.Э.Баумана /рис. 4 /.

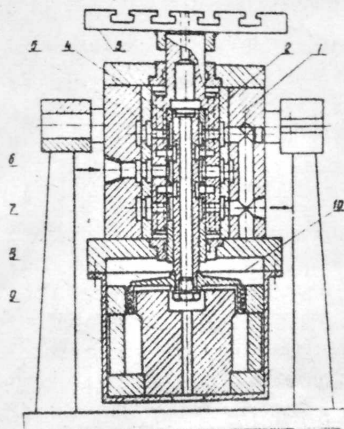


Рис. 4. Конструктивная схема вибростенда ВС-I.

1-корпус; 2-поршень; 3-стол; 4-золотниковая втулка; 5-золотник; 6-стойки; 7-катушка управления; 8-кern; 9-постоянный магнит; 10-пружина.

В этих вибростендах для привода золотника применен ЭДП с постоянным магнитом /BC-I/ или электромагнитом /BC-3/. Динамические процессы в вибростенде описываются, при

линеаризации методом последовательных приближений, системой уравнений, учитывающих гидродинамические силы на золотнике, противо эдс в катушке управления при инерционной нагрузке на поршне и линейной обратной связи:

$$(T_2 S + 1) i + K_5 S X = K_3 U, \quad /42/$$

$$[T_M^2 S^2 + (2\beta_M T_M + K_2) S + (1 + K_1)] X = K_M i + (K_1 + K_2 S + K_3 S^2 + K_4 S^3) y, \quad /43/$$

$$(T_1 S^2 + T_2 S^2 + T_n S + 1) y = X. \quad /44/$$

Здесь /42/ - уравнение электрического равновесия в катушке управления ЭДП, /43/ - уравнение движения подвижной части ЭДП, /44/ - уравнение ПИМ, U - управляющее напряжение, i - ток в катушке управления, X - перемещение золотника, $T_2, T_M, T_1, T_2, T_n, K_3, K_1, K_2, K_4, K_5$ постоянные времени и коэффициенты вибростенда, β_M - безразмерный коэффициент демпфирования подвижной части ЭДП, S - оператор дифференцирования Лапласа. Параметры T_2, K_3 и K_4 как содержащие Δ_{max} зависят от частоты и амплитуды входного сигнала. Значение Δ_{max} определяется из уравнений идеализированного вибростенда /без учета нагрузки на поршень, сжимаемости рабочей жидкости и перетечек по поршню/:

$$[T_n^2 s^2 + (2\xi_n T_n + K_2) s + (1 + K_1)] x_0 = K_n i_0 + (K_1 + K_2 s) y_0, \quad /45/$$

$$(T_n s + 1) y_0 = x_0. \quad /46/$$

Исследования устойчивости механогидравлической части вибростенда /без учета процессов в катушке управления ЭДП/ показали, что при выполнении условия $T_n^2 T_2^2 - T_1^2 > 0$ вибростенд устойчив независимо от значений других параметров.

Методика расчета вибростенда состоит из расчета основных конструктивных размеров и параметров следящего ПИМ, обеспечения устойчивости ПИМ, расчета ЭДП, проверки устойчивости и построения частотных характеристик вибростенда по линейаризованным уравнениям /42-44/.

По этой методике были рассчитаны вибростенды ВС-1, ВС-2, ВС-3. Испытания вибростенда ВС-1 при питании от маслонасосной станции $Q = 16$ л/мин, $P_{max} = 60$ кг/см², $N = 1,7$ кВт показали, что в рабочем диапазоне частот $f = 25 - 100$ гц/размах колебаний поршня очень мало зависит от веса нагрузки на столе вибростенда, уменьшаясь на 10 - 15 % при увеличении G до $G_{max} = 200$ кг, амплитудно-частотная характеристика носит падающий характер, имея ярко выраженный резонансный пик при $f_{res} = 25$ гц, совпадающий с собственной частотой ЭДП. Размах колебаний золотника практически равен размаху колебаний поршня: $2H = 2,8 - 0,22$ мм. Размах колебаний поршня прямопропорционален управляющему напряжению. Для $f = 25$ гц при $U > 20$ в и для $f = 50$ гц при $U > 30$ в наступает насыщение, обусловленное ограниченностью производительности источника питания. При $f = 100$ гц насыщения нет. Перегрузка на столе вибростенда j изменяется аналогично размаху колебаний поршня, $j_{max} = 12$ /на резонансной частоте/; рабочая перегрузка $j = 0 - 5$. Максимальная частота пропускания $f_{max} = 150$ гц. Эксперименты показали целесообразность выбора $R = 30 - 40$ кг/см² /при повышении $P_0 > 40$ кг/см² возрастали внешние утечки/. Коэффициент нелинейных искажений по перемещению поршня не превышал расчетного значения $\beta \leq 20$ %. В диапазоне частот $0 \leq f \leq 10$ гц вибростенд ВС-1 отрабатывает входной сигнал произвольной формы.

