

14234905
Министерство высшего и среднего специального образования СССР

Московское
ордена Ленина и ордена Трудового Красного Знамени
высшее техническое училище имени Н. Э. Баумана

ЧИЖОВ Вениамин Федорович

КОНТАКТНЫЕ ЗАДАЧИ СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКИ
ТОНКОСТЕННЫХ КОНСТРУКЦИИ

(01.02.06 — Динамика, прочность и надежность машин,
приборов и аппаратуры)

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
доктора технических наук



1237905

Чижов В. Ф. Контактные зад

Работа выполнена в Московском ордена Ленина и ордена
Трудового Красного Знамени высшем техническом училище
им. Н. Э. Баумана.

Официальные оппоненты —
доктор технических наук, профессор Бидерман В. Л.,
доктор технических наук, профессор Пановко Я. Г.,
доктор технических наук Фролов В. М.

Ведущее предприятие указано в решении Ученого Совета.

Автореферат разослан « » 1974 г.

Защита диссертации состоится « » 1974 г.
на заседании специализированного Совета по Динамике и
прочности машин Московского ордена Ленина и ордена Тру-
дового Красного Знамени высшего технического училища
им. Н. Э. Баумана по адресу: Москва, 107005, 2-я Бауман-
ская ул., д. 5.

Ваши отзывы в 2-х
сылать по указанному

С диссертацией мо
лица.

Ученый секретарь
к. т. н., доцен

1237905

В настоящее время в машиностроении и строительстве широко распространены сооружения, где основными элементами силовой конструкции являются тонкостенные оболочки, пластины и криволинейные стержни. Высокие требования к надежности и экономичности инженерных конструкций ставят в качестве первостепенной задачи повышение точности расчетов таких сооружений. А точные расчеты могут быть выполнены лишь при рассмотрении совместной деформации образующих конструкцию элементов.

Применение оболочек в качестве силовых элементов выгодно по весу в тех случаях, если возникающие напряжения распределены по толщине оболочки равномерно, т.е. когда напряженное состояние безмоментное. Такое напряженное состояние возможно лишь при некоторых видах нагружения и при определенных способах закрепления краев оболочки. Равномерное распределение напряжений по толщине оболочки возникает обычно лишь при действии на оболочку плавно распределенных нагрузок. Действие сосредоточенных силовых факторов непосредственно на тонкую оболочку приводит к возникновению в оболочке в зоне нагружения изгибного напряженного состояния.

В применяемых оболочечных конструкциях по краям имеются дискретные опоры, узлы стыковки, места крепления сосредоточенных масс. Все это приводит к возникновению больших изгибных напряжений в оболочке.

Для уменьшения изгибных напряжений и увеличения жесткости в местах приложения силовых факторов тонкую оболочку подкрепляют. Конструкция подкреплений может быть различной: это накладки, криволинейные стержни, кольца (шпангоуты). Наиболее рациональным можно считать подкрепление, способствующее более "безмоментному" нагружению оболочки. Одним из таких подкреплений являются криволинейные стержни. Тонкая оболочка, воспринимающая распределенные нагрузки, и криволинейные стержни, воспринимающие сосредоточенные силы, образуют наиболее удачное сочетание в силовой конструкции всего сооружения. Отсутствие в настоящее время простых, но достаточно точных и надежных методов совместного расчета тонких оболочек и криволинейных стержней в значительной мере сдерживает широкое внедрение в инженерную практику новых экономичных конструкций.

Исследование совместной деформации тонких оболочек и стержней является по терминологии В.З. Власова областью контактных задач теории оболочек и стержней. Подобное название также при-

M234905



1237905

Чижов В.Ф. Контактные зад

Работа выполнена в Московском ордена Ленина и ордена
Трудового Красного Знамени высшем техническом училище
им. Н. Э. Баумана.

Официальные оппоненты —

доктор технических наук, профессор Бидерман В. Л.,

доктор технических наук, профессор Пановко Я. Г.,

доктор технических наук Фролов В. М.

Ведущее предприятие указано в решении Ученого Совета.

