

M207294 2025

НЕ НА ДОМ
ВЫДАЕТСЯ

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
С С С Р

М о с к о в с к о е

ордена Ленина и ордена Трудового Красного Знамени
высшее техническое училище имени Н.Э.Баумана

ИВАНОВ Арнольд Алексеевич

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ
РАМ ИЗ ТОНКОСТЕННЫХ СТЕРЖНЕЙ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ.
(Применительно к рамам автомобилей и полуприцепов)

Диссертация написана на русском языке

Специальность 01.02.06 – Динамика, прочность и надеж-
ность машин, приборов и аппа-
ратуры.

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Москва

1973 г.

Работа выполнена в Ленинградском ордена Трудового Красного Знамени Сельскохозяйственном институте.

Научный руководитель - доктор технических наук
профессор В.Б.Проскуряков.

Официальные оппоненты:

Ведущее предприятие - Центральный ордена Трудового Красного Знамени научно-исследовательский автомобильный и автомоторный институт (НАМИ).

Автореферат разослан " " 1973 г.

Защита диссертации состоится " " 1973 г.

на заседании Совета Московского ордена Ленина и ордена Трудового Красного Знамени высшего технического училища имени Н.Э.Баумана по адресу:

Москва Б-5, 2-я Бауманская ул., дом.5.

Ваши отзывы в 2-х экземплярах, заверенные печатью, просьба высылать по указанному адресу.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке училища.

Ученый секретарь -



Реферируемая работа посвящена структурному анализу и исследованию больших пространственных систем, состоящих из тонкостенных стержней произвольного профиля. К таким конструкциям могут быть отнесены автомобильные рамы, рамы прицепов, полуприцепов, сельскохозяйственных машин и ряд других несущих систем.

В основу анализа положены дискретно-континуальные расчетные схемы тонкостенного стержня, позволяющие в двумерной континуальной проблеме выполнить дискретизацию по одной из переменных и превратить дифференциальные уравнения с частными производными в систему обыкновенных дифференциальных уравнений. Таким образом, оказывается возможным нахождение общего интеграла соответствующей задачи и исследование деформаций стержня может быть произведено точно в пределах известных гипотез, обычно используемых для тонкостенных стержней открытого и закрытого профилей.

При установлении зависимостей между силами и перемещениями использован аппарат аффинных ортогональных тензоров.

Аналитическим путем получены матрицы жесткости (MK) и усилий (MU) для тонкостенного обобщенного стержня с произвольным сечением.

Матрица жесткости размером 14×14 представляет собой тензорную модель элемента с упругими жесткостными характеристиками по его краям в виде усилий растяжения - сжатия, изгибных усилий в двух плоскостях и силовых факторов стесненного кручения от i -го единичного перемещения.

Полученные MK (MU) позволили применить конечно-элементную вычислительную процедуру к исследованию широкого класса задач пространственной статики тонкостенных систем.

Рассмотрены малые гармонические свободные колебания тонкостенных рам с конечным числом степеней свободы.

В матричном виде формулируется задача определения динамических свойств исследуемых систем. Исходя из того, что увеличение демпфирования не приводит к существенным изменениям частоты или формы свободных колебаний, последние рассматриваются без учета трения. Частоты и формы свободных колебаний определяются величиной и распределением масс и жесткостей. Приводится матрица эквивалентных масс для прямого тонкостенного стержня в локальной системе координат.

Показано, что задача определения собственных частот и форм колебаний рам из тонкостенных стержней сводится, как и для систем из сплошных балок, к нахождению собственных значений и векторов

матрицы динамических жесткостей.

Для решения задачи упругого равновесия построен алгоритм, при разработке которого преследовалась как цель — создание практически приемлемой методики расчета несущих систем транспортных машин. Алгоритм реализован на ЦМ "Минск-22 (32)".

Метод конечных элементов (МКЭ), положенный в основу разработанного алгоритма, наряду с преимуществами общематематического характера позволяет использовать физические особенности исследуемого объекта, а потому имеется возможность находить наиболее эффективные пути механизированных решений.

Это связывается с тем, что в результате развития численных методов многие задачи, бывшие трудноразрешимыми и требовавшие глубокого частного анализа, сейчас становятся относительно простыми, пригодными для применения общих путей решения. Но возникают новые задачи, которые раньше вовсе не могли быть решены, а теперь путем комбинирования развитых численных методов и строгих физических представлений формулируются и решаются.

Содержанием работы, состоящей из пяти глав и приложения, является изучение вопросов, связанных с предлагаемым использованием модели тонкостенного элемента конечных размеров в сочетании с конечно-элементной процедурой и некоторыми физическими представлениями, свойственными изучаемым объектам.