Аналогичные результаты дали испытания вибростенда ВС-3. Сравнение амплитудно-частотных характеристик вибростенда ВС-3.

расчитанной по линеаризированным уравнениям /42-44/, полученной моделированием исходных нелинейных уравнений и экспериментальной для случая $P = 30 \text{ кг/см}^2$, $G = 0$ показало, что расчетная характеристика хорошо совпадает с полученной моделированием. Несовпадение экспериментальных точек с расчетом и результатами моделирования /не свыше 25 % на частотах до $f = 60$ и до 50 % на частотах $f > 60 \text{ гц/}$ объясняется неточностью определения ряда параметров вибростенда / f_m - экспериментально, $K_{ж}$ - расчетным путем / и влиянием неучтенных при расчете факторов, прежде всего, начальных перекрытий рабочих окон золотника / $\chi = 0,05 \text{ мм}$ на кромку/. Фазочастотная характеристика ПИМ, полученная расчетом по уравнениям /43-44/ удовлетворительно совпала с экспериментальной.

В целом эксперименты подтвердили правильность предложенной методики расчета вибростендов. Электрогидравлические вибростенды типа ВС, разработанные в МВТУ им. Баумана и изготовленные в разное время заводами г. Калуги, использовались для вибрационного литья, для испытаний различной аппаратуры на вибропрочность и виброустойчивость, для сварки с вибрациями. Вибростенды проработали в заводских условиях несколько лет и показали хорошие эксплуатационные качества и высокую надежность.

Выводы.

Проведенные аналитические и экспериментальные исследования гидравлических и электрогидравлических вибраторов трех наиболее распространенных типов позволили сделать следующие основные общие выводы:

1. По кинематическим уравнениям вынужденных колебаний гидравлических пульсаторного и следящего вибраторов, найденных приближенными методами, с достаточной для практических целей точностью находятся частотные характеристики и подочитываются коэффициенты нелинейных искажений этих вибраторов с учетом присущих им нелинейностей.

2. Предложенная приближенная теория автоколебательных гидравлических вибраторов с гидравлической обратной связью подтверждается экспериментально и позволяет найти параметры автоколебательного режима в этих вибраторах и проверить его устойчивость.

3. Исследования вибраторов пульсаторного, следящего и автоколебательного с зазором в механической обратной связи показали, что выполнение найденных условий пренебрежимости влиянием сжимаемости рабочей жидкости на частотные характеристики ПИМ, позволяет с хорошей подтверждаемостью экспериментами считать при аналитических исследованиях этих вибраторов рабочую жидкость несжимаемой.

4. Предложенный гидравлический вибратор пульсирующего нагружения вполне работоспособен, в нем легко регулируются статическая и динамическая составляющие выходного усилия.

5. Предложенный гидравлический следящий вибратор наиболее полно удовлетворяет требованиям, предъявляемым к оптимальному вибратору для технологических целей.

Низкочастотные гидромеханические следящие вибраторы, рассчитанные по методике, основанной на предложенном способе линеаризации уравнения ПИМ методом малого параметра по участкам непрерывности, испытаны в промышленных условиях и внедрены в промышленность на вибросушпортах, вибросверлильных станках и вибросверлильных головках.

Электрогидравлические следящие вибраторы, рассчитанные по методике, основанной на способе линеаризации уравнения связи ПИМ методом последовательных приближений, применены в электрогидравлических вибростендах типа ВЭ, испытанных в промышленных условиях и внедряемых в промышленность.

Основное содержание диссертации опубликовано в следующих работах:

1. Баранов В.Н., Захаров Ю.Е. Электрогидравлические и гидравлические вибрационные механизмы. М., "Машиностроение", 1966.
2. Захаров Ю.Е., Гарбузюк В.Т. Полезные вибрации в машиностроении. Тула, "Приокское книжное издательство", 1970.
3. Захаров Ю.Е. Нелинейная теория гидравлического сервомотора с обратной связью. "Известия ВУЗов. Машиностроение" № 12, 1959.