Автореферат разослан « » 1974 г.

Защита диссертации состоится « » 1974 г.

на заседании специализированного Совета по Динамике и
прочности машин Московского ордена Ленина и ордена Тру-
дового Красного Знамени высшего технического училища
им. Н. Э. Баумана по адресу: Москва, 107005, 2-я Бауман-
ская ул., д. 5.

Ваши отзывы в 2-х
сылать по указанному

С диссертацией мо
лица.

Ученый секретарь
к. т. н., доцен

1237905

В настоящее время в машиностроении и строительстве широко распространены сооружения, где основными элементами силовой конструкции являются тонкостенные оболочки, пластины и криволинейные стержни. Высокие требования к надежности и экономичности инженерных конструкций ставят в качестве первостепенной задачи повышение точности расчетов таких сооружений. А точные расчеты могут быть выполнены лишь при рассмотрении совместной деформации образующих конструкцию элементов.

Применение оболочек в качестве силовых элементов выгодно по весу в тех случаях, если возникающие напряжения распределены по толщине оболочки равномерно, т.е. когда напряженное состояние безмоментное. Такое напряженное состояние возможно лишь при некоторых видах нагружения и при определенных способах закрепления краев оболочки. Равномерное распределение напряжений по толщине оболочки возникает обычно лишь при действии на оболочку плавно распределенных нагрузок. Действие сосредоточенных силовых факторов непосредственно на тонкую оболочку приводит к возникновению в оболочке в зоне нагружения изгибного напряженного состояния.

В применяемых оболочечных конструкциях по краям имеются дискретные опоры, узлы стыковки, места крепления сосредоточенных масс. Все это приводит к возникновению больших изгибных напряжений в оболочке.

Для уменьшения изгибных напряжений и увеличения жесткости в местах приложения силовых факторов тонкую оболочку подкрепляют. Конструкция подкреплений может быть различной: это накладки, криволинейные стержни, кольца (шпангоуты). Наиболее рациональным можно считать подкрепление, способствующее более "безмоментному" нагружению оболочки. Одним из таких подкреплений являются криволинейные стержни. Тонкая оболочка, воспринимающая распределенные нагрузки, и криволинейные стержни, воспринимающие сосредоточенные силы, образуют наиболее удачное сочетание в силовой конструкции всего сооружения. Отсутствие в настоящее время простых, но достаточно точных и надежных методов совместного расчета тонких оболочек и криволинейных стержней в значительной мере сдерживает широкое внедрение в инженерную практику новых экономичных конструкций.

Исследование совместной деформации тонких оболочек и стержней является по терминологии В.З. Власова областью контактных задач теории оболочек и стержней. Подобное название также при-

17234905

нято в работах Л.И. Балабуха, А.Л. Гольденвейзера, В.М. Даревского, В.И. Моссаковского. По своему содержанию рассматриваемые в диссертации прикладные задачи относятся к различным курсам строительной механики

Поэтому настоящая работа посвящена рассмотрению контактных задач строительной механики тонкостенных конструкций.

Решение задачи о совместной деформации тонкой цилиндрической оболочки и кругового шпангоута впервые было получено Дж. Хоффом в 1944 году. Затем в этом направлении появились работы Бескина, Гудея, Салерно, Либовича и др.

В нашей стране большой вклад в решение задач о совместной деформации оболочек и колец сделал Л.И. Балабух, который опубликовал в 1949 году большую статью по этому вопросу. В последующих работах с Л.А. Шаповаловым, С.И. Галкиным Л.И. Балабух решил важные для инженерной практики задачи.

Совместные расчеты оболочек и круговых стержней рассматривались в работах Е.Д. Плетниковой, Н.М. Федотова, И.С. Цуркова и Р.Д. Степанова, В.И. Моссаковского, В.С. Гудрамовича, Е.М. Макеева, Я.Б. Львина, С.Н. Кана, А.И. Ткленева, А.П. Захаровой, В.В. Кабанова, Н.А. Федорова, И.Л. Шарина, В.А. Дубини.