Первая глава работы посвящена оценке современного состояния вопроса анализа прочности и жесткости тонкостенных рам в транспортном машиностроении, а также рассмотрены некоторые известные алгоритмы, применяемые в строительной механике стержневых и нестержневых систем на основании дискретной модели. Даны краткая характеристика приведенных решений и их анализ; намечается цель настоящей работы и постановка задачи.

В основу теории расчета тонкостенных рам в отечественных и некоторых зарубежных работах положены труды В.З.Власова, который исходя из кинематических гипотез, уточнил выражение Кирхгофа для относительной продольной деформации. Аналогичное уточнение этого выражения для тонкостенных стержней замкнутого профиля было дано А.А.Уманским.

В дальнейшем теория тонких и тонкостенных стержней получила развитие и обобщена в трудах отечественных ученых: В.В.Новожилова, Г.Ю.Джанелидзе, О.Б.Голубева, Э.Л.Аксельрада, Е.А.Бейлина, Е.С.Гребня и других.

Большие заслуги в развитии теории расчета тонкостенных рам принадлежат Б.Н.Горбунову и А.И.Стрельбицкой, применивших основ-

ные начала моторного исчисления. Указывается на преемственность современных матричных формулировок по отношению к моторам и тензорам Мизеса. Отмечается, что для введенной Б.Н.Горбуновым гипотетической модели стержневой системы могут быть расширены границы суживающих задачу предположений. Кроме того, подчеркивается наличие громоздкого математического аппарата, свойственное рассматриваемой классической постановки задачи в форме методов перемещений и сил, и вычислительные затруднения при использовании методов в расчетной практике.

Показан ряд частных способов анализа прочности и жесткости несущих систем, предполагающих определенный вид конструкции.

Расчетам автомобильных рам посвящены многочисленные работы отечественных и зарубежных ученых. В СССР этим вопросом занимались: Д.Б.Гельфгат, В.А.Ошников, Н.Ф.Бочаров, Г.Г.Баловнев, П.И.Сорокин, В.Б.Прокуряков, М.Н.Закс и др. Несущие системы автобусов, фургонных исследовались М.Б.Школьниковым, В.П.Копровым и др.

Известны работы зарубежных авторов: С.Шомбергера, Э.Адачи, Р.Оллууда, К.Швабенлендера, Г.Тидбери, К.Эрца, Р.Али, Д.Эджеса, Б.Миллса и др. Часть этих работ, в основном более ранних, базируется на схемах, определяемых поставленной задачей, которая, как правило, соответствовала желанию провести решение аналитическими методами и в замкнутом виде. Это заставляло использовать довольно грубые предположения качественного физического анализа для описания работы реальных объектов. Таким образом, уже на стадии составления расчетной схемы допускаются большие условности. Детализация же расчетной схемы для сложных конструкций приводила к непреодолимым математическим трудностям.

Большие затраты времени и трудоемкость, присущие как классическим методам строительной механики, так и большинству частных способов, служат тормозом на путях их развития и внедрения в практику. Механизация же расчетов в части решения преобразованной математической модели не решала всей проблемы расчета сложных больших систем.

Новейшие достижения в технологии изготовления тонкостенных конструкций, внедрение прогрессивных гнутых профилей и новых материалов предполагают повышенные требования к точности анализа конструкции и получению исчерпывающей информации в предельно короткие сроки в начальной стадии проектирования несущих систем.

Вышесказанному отвечают современные методы анализа, применяемые в строительной механике и хорошо приспособленные к использова-

ние цифровых вычислительных машин (ЦВМ). При этом широко используются численные методы, базирующиеся на математическом аппарате линейной алгебры и теории матриц.

Плодотворно работают в этом направлении А.Ф.Смирнов, А.В.Александров, А.П.Филин, Л.К.Нарец, О.В.Дужин, Л.А.Розин, Р.А.Резников и другие советские ученые. Широко известны труды Д.Аргириса, С.Арчера, С.Тепicana, Р.Клафа, Р.Мелоса, С.Фенвеса, Ф.Бранина, Р.Ливсли, О.Зенкевича, И.Пиеменецкого и многих других зарубежных авторов.

Большое распространение в СССР и др. странах получил матричный метод анализа конструкций, основанный на составлении дискретной физической модели континуального или дискретного объекта с помощью конструктивных элементов конечных размеров, напряженно-деформированное состояние которых описывается конечным числом параметров. При этом дискретный аппарат линейной алгебры получается непосредственно в начале вычислительной процедуры с помощью специально разработанных приемов и носит стандартный характер для объектов произвольной формы. Такой подход к анализу конструкций получил название метода конечных элементов и известен в многочисленных модификациях. Этот метод может служить основой системного подхода при исследовании больших физических систем, что представляется актуальным в связи с существенным усложнением моделей реальных объектов.