4. Захаров Ю.Е., Подураев В.Н. Теоретические и экспериментальные исследования суппортов для вибрационного точения на автоматических линиях. "Известия вузов. Машиностроение" № 10, 1959.
5. Подураев В.Н., Захаров Ю.Е. Вибрационное резание при точении металлов. "Станки и инструмент" № 12, 1959.
6. Захаров Ю.Е. Устройство к токарным станкам для кинематического дробления стружки. Авторское свидетельство СССР № 123011. "Бюллетень изобретений" № 19, 1959.
7. Захаров Ю.Е., Баранов В.Н. Автоколебания гидросервомотора с зазором в жесткой обратной связи. "Известия вузов, Машиностроение" № 12, 1960.
8. Захаров Ю.Е., Баранов В.Н. Гидравлический вибратор для сообщения дополнительных колебательных движений в направлении подачи инструменту или изделию в процессе сверления. Авторское свидетельство СССР № 128260. "Бюллетень изобретений" № 9, 1960.
9. Баранов В.Н., Захаров Ю.Е. Устройство токарным и другим станкам для кинематического дробления стружки. Авторское свидетельство СССР № 132024. "Бюллетень изобретений" № 18, 1960.
10. Захаров Ю.Е., Баранов В.Н. Гидравлический вибратор. Авторское свидетельство СССР № 132424. "Бюллетень изобретений" № 19, 1960.
11. Баранов В.Н., Захаров Ю.Е. Устройство к токарным станкам для кинематического дробления стружки. Авторское свидетельство СССР № 134537. "Бюллетень изобретений" № 24, 1960.
12. Баранов В.Н., Захаров Ю.Е. Гидравлические и электрогидравлические вибраторы для технологических целей в машиностроении. "Известия вузов, Машиностроение" № 5, 6, 1961.
13. Захаров Ю.Е., Баранов В.Н. О вынужденных колебаниях поршневого гидросервомотора без обратной связи. Сб. трудов МВТУ им. Баумана, вып. 104. М., 1961.

14. Баранов В.Н., Захаров Ю.Е. Имитационный электрогидравлический вибростенд. Авт.свид. СССР № 142448. "Бюллетень изобретений" № 21, 1961.
15. Баранов В.Н., Захаров Ю.Е. Некоторые вопросы применения вибраций в технологии машиностроения. "Известия вузов, Машиностроение" № 12, 1961.
16. Баранов В.Н., Захаров Ю.Е. Вынужденные колебания гидравлического исполнительного механизма с жесткой обратной связью. Сб. "Новое в пневмо-гидравлической автоматике". Изд. АН СССР. М., 1962.
17. Баранов В.Н., Захаров Ю.Е. Теоретические и экспериментальные исследования электрогидравлического вибратора. Сб. "Вопросы аналитической и прикладной механики". М., Оборонгиз, 1963.
18. Баранов В.Н., Захаров Ю.Е., Моисеев В.Е., Безруков И.М., Дробление стружки при точении вязких металлов. "Станки и инструмент" № 1, 1963.
19. Баранов В.Н., Захаров Ю.Е. О вынужденных колебаниях гидравлического поршневого исполнительного механизма без обратной связи. "Гидроавтоматика". М., "Наука", 1965.
20. Кусмауль К.В., Захаров Ю.Е., Обермейстер А.М. Электрогидравлический вибростенд. Авторское свидетельство СССР № 171611. "Бюллетень изобретений" № 11, 1965.
21. Баранов В.Н., Захаров Ю.Е. Электрогидравлическая вибрационная испытательная машина. Авторское свидетельство СССР № 160607. "Бюллетень изобретений" № 20, 1965.
22. Кусмауль К.В., Захаров Ю.Е., Баранов В.Н., Гарбузык В.Т. Стенд для испытания тарн на прочность и усталость. Авторское свидетельство СССР № 192375. "Бюллетень изобретений" № 11, 1966.
23. Захаров Ю.Е. О колебаниях гидропривода подач металлорежущих станков. Сб. трудов КФ МВТУ им. Баумана, вып. 2, ч. П. Калуга, 1967.
24. Захаров Ю.Е., Баранов В.Н., Гарбузык В.Т. Экспериментальное исследование электрогидравлического вибростенда. Сб. трудов КФ МВТУ им. Баумана, вып. 2, ч. П.