Общим методам решения контактных задач оболочек, пластин и стержней посвящены также работы В.З. Власова, И.А. Биргера, Э.И. Григолюка, В.М. Даревского, И.С. Малютина, Я.Г. Пановко, В.А. Постнова, О.И. Теребушко, В.М. Толкачева, Г.Н. Чернышева, К.Ф. Черных и др.

Несмотря на значительное число работ, посвященных исследованию совместной деформации оболочек и стержней, проблема создания приемлемых инженерных расчетов оказалась далеко не решенной. Хотя наиболее подробно была исследована цилиндрическая оболочка, нагруженная через кольцо, однако и в этих расчетах делались такие упрощения и допущения, которые значительно сужали практическую значимость полученных результатов. В работах рассматривались решения частных задач без указания пределов применимости и особенностей совместной деформации оболочек и колец.

Укажем наиболее серьезные упрощения, которые делались в упомянутых выше работах:

- не учитывалось влияние изгибной жесткости оболочки на совместную деформацию;

ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ

М В Т У
И. Н. Э. Баумана
БИБЛИОТЕКА

- не рассматривалось влияние характера опирания краев оболочки;

- рассматривались лишь замкнутые по окружности регулярно подкрепленные преимущественно цилиндрические оболочки;

- не учитывалось влияние растяжимости средней линии стержня;

- в расчетах рассматривалась в основном плоская деформация колец, изгибная жесткость колец из плоскости принималась равной нулю;

- не учитывалась особенность расчета системы на прочность и жесткость;

- коэффициент Пуассона принимался равным нулю даже в безмоментных оболочках;

- не было исследований по влиянию характера нагружения на совместную деформацию оболочек и стержней;

- делались попытки для инженерных расчетов дать рекомендации по замене реального потока взаимодействия между оболочкой и кольцом некоторым статически эквивалентным потоком, который не зависел бы от жесткостных и геометрических параметров системы;

- отсутствовали систематические экспериментальные исследования совместной деформации оболочек и стержней.

Если рассматривать совместные расчеты безмоментных оболочек и колец в качестве первого приближения, то указанные выше ограничения не позволяли выполнить такие расчеты для широкого класса инженерных конструкций с контролируемой степенью точности.

Самым серьезным упрощением было использование модели безмоментной оболочки. Поэтому необходимо создать метод расчета, свободный от указанных выше ограничений, и, самое главное, оценить влияние изгибной жесткости на точность расчета при использовании модели безмоментной оболочки.

Для этого следует рассмотреть совместные расчеты оболочек и стержней во втором приближении, где учитывается изгибная жесткость оболочки. Такой подход позволит определить ошибку первого приближения в зависимости от жесткостных и геометрических параметров системы, т.е. оценить с необходимой точностью пределы применимости простых расчетов первого приближения с использованием модели безмоментной оболочки.

Диссертация посвящена теоретическому и экспериментальному исследованию деформации тонких оболочек вращения и пластин совместно с круговыми стержнями. В работе дается метод расчета конструкций, образованных указанными силовыми элементами, в два приближения.

Первое приближение состоит в совместном расчете тонких безмоментных оболочек и стержней без указанных выше упрощений. Этот этап расчета прост, решение получается для силовых и геометрических факторов в оболочках и стержнях в обозримой форме в виде рядов Фурье.

Второе приближение строится с учетом изгибной жесткости тонкой оболочки. Основу теоретических расчетов второго приближения составляет выведенное в работе из общих уравнений теории оболочек уравнение типа уравнения пластины на упругом основании. Это уравнение, названное в работе уравнением неосесимметричного краевого эффекта, позволяет учесть изгибную жесткость оболочки при неосесимметричном нагружении. Изгибная жесткость оболочки учитывается путем рассмотрения совместности нормальных компонент перемещения и силовых факторов. Уточняются силовые и геометрические факторы деформируемой системы, и получаются зависимости для расчета тонкой оболочки от изгибных напряжений.