МКЭ предусматривает использование ЦВМ для всего процесса расчета конструкций от момента ввода исходных данных до получения окончательных результатов.

В последние годы, в работах Е.Оливьери, О.Зенкевича, Л.Розина и ряда др.авторов МКЭ получил трактовку как приближенный метод решения соответствующих задач математической физики. Показывается вариационно-разностный характер МКЭ. Вследствие чего становится возможным исследование сходимости и оценка погрешностей метода. Разрабатываются и осмысливаются критерии достаточные для обеспечения сходимости МКЭ к точным решениям. Для метода характерна вариационная постановка задачи с априорным представлением функций, аппроксимирующих перемещения произвольной точки конечного элемента.

Важной частью проблемы становятся: отработка схемы алгоритма, обеспечение точности, надежности вычислительной процедуры и надежность принимаемой физической модели.

Далее, в работе рассмотрены общеизвестные матричные зависимости Аргириса и др. и выделена проблема, послужившая основой раз-

работанного алгоритма.

$$\{P\}_n = [K]_n \{q\}_n \quad (1)$$

Реализация уравнения (1) связана с механизацией построения линейных алгебраических уравнений и решения этой системы на ЦВМ. Первая часть проблемы имеет ряд эффективных решений. Сюда можно отнести способ Аргириса, осуществляемый цепочкой матричных действий с помощью конгруэнтного преобразования.

Матрично-сетевой подход развивается в работах Г.Крона, Б.Ливсоли и др., в которых алгебраическая структура переменных и заданных функций определяется на элементах линейного графа.

Известен матрично-логический способ (С.Телкан, Р.Пурмиль и др.), который с помощью "кодовых чисел" и системы команд имеет логически простую схему образования разрешающей системы.

Для обеспечения второй части проблемы в настоящее время имеется достаточно отработанные схемы вычислительных алгоритмов, позволяющие решать нужное количество алгебраических уравнений в приемлемое машинное время на распространенных в СССР ЦВМ (работы П.М.Сосиса, Л.Г.Дмитриева, Ю.В.Клемперта и др.).

Проведенный анализ методов решения задачи упругого равновесия тонкостенных рам, а также некоторых узловых моментов механизированного построения решения инженерных проблем, помогает наметить круг задач строительной механики тонкостенных стержневых систем, требующих исследования и их практического разрешения.

Отмечается, что основой МКЭ являются исходные матрицы статических и динамических свойств конечного элемента (КЭ), а также матрицы преобразования координат. От этих матриц, в конечном счете, зависит успех расчета всей конструкции. Названные матрицы могут быть получены независимо от расчета конструкции тем или иным аналитическим, численным или экспериментальным методами.

Во второй главе в явном виде формулируются необходимые матрицы структурного анализа тонкостенных пространственных рам. Указывается, что решение уравнения (1)

$$\{q\}_n = [K]_n^{-1} \{P\}_n \quad (2)$$

может быть получено только после исключения известных компонентов $\{q^*\}_n$, т.к. не все обобщенные силы $\{P\}_n$ являются независимыми. Существуют шесть зависимых уравнений, соответствующих шести степеням свободы твердого тела (биомомент — самоуравновешенный фактор), которые определяют зависимость внешних сил (нагрузки и реакции опор). Эта зависимость делает матрицу $[K]_n$ особенной.

Показано, что система коэффициентов алгебраических уравнений формируется с помощью матрицы индексов, в которую входит граничный оператор и из $[K]_n$ исключаются столбцы и строки, соответствующие известным перемещениям, и систему (I) можно понимать как задаваемую относительно неизвестных компонентов $\{q\}_n$. Т.е. сингулярность матрицы $[K]_n$ устраняется топологическими методами (на схеме строится усеченная матрица жесткостей).

Показано, что матрицы в (I) могут быть образованы из более простых матриц $[K_{ij}]$ и $\{S_{ij}\}$ с помощью преобразований:

$$[K]_n = \sum_i ([T]^T [K_{ij}] [T]), \quad \{S\}_n = \sum_i [T]^T \{S_{ij}\} \quad (3)$$

Различные элементы совмещаются на основании приведенных условий непрерывности

$$\{q\}_z = [T] \{q\}_n$$

По найденной разрешающей функции в расчетных узлах могут быть определены компоненты напряженно-деформированного состояния по (4).

$$\{S_{ij}\} = [K_{ij}] \{q\}_z \quad (4)$$

В этой связи указывается, что при объединении конечных элементов нет необходимости в использовании общих и дополнительных энергетических принципов теории упругости. Их функции могут осуществлять законы преобразования тензоров, которые находятся из топологии системы.