Калуга, 1967.

25. Захаров Ю.Е., Гарбузюк В.Т., Баранов Г.Ф. Влияние вибрации на литейно-механические свойства отливок. Сб. трудов КФ МВТУ им. Баумана. Вып. 2, ч. I. Калуга, 1967.
26. Захаров Ю.Е., Баранов В.Н., Крымов Г.П., Дилин Ю.Л., Бронни - ков С.Н. Дробление стружки электрогидравлическими вибросуппортами при течении. Сб. трудов КФ МВТУ им. Баумана. Вып. 2, ч. I. Калуга, 1967.
27. Захаров Ю.Е., Раззоронов Л.С. Аналитическое и экспериментальное исследование динамических процессов в электрогидравлическом преобразователе. "Известия вузов Машиностроение" № 6, 1968.
28. Захаров Ю.Е., Баранов В.А., Веселый Е.С. К расчету гидравлических вибраторов. "Известия вузов. Машиностроение" № 5, 1969.
29. Баранов В.Н., Захаров Ю.Е. Влияние сжимаемости рабочей жидкости на вынужденные колебания поршня гидравлического исполнительного механизма с отсечным золотником. Сб. "Проблемы гидроавтоматики". М., "Наука", 1969.
30. Захаров Ю.Е., Гарбузюк В.Т. Опыт применения вибрации при кристаллизации металла. "Известия вузов. Машиностроение" № 5, 1969.
31. Захаров Ю.Е., Гарбузюк В.Т. Об оптимальных режимах вибрации при литье в вибрирующие формы. "Известия вузов. Машиностроение" № I, 1970.
32. Захаров Ю.Е. Вынужденные колебания гидравлического поршневого исполнительного механизма без обратной связи. Сб. трудов МВТУ им. Баумана № 139. Калуга, 1970.
33. Захаров Ю.Е. Электрогидравлические вибраторы для испытаний на вибропрочность и виброустойчивость. Сб. трудов МВТУ им. Баумана № 139. Калуга, 1970.
34. Захаров Ю.Е., Раззоронов Л.А. К расчету электрогидравлических преобразователей. Сб. трудов МВТУ им. Баумана № 139. Калуга, 1970.

35. Сутырин Г.В., Захаров Ю.Е., Лобицкий В.Г., Смирнов В.Г. Экспериментальная установка для исследования влияния упругих колебаний низкой частоты на свойства металла шва. Сб. трудов МВТУ им. Н.Э.Баумана № 139. Калуга, 1970.
36. Захаров Ю.Е., Капитанов Д. Приближенная теория на гидродвигателем возвратно-поступательное движение регулируемые аппараты на приборе машины. Сб. "Международный симпозиум по проблемам на комплексные механизмы на приборе за зрелище культуры. 1969". Болгария, Русе, 1970.
37. Захаров Ю.Е., Капитанов Д.А. Классификация гидравлических вибраторов. Сб. трудов ВИСХОМ, вып. 62. М., 1971.
38. Захаров Ю.Е., Капитанов Д.А. Аналитическое исследование гидродвигателя возвратно-поступательного движения с инерционным переключением золотника. Сб. трудов ВИСХОМ. Вып. 62. М., 1971.
39. Германов А.П., Захаров Ю.Е., Янов В.Г., Сергеев А.П. Следящий гидроусилитель двойного действия. Авторское свидетельство СССР № 297811. "Бюллетень изобретений" № 10, 1971.
40. Захаров Ю.Е., Раззоронов Л.А. К расчету электрогидравлических вибростендов. "Известия вузов, Машиностроение" № 2, 1972.
41. Захаров Ю.Е., Гарбузюк В.Т., Аралчев Л.Н. Способ резания материалов. Авторское свидетельство СССР № 330909. "Бюллетень изобретений" № 9, 1972.
42. Захаров Ю.Е. Об уравнении гидравлического поршневого исполнительного механизма. Сб. "Материалы НТК" КФ МВТУ им. Баумана. Калуга, 1972.
43. Захаров Ю.Е., Раззоронов Л.А. О линеаризации методом последовательных приближений одного нелинейного дифференциального уравнения. Сб. "Материалы НТК", КФ МВТУ им. Баумана. Калуга, 1972.

Заказ 126
ТВ 00990

Объем 2 печ. л.
Бесплатно

Тираж 150

Ротапринт ВНИЭКИТУ г. Калуга