С учетом теоретических зависимостей, используемых при расчетах во втором приближении, определяется устойчивость тонкой оболочки. Это позволяет рассчитать сложную деформируемую систему на прочность, жесткость и устойчивость.

Разработаны методы совместного расчета тонкой оболочки (сферической, конической, цилиндрической формы) и кругового стержня. Используя эти методы, можно получить в каждом конкретном случае нагружения, для заданных граничных условий, конструктивных параметров, относительных размеров оболочек конечные выражения для определения внутренних силовых факторов и перемещений в оболочке и стержне. В работе показана последовательность расчета конструкций, образованных оболочками вращения с произвольной геометрией образующей путем аппроксимации такой конструктивной системы оболочками вращения простой геометрии и колец.

Проведены эксперименты по исследованию совместной деформации оболочек и круговых стержней на прочность, жесткость, устойчивость и колебания. Показано удовлетворительное соответствие теоретических и экспериментальных данных.

Диссертация состоит из введения и шести глав.

Во введении кратко описана история создания конструкций, где основными силовыми элементами являются оболочки и криволинейные стержни. Определена область контактных задач, рассматриваемых в работе. Показано широкое применение конструкций из оболочек и стержней в различных областях техники: строительные конструкции, химическое и транспортное машиностроение.

Приведен обзор работ, посвященных совместному расчету оболочек и стержней.

В постановке работы определены основные проблемы, подлежащие исследованию в диссертации.

В первой главе рассмотрено решение уравнений равновесия в перемещениях оболочек простых форм: сферической, конической и цилиндрической. Главная задача состоит в получении приближенных зависимостей, которые бы позволили провести совместные расчеты оболочек и стержней во втором приближении, т.е. с учетом изгибной жесткости оболочки. В основу положено исследование решений для сферической оболочки.

Следуя В.В. Новожилову, приняты такие уравнения равновесия в перемещениях для сферической оболочки

$$\begin{aligned}(\nabla^2 + 2)U &= 0 \\ (\nabla^2 + 2)V &= 0 \\ [\nabla^2(\nabla^2 + 2) + \kappa^2]w + \kappa^2 U/(1-\mu) &= 0,\end{aligned}\tag{I}$$

где $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$ - оператор Лапласа

на сферической поверхности;

$$\kappa^2 = 12(1-\mu^2)R^2/h^2,$$

$$U = \frac{\partial u}{\partial \theta} + \operatorname{ctg} \theta \cdot u + \frac{1}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial v}{\partial \varphi} + (1+\mu)w,$$

$$V = \frac{\partial v}{\partial \theta} + \operatorname{ctg} \theta \cdot v + \frac{1}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial u}{\partial \varphi};$$

u, v, w - компоненты полного перемещения точек средней поверхности; R, h - соответственно радиус средней поверхности и толщина сферы; μ - коэффициент Пуассона; θ и φ - ко-

ординатные углы в плоскости меридиана и параллели.

Оператор $(\nabla^2 + 2)$ является общим для первого уравнения и для первого слагаемого в квадратной скобке в третьем уравнении системы (I). Поэтому решение третьего уравнения системы (I) распадается на два: одно решение для ω_0 не содержит параметр "K", а второе для ω_K - его содержит, т.е.

$$\begin{aligned}\omega_0 &= -U/(1-\mu), \\ [\nabla^2(\nabla^2 + 2) + K^2] \omega_K &= 0.\end{aligned}\quad (2)$$

Функции U , V как видно по первым двум уравнениям системы (I), не зависят от параметра "K". Поэтому в дальнейшем поступим так. Обозначим слагаемые полного решения для компонент u , v , ω в виде

$$\begin{aligned}u &= u_0 + u_K \\ v &= v_0 + v_K \\ \omega &= \omega_0 + \omega_K,\end{aligned}\quad (3)$$

где u_0 , v_0 , ω_0 - слагаемые решения, не зависящие от "K", а u_K , v_K , ω_K - зависящие.