Определены формы изгиба и стесненного кручения обобщенного стержня. В сечении тонкостенного стержня вводятся бивектор внутренних усилий и соответствующий ему бивектор перемещений.

$$\begin{aligned} \{S_j\} &= \{Q_x, Q_y, Q_z, M_x, M_y, M_z, B\}, \\ \{q_j\} &= \{\xi, \eta, \zeta, \eta', \theta, \xi', \theta'\}. \end{aligned} \quad (5)$$

Координаты центров изгиба, центра тяжести и начальной точки отсчета выбираются, исходя из условий:

$$\int_F x dF = \int_F z dF = \int_F xz dF = \int_F \bar{\omega} dF = \int_F \bar{\omega} x dF = \int_F \bar{\omega} z dF = 0 \quad (6)$$

Дифференциальные уравнения растяжения-сжатия и изгиба в двух плоскостях имеют обычный вид. Уравнение стесненного кручения представлено так:

$$\kappa = L \sqrt{\frac{GJ_\kappa}{EJ_\omega}}, \quad \theta^{\text{IV}} - \frac{\kappa^2}{L^2} \theta'' = 0, \quad \bar{J}_\omega = \frac{J_\omega}{J} \quad (7)$$

Для стержней закрытого профиля коэффициент искажаемости сечения J вводится в соответствии с теорией А.А. Уманского, а для стержней открытого профиля $J = I$.

Для уравнения (7) найдена фундаментальная система решений. Общий интеграл уравнения подчинен следующим кинематическим граничным условиям:

$$\begin{aligned}
 \theta_i &= 1, & \theta'_i &= 0, & \theta_j &= 0, & \theta'_j &= 0 \\
 \theta_i &= 0, & \theta'_i &= 1, & \theta_j &= 0, & \theta'_j &= 0 \\
 \theta_i &= 0, & \theta'_i &= 0, & \theta_j &= 1, & \theta'_j &= 0 \\
 \theta_i &= 0, & \theta'_i &= 0, & \theta_j &= 0, & \theta'_j &= 1.
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

Определены произвольные постоянные; в результате получены формы статического кручения:

$$\begin{aligned}
 \theta_i(y) &= \frac{\bar{q} + \bar{p}}{\bar{q}} - \frac{\bar{s}}{\bar{q}} y + \frac{\bar{s} h_k}{\bar{q}} \operatorname{sh} \frac{k}{L} y - \frac{\bar{p}}{\bar{q}} \operatorname{ch} \frac{k}{L} y, \\
 \theta'_i(y) &= -\operatorname{ch} \frac{k}{L} y + \frac{k}{L} \frac{\bar{m}}{\bar{q}} \operatorname{sh} \frac{k}{L} y + \frac{\bar{p}}{\bar{q}} - \frac{\bar{p}}{\bar{q}} \operatorname{ch} \frac{k}{L} y, \\
 \theta_j(y) &= -\frac{\bar{p}}{\bar{q}} + \frac{\bar{s}}{\bar{q}} y - \frac{\bar{s} h_k}{\bar{q}} \operatorname{sh} \frac{k}{L} y + \frac{\bar{p}}{\bar{q}} \operatorname{ch} \frac{k}{L} y, \\
 \theta'_j(y) &= -\frac{\bar{p}}{\bar{q}} + \frac{\bar{p}}{\bar{q}} \operatorname{ch} \frac{k}{L} y - \frac{\bar{r}}{\bar{q}} \frac{k}{L} \operatorname{sh} \frac{k}{L} y.
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

Показано, что бивектор усилий стесненного кручения эквивалентен тензору единичных реакций (10), который является наиболее содержательным геометрическим образом. Тензору в (10) поставлена в соответствие топологическая модель.

$$\begin{Bmatrix} M_i \\ B_i \\ M_j \\ B_j \end{Bmatrix} = \frac{4GJ_k}{\bar{q}} \begin{bmatrix} \frac{k}{L} \operatorname{sh} k, & \operatorname{ch} k - 1, & -\frac{k}{L} \operatorname{sh} k, & \operatorname{ch} k - 1 \\ \operatorname{ch} k - 1, & \frac{k}{L} (k \operatorname{ch} k - \operatorname{sh} k), & -(\operatorname{ch} k - 1), & \frac{k}{L} (\operatorname{sh} k - k) \\ -\frac{k}{L} \operatorname{sh} k, & -(\operatorname{ch} k - 1), & \frac{k}{L} \operatorname{sh} k, & -(\operatorname{ch} k - 1) \\ \operatorname{ch} k - 1, & \frac{k}{L} (\operatorname{sh} k - k), & -(\operatorname{ch} k - 1), & \frac{k}{L} (k \operatorname{ch} k - \operatorname{sh} k) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_i \\ \theta'_i \\ \theta_j \\ \theta'_j \end{Bmatrix}
 \tag{10}$$