Из рассмотрения общих уравнений для сферической оболочки с учетом обозначений для U и V получаются такие зависимости для определения компонент перемещений u , v через функции U , V , ω

$$\begin{aligned}u &= \frac{1+\mu}{K^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} [(\nabla^2 + 2)\omega] - \frac{1}{1-\mu} \frac{\partial U}{\partial \theta} + \frac{1}{2\sin\theta} \frac{\partial V}{\partial \varphi}, \\ v &= \frac{1+\mu}{K^2} \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} [(\nabla^2 + 2)\omega] - \frac{1}{2} \frac{\partial V}{\partial \theta} - \frac{1}{1-\mu} \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial U}{\partial \varphi}.\end{aligned}\quad (4)$$

Поскольку U , V , ω_0 удовлетворяют первым двум уравнениям системы (I), то из (4) следует

$$\begin{aligned}u_0 &= -\frac{1}{1-\mu} \frac{\partial U}{\partial \theta} + \frac{1}{2\sin\theta} \frac{\partial V}{\partial \varphi}, \\ v_0 &= -\frac{1}{2} \frac{\partial V}{\partial \theta} - \frac{1}{1-\mu} \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial U}{\partial \varphi},\end{aligned}\quad (5)$$

$$\omega_0 = -\frac{1}{1-\mu} U.$$

Для определения u_k , b_k необходимо найти решение второго уравнения системы (2) для ω_k . Тогда выражения для u_k и v_k получат вид согласно (4)

$$u_k = \frac{1+\mu}{K^2} \frac{\partial}{\partial \theta} [(\nabla^2 + 2) \omega_k] \quad , \quad (6)$$

$$v_k = \frac{1+\mu}{K^2} \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} [(\nabla^2 + 2) \omega_k] \quad .$$

Таким образом, если получено решение первых двух уравнений системы (2), то могут быть определены все силовые и геометрические факторы.

Рассмотрим ниже замкнутую по параллели сферическую оболочку. В этом случае все факторы представляются в виде

$$(\dots) = \sum_{n=0}^{\infty} (\dots)_n e^{in\varphi} \quad , \quad (7)$$

где $n = 0, 1, 2, 3 \dots$, n - целое число.

В этом случае для всех силовых и геометрических факторов решение нужно получить для каждого номера " n ". Принципиально важно получить решения для $n = 0$, $n = 1$, $n \geq 2$. Общие методы получения решений строятся в работе одинакового для всех номеров. Поэтому рассмотрим наиболее важное решение для $n \geq 2$.

Решение первых уравнений (I) при $n \geq 2$ имеет вид

$$U_n = C_{1n} (n + \cos \theta) \operatorname{tg}^n \frac{\theta}{2} + C_{2n} (n - \cos \theta) \operatorname{tg}^{-n} \frac{\theta}{2} \quad ,$$

$$V_n = C_{3n} (n + \cos \theta) \operatorname{tg}^n \frac{\theta}{2} + C_{4n} (n - \cos \theta) \operatorname{tg}^{-n} \frac{\theta}{2} \quad , \quad (8)$$

$$\omega_{0n} = -[C_{1n} (n + \cos \theta) \operatorname{tg}^n \frac{\theta}{2} + C_{2n} (n - \cos \theta) \operatorname{tg}^{-n} \frac{\theta}{2}] \cdot \frac{1}{1-\mu} \quad .$$

А вот решение второго уравнения системы (2) можно получить с учетом ряда допущений, оправданных для различных широт на сферической оболочке. Так для полярных областей и областей экватора в этом уравнении можно соответственно принять

$$a) \quad \operatorname{ctg} \theta \approx \frac{1}{\theta} \quad , \quad b) \quad \left\{ \left| \operatorname{ctg} \theta \cdot \frac{d\omega_k}{d\theta} \right| \right\} \ll \left\{ \left| \frac{d^2 \omega_k}{d\theta^2} \right| \right\} \quad (9)$$