Аналогично решены соответствующие уравнения растяжения-сжатия и изгиба в двух плоскостях с учетом примененных правил знаков для усилий и перемещений. Определена элементарная упругая ячейка — обобщенный тонкостенный стержень (стержень с двумя свободными концевыми точками, имеющий четырнадцать степеней свободы). Физически такой стержень представлен упругой прямой пружиной с двумя жесткими телами, присоединенными к ее конечным точкам. Отмечено, что можно ввести большое количество элементарных ячеек еще более общего типа.

В соответствии с принятой дискретной физической моделью положение ее в пространстве определяется заданием совокупности n обобщенных координат узлов — q_N . Перемещения и усилия для стержня естественно задаются как узловые:

$$\begin{aligned}
 \{q_i\}_z &= \{\xi_n, \eta_n, \eta'_n, \theta_n, \xi'_n, \theta'_n, \xi_k, \eta_k, \eta'_k, \theta_k, \xi'_k, \theta'_k\}, \\
 \{S_i\}_z &= \{Q_{xn}, Q_{zn}, M_{xn}, M_{yn}, M_{zn}, B_n, Q_{xk}, Q_{zk}, M_{xk}, M_{yk}, M_{zk}, B_k\}.
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

Продольные деформации не учитываются.

Динамические перемещения узловых точек рассматриваются в виде:

$$q_z(y, t) = \sum_{i=1}^n q_i(t) \varphi_i(y)
 \tag{12}$$

В качестве фундаментальных функций $\varphi_i(y)$ в выражении (12) используются формы статического изгиба и кручения.

Задача пространственных колебаний тонкостенного стержня с недеформируемым контуром поперечного сечения описывается известными дифференциальными уравнениями, полученными В.З.Власовым. Рассматриваются возможные перемещения $\delta\eta, \delta\xi, \delta\theta$ и соответствующие им обобщенные силы. Вариации потенциальной энергии деформации приравняются работе внешних сил. Полученное соотношение интегрируется по частям в сочетании со взятием производных и операцией возможного варьирования. В результате получено выражение (13), констатирующее равенство работ всех внутренних и внешних сил в уравновешенной конструкции для случая произвольной системы кинематически возможных перемещений.

$$\int_0^L [EY_x \eta'' \delta(\eta'') + EY_z \xi'' \delta(\xi'') + EY_\omega \theta'' \delta(\theta'') + GY_k \theta' \delta(\theta')] dy + \\ + \int_0^L \rho \{ [\ddot{\eta} \delta(\eta) + \ddot{\xi} \delta(\xi) + \ddot{\theta} \delta(\theta)] + Y_x \ddot{\eta}' \delta(\eta') + Y_z \ddot{\xi}' \delta(\xi') + \\ + Y_\omega \ddot{\theta}' \delta(\theta') + 2F [\alpha_z \ddot{\theta} \delta(\xi) - \alpha_x \ddot{\theta} \delta(\eta)] \} dy = 0 \quad (13)$$

В силу произвольности вариации вектора перемещений динамическое уравнение равновесия, описывающее свободные колебания, в матричной форме запишется так:

$$[K_{ij}] \{q_j\} + [M_{ij}] \{\ddot{q}_j\} = 0 \quad (14)$$

Идентичный вид имеет динамическое уравнение для всей конструкции, в котором матрицы эквивалентных масс и жесткостей находятся на основании конгруэнтного преобразования (3).

Показано, что изучение стационарного движения приводит, как обычно, к однородной системе алгебраических уравнений

$$([K] - \omega^2 [M]) \{\bar{q}\} = 0 \quad (15)$$

Таким образом, могут быть найдены частоты свободных колебаний и соответствующие им формы $\{\bar{q}\}$ путем определения собственных значений и векторов матрицы динамических жесткостей.