Условия (9) позволяют получить решение уравнения для ω_k для соответствующих областей в виде

$$a) \omega_{kn} = A_{1n} \text{ber}_n \sqrt{k} \theta + A_{2n} \text{bei}_n \sqrt{k} \theta + A_{3n} \text{kez}_n \sqrt{k} \theta + A_{4n} \text{kei}_n \sqrt{k} \theta$$

$$б) \omega_{kn} = (A_{1n} \cos \beta_n \theta + A_{2n} \sin \beta_n \theta) e^{-\alpha_n \theta} + (A_{3n} \cos \beta_n \theta + A_{4n} \sin \beta_n \theta) e^{\alpha_n \theta}, \quad (10)$$

где $\text{ber}_n \sqrt{k} \theta$, $\text{bei}_n \sqrt{k} \theta$, $\text{kez}_n \sqrt{k} \theta$, $\text{kei}_n \sqrt{k} \theta$ - функции Кельвина порядка "n",

$$\left. \begin{matrix} \alpha_n \\ \beta_n \end{matrix} \right\} = \frac{n}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \frac{k^2}{n^4} \pm 1}.$$

Используя зависимости (8) и (10) можно построить решения в общем случае нагружения сферической оболочки.

Решение задачи для произвольной области может быть получено, если не пользоваться допущениями (9). Рассмотрим подробнее решение уравнения для ω_k в системе (2). В общем случае решение этого уравнения является суммой решения двух уравнений вида

$$\begin{aligned} \omega_1'' + \text{ctg} \theta \cdot \omega_1' + \left(1 + i k - \frac{n^2}{\sin^2 \theta}\right) \omega_1 &= 0, \quad (i = \sqrt{-1}) \\ \omega_2'' + \text{ctg} \theta \cdot \omega_2' + \left(1 - i k - \frac{n^2}{\sin^2 \theta}\right) \omega_2 &= 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Уравнения (11) являются уравнениями присоединенных функций Лежандра; если учесть, что для тонких оболочек $k^2 \gg 1$ и $\sqrt{k}$ всегда можно округлить до ближайшего целого числа, то с небольшой погрешностью уравнения (11) можно считать уравнениями присоединенных полиномов Лежандра мнимого порядка. Табулированных решений этих полиномов (или функций) нет. Поэтому сделанные выше допущения были вызваны необходимостью получить конечное решение для двух областей: полярной и экваториальной.

В работе оценена погрешность приближенного решения для тонких оболочек для областей экватора. Показано, что для $R/h \geq 100$ эта погрешность не превышает 2%.

Для произвольной параллели тонкой сферической оболочки решение может быть получено с учетом второго допущения (9) в такой же форме, как и для экваториальной области.

Таким образом, для определения ω_k необходимо решать приближенное уравнение вида

$$\left[\left(\frac{d^2}{d\theta^2} - \frac{n^2}{\sin^2 \theta} \right) + k^2 \right] \omega_k = 0 \quad (12)$$

Это решение имеет вид (10б), только

$$\left. \begin{matrix} \alpha_n \\ \beta_n \end{matrix} \right\} = \frac{n}{\sqrt{2} \sin \theta} \sqrt{1 + \frac{\kappa^2 \sin^4 \theta}{n^4} + 1}$$

Для оценки изгибной жесткости в большинстве практических задач можно рассматривать в виде (10б), но принять

$$\alpha_n = \beta_n = \frac{n}{\sqrt{2} \sin \theta} \sqrt{1 + \frac{\kappa^2 \sin^4 \theta}{n^4}}$$

Этому решению соответствует уравнение (для $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$)

$$\omega_{\kappa}^{IV} + (\kappa^2 + n^4) \omega_{\kappa} = 0 \quad (13)$$

Как видно, при $n = 0$ это уравнение (как, впрочем, и уравнение (12)) в точности совпадает с уравнением осесимметричного краевого эффекта. По аналогии это уравнение названо уравнением неосесимметричного краевого эффекта.

Таким образом, основная идея предлагаемого метода заключается в приближенном решении быстроизменяющейся части решения, тогда как медленноизменяющаяся часть решения не упрощается.

Точность решений уравнений (12), (13) исследована на примере решения задачи о деформировании сферической оболочки, нагруженной двумя уравновешенными сосредоточенными силами, приложенными в плоскости экватора.