На основании (13) получены формулы коэффициентов матриц жесткостей в виде квадратур типа:

$$K_{ij}^{\omega\omega} = EY_\omega \int_0^L (\varphi_i'' \varphi_j'' + \alpha_z^2 \varphi_i' \varphi_j') dy, \quad (i, j = 5, 7, 12, 14) \quad (16)$$

$$K_{ij}^{xx} = EY_x \int_0^L (\varphi_i'' \varphi_j'') dy, \quad (i, j = 3, 4, 10, 11) \text{ и т.п.}$$

При этом показано, что, если рассматривать прямой участок стержня в обобщенных координатах, выражения (16) можно оценить путем решения однородных дифференциальных уравнений.

Указывается, что коэффициенты матрицы жесткости могут быть представлены в блочной форме при комбинации ее элементов в виде квазидиагональной матрицы.

Для произвольных тонкостенных стержней центр кручения не совпадает с центром тяжести. Поэтому выполнено приведение всех усилий к единому полюсу. Для этого введены поправочные коэффициенты, исхо-

да из того, что при определении жесткостей от единичных продольных и изгибных перемещений возникают дополнительные нормальные напряжения, приводящиеся к изгибным моментам в обеих плоскостях и к нормальной силе относительно координатной системы, помещенной в центр кручения.

В явном виде показаны $MK(MV)$ для обобщенного стержня и ряд частных матриц.

Посредством установления зависимости между инерционными силами и ускорениями определены коэффициенты матрицы эффективных масс. Масса стержня принята равномерно распределенной по длине. Полученные уравнения справедливы и в случае сосредоточенных масс. Элементы матрицы масс $[M_{ij}]$ определяются в соответствии с вторым интегралом уравнения (13) по формуле:

$$[M_{ij}] = (\rho \omega^2 F L^3) [\overline{M}_{ij}] \quad (17)$$

Обсуждается вопрос использования конгруэнтного преобразования векторов усилий и перемещений в пространстве обобщенных координат. Только после указанного линейного преобразования можно получить векторы и матрицы, обладающие свойством аддитивности.

Необходимым условием возможности такого преобразования является одноименность глобальной и локальной систем координат, т.к. вектор угла поворота (аксиальный вектор) меняет свой знак при изменении координатных систем. Для однозначного определения положения главных центральных осей вводится дополнительный угол, фиксирующий положение их относительно специальных осей. Приведена матрица ортогонального преобразования координат тонкостенного стержня.

Рассмотрена возможность расчета тонкостенных рам на заданные силы и перемещения. Т.к. бивектор $\{S\}_n$ определен в координатах конструкции, то внешняя нагрузка имитируется системой сосредоточенных сил и (или) перемещений. Уточнение вектора $\{P\}_n$ путем увеличения числа координатных функций дает хорошие результаты в задачах пространственной статике. При необходимости распределенные силы $m(y)$ можно непосредственно учесть с помощью матрицы нагрузок. Если функции координат определить как функции влияния, то работа внешних сил записывается как

$$A = \int m(y) \sum_{j=1}^N q_j \varphi_{ij}(y) dy \quad (18)$$

Составляя производную $\partial A / \partial q_i$ получим выражение обобщенной силы при стесненном кручении стержня:

$$m_i = \int_0^L \varphi_i(y) m_k(y) dy - \int_0^L \varphi_i'(y) m_\omega(y) dy. \quad (19)$$

Это уравнение справедливо и в случае сосредоточенных сил, т.к. интегралы можно понимать в смысле Стильтеса.

Третья глава содержит описание алгоритма и программы расчета тонкостенных рам. Показан пример расчета рамы, имеющей в литературе аналитическое решение.

Алгоритм приводится в виде следующих, относительно самостоятельных, этапов решения задачи.

1. Составление расчетной модели конструкции МКЭ.
2. Вычисление матриц жесткостей для стержней.
3. Формирование общей матрицы коэффициентов и свободных членов разрежающей системы алгебраических уравнений.
4. Решение ленточной системы уравнений методом Гауссовского исключения.
5. Вычисление матриц усилий для стержней.
6. Вычисление усилий по концам стержней.

Все перечисленные этапы, кроме первого, автоматизированы. Дается подробная блок-схема программы МКЭ. Детально показана организация разработанных программ в машинном коде ЦМ "Минск-22".

Обсуждается вопрос построения моделей (схем идеализации) тонкостенных рам. Вводятся основные положения дискретизации. Представляемая физическая модель объекта состоит из отдельных прямолинейных частей, соединенных между собой и с опорами в конечном числе точек, принимаемых за узловые. Дискретным элементом является любая часть стержня конечных размеров. Для рассматриваемых систем могут применяться обычные элементарные разновидности дискретизации, такие как аппроксимация формы стержня, сосредоточение распределенных по поверхности стержня факторов в точках и т.д.

С помощью довольно удобных приемов имеется возможность уточнения свойств конструктивных элементов. Так, вводя определенные конструктивные константы в МК (МУ) можно учесть переменность сечения стержня, влияние размеров "узла" или его "упругости", или осуществить решение свободное от гипотезы "отсутствия сдвига срединной поверхности".

В главе рассматривается подготовка исходной информации и приведены разработанные программы.

Подробно описан пример расчета П-образной тонкостенной рамы. Построены эпюры напряжений и сопоставлены с известным точным решением. Перемещения узлов рамы отличаются не более, чем на 2%, напряжения же практически имеют точные значения. Сделаны предварительные выводы.

1. Программа позволяет производить расчеты тонкостенных рам с учетом изгибно-крутильных факторов. Образующие раму стержни могут

пересекаться под произвольными углами и иметь произвольный профиль сечения.

2. Если в узле сходятся стержни с вертикально расположенными стенками, то такой узел можно считать "жестким".

3. При расчетах рам нет необходимости в использовании конструктивных предложений Б.Н.Горбунова о "фасонках". Причем в узле могут сходиться стержни разных конфигураций и размеров.

4. Внешняя нагрузка может быть имитирована в виде произвольных сосредоточенных (или распределенных) сил и заданных перемещений, при этом возможен расчет на несколько вариантов загрузений.

Исследованию и расчетам прочности и жесткости несущих систем транспортных машин отведена глава IV.

Рассмотрены конструктивные особенности рам автомобилей и полуприцепов. Выделена собственно рама - как основной несущий элемент. В комплексе с настилом, кузовом и другими агрегатами рама образует весьма сложную несущую систему, поддающуюся только машинным методам исследования.

Анализируются внешние нагрузки, воздействующие на рамы. Выделены силовые схемы, связанные с возникновением дискретных внешних нагрузок, которые характеризуют наиболее тяжелый режим, с точки зрения жесткости и прочности, несущей рамы. Такой режим возникает при преодолении машиной коротких препятствий косым курсом и определен как квазистатический. В этом смысле рассматривается следующая система внешних воздействий: а) собственный вес, б) полезная нагрузка, в) силы, возникающие при перекосе (закручивании) рамы от действия неровностей дороги.

Обсуждаются силовые расчетные схемы. Констатируется, что рама, рассчитанная на внешнюю нагрузку с учетом вышеуказанных факторов, может быть охарактеризована как конструкция с обеспеченной общей прочностью. При этом весь расчет системы производится в один прием. Традиционный подход с выделением "схемы изгиба" и "схемы закручивания" дан из методических соображений.

Исследуется вопрос оценки влияния эксцентриситетов осей стержней на напряженно-деформированное состояние конструкции. Подчеркивается, что для рам полуприцепов характерными являются узлы, в которых сходятся стержни разной конфигурации и размеров. При этом стержни располагаются эксцентрично относительно общих центров кручения и тяжести узла. Это вызвано конструктивными или компоновочными решениями. Эксцентриситеты могут достигать существенных величин. Оказывается, что в таких случаях перемещения, рассчитанные по МКЭ (базисная схема), имеют завышенные в несколько раз величины и их нельзя непосредственно использовать при вычислении усилий. Если вектор-функция пе-

ремежений использована для расчетов усилий, то последние оказываются несопоставимыми с экспериментальными данными и превышают их в отдельных случаях в 4-5 раз. Следует отметить, что качественная картина полученных расчетом полей напряжений совпадает с экспериментальной.

Исходя из общих энергетических принципов разработаны формулы, позволяющие производить коррекцию величин разрешающей функции в расчетных узлах.

Большие практические удобства представляет коррекция компонентов напряженно-деформированного состояния исследуемой системы. В этом случае модифицирующие коэффициенты могут быть введены непосредственно в МКЭ (МУ) по формулам:

$$\begin{aligned} M_x &= M_{0x} (-\chi_x + \chi_{xz} - \chi_{\omega z}), \\ M_z &= M_{0z} (\chi_{zx} - \chi_z + \chi_{\omega x}), \\ B &= B_0 (-\chi_{z\omega} + \chi_{x\omega} - \chi_{\omega}) \end{aligned} \quad (20)$$

где M_{0x}, M_{0z}, B_0 - усилия в базисной схеме МКЭ, χ - коэффициенты, представляющие отношения приведенных моментов инерций, найденных относительно заданных главных полюсов конструкции узла, к главным центральным моментам инерции эксцентрично смещенных сечений.

Подробно описан численный эксперимент /2/, проведенный на хорошо известной и имеющей богатый экспериментальный материал задаче определения напряжений и "жесткости" рамы автомобиля ГАЗ-51. Показаны промежуточные результаты в виде эпюр усилий и окончательные - в виде эпюр нормальных напряжений для всех поперечин и лонжеронов. Эпюры нормальных напряжений, полученные расчетом по МКЭ, хорошо сходятся с экспериментальными. Для всех введенных элементов эпюра проходит в области разброса данных "натурного" тензометрического эксперимента. Отличие расчетной угловой "жесткости" от экспериментальной не более 10%. Учет эксцентриситетов не производился. В конце главы даны особенности методики расчета несущих систем полуприцепов. Расчитана реальная рама полуприцепа, представляющая собой пример большой системы, включающей элементы различной мерности. Показаны особенности идеализации таких конструкций. Учтены настил и опорный лист полуприцепа.

В пятой главе рассматриваются экспериментальные исследования напряженно-деформируемого состояния рам полуприцепов на неподобных моделях из органического стекла.

Отмечается, что основным критерием пригодности любой расчетной методики является степень соответствия результатов расчета с данными экспериментального исследования. С этой целью, а также с целью расширения экспериментальных данных и для отработки некото-

рых частных задач расчета, поставлен эксперимент на тензометрической модели из органического стекла. Изготовление модели и обработка результатов тензометрирования велись с привлечением теории аффинно-подобного соответствия физических явлений, разработанной В.Б.Проскуряковым.

В конце диссертации находится "Приложение", где помещается числовая модель и таблица разных элементов матрицы жесткостей тонкостенного стержня, произвольно ориентированного в пространстве.

В кратком заключении даны выводы по работе:

1. Построенный алгоритм расчета произвольных рам из тонкостенных стержней имеет простую и стандартную вычислительную схему, базирующуюся на методе конечных элементов в сочетании со строгими физическими представлениями об изучаемых объектах.

2. Разработан матричный аппарат, позволяющий формулировать линейные и линеаризованные задачи анализа тонкостенных рам.

3. Основой используемого метода являются исходные матрицы статических и динамических свойств тонкостенных стержней. Такие матрицы получены в явном виде, что позволяет их использовать в хорошо исследованных вычислительных процедурах, применяемых к расчету систем из сплошных балок.

4. Физическая и тензорная модель обобщенного стержня могут служить основой машинного расчета прочности, устойчивости и колебаний тонких и тонкостенных стержней, а также сложных систем из них. При необходимости получения уточненных решений базисные коэффициенты введенных матриц корректируются с помощью конструктивных констант.

5. Алгоритм, в части решения задачи упругого равновесия, реализован на ЦМ "Минск-22(32)".

6. Эффективность алгоритма подтверждена рядом численных экспериментов. Анализ их показал, что результаты расчета конструкций получаются точными в пределах применяемых гипотез для тонкостенного стержня и хорошо согласуются с данными экспериментов при принятых конечных размерах стержней.

Расчетные эпюры напряжений проходят в области разброса тензометрических данных, что в свою очередь, может служить подтверждением правомерности использования введенных моделей стержней-оболочек для рассматриваемых объектов.

7. На базе разработанного алгоритма и его реализации на ЦМ создана инженерная методика расчета несущих систем транспортных машин на прочность и жесткость, охватывающая широкий класс рам из тонкостенных стержней и позволяющая получать необходимую информа-

цию непрерывно.

8. Проведенные расчеты конкретных образцов рам автомобилей и полуприцепов и сопоставление их с данными эксперимента позволяют резюмировать:

а) методика обеспечивает хорошее соответствие расчетной и фактической прочности и жесткости,

б) расчеты по предлагаемой методике позволяют сократить сроки проектирования несущих систем, при этом значительно снижается трудоемкость и затраты времени при проектировании новых конструкций.

Основное содержание диссертации опубликовано в работах:

1. Иванов А.А. Расчет пространственных рам из тонкостенных стержней по методу конечных элементов. Записки ЛСХИ. Совершенствование технологических процессов сельскохозяйственных машин. Том 202, 1972.
2. Иванов А.А. Расчет автомобильных рам методом конечных элементов. "Автомобильная промышленность" № 4, 1973.
3. Харкурим И.Я., Иванов А.А. Применение метода конечных элементов к анализу конструкций, состоящих из тонкостенных стержней. Записки ЛСХИ. Механизация сельскохозяйственного производства. Том 174, вып. 4, ч. I, 1972.
4. Харкурим И.Я., Иванов А.А. Расчет несущих систем сельскохозяйственных машин по методу конечных элементов на ЭВМ "Минск-22". Записки ЛСХИ. Совершенствование технологических процессов сельскохозяйственных машин. Том 202, 1972.