Для оболочек нулевой кривизны строится общее решение также в виде суммы двух решений: медленноизменяющегося и быстроизменяющегося. Подобный приближенный метод решения возможен лишь в том случае, если существует решение безмоментных уравнений. Для быстроизменяющейся части решения в этом случае приняты допущения, аналогичные допущениям в решении уравнений осесимметричного краевого эффекта.

Решение уравнения неосесимметричного краевого эффекта при указанных выше допущениях такое же, как и для сферической оболочки для области произвольной параллели. Характерно, что полученные уравнения для нормальной компоненты ω_{κ} совпадают по форме с уравнением пластины на упругом основании.

В конце первой главы приведена запись приближенного уравнения неосесимметричного краевого эффекта для оболочки вращения с

произвольной геометрией меридиана.

Во второй главе приведено построение решений задач о совместном расчете оболочек и стержней. Оболочки принимаются безмоментными.

Рассмотрены основные зависимости при плоскопространственном нагружении круговых стержней; получены уравнения равновесия в перемещениях для различных кинематических гипотез (средняя линия стержня нерастяжима, жесткость поперечного сечения стержня на кручение бесконечна), а также без указанных гипотез.

Подробно исследованы уравнения безмоментной конической оболочки и кругового стержня в перемещениях при совместной деформации. Показана возможность получения решений для незамкнутых по окружности конических оболочек. Приведены конечные зависимости для расчета конической оболочки и кольца при плоскопространственной деформации.

Решены задачи о совместной деформации сферической оболочки и произвольно нагруженного кольца. Приведены окончательные зависимости для силовых и геометрических факторов, используя которые можно рассчитать деформируемую систему на прочность и жесткость.

Для цилиндрической оболочки и кругового стержня рассмотрены основные зависимости при плоскопространственной деформации. Показана возможность получения решений для незамкнутой по окружности оболочки и незамкнутого стержня. Разрешающее уравнение в касательных перемещениях для этого случая имеет вид для плоской деформации стержня

$$\nu^{IV} + (2 - \lambda^2) \nu^{VI} + (1 - 2\lambda^2) \nu^{IV} - \lambda^2 \nu'' + \lambda^2 \beta \nu = 0 \quad (14)$$

Здесь обозначено ν - касательное окружное перемещение стержня, $\beta = EhR^2/2(1+\mu)EJl$, где R , l , h - радиус, длина и толщина оболочки; Eh - жесткость на растяжение-сжатие цилиндрической оболочки; EJ - изгибная жесткость стержня в своей плоскости. Коэффициент λ^2 определяется характером опирания краев оболочки и относительной длиной оболочки, т.е. зависит от вида граничных условий и отношения l/R .

Для решения задач с использованием уравнения (14) необходимо сформулировать по четыре граничных условия по концам стержня, причем четвертое условие в дополнение к трем известным формулируется с учетом жесткости продольного силового набора. Приведено решение задачи о нагружении незамкнутого кругового стержня сос-

редоточенной силой без использования рядов Фурье.

Исследование совместной деформации кольца и пластины имеет большое значение для расчета зашитых шпангоутов. В работе приведено решение задачи о деформировании кольца, связанного с круглой пластиной. Решение построено для двух вариантов: пластина расположена внутри и вне кольца. Для решения этой задачи использованы уравнения круглой пластины в полярных координатах. Вводя функцию напряжений Φ и используя уравнение совместности деформаций, получаем бигармоническое уравнение

$$\nabla^2 \nabla^2 \Phi = 0$$

$$\nabla^2(\) = \frac{\partial^2(\)}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2(\)}{\partial \varphi^2} \quad (15)$$

Решение бигармонического уравнения для симметричного относительно вертикали случая нагружения искалось в виде

$$\Phi = \sum_n \Phi_n \cos n\varphi \quad (16)$$

Для Φ_n при $n \geq 2$ получили решение

$$\Phi_n = (A_{1n} + A_{2n}\rho^2)\rho^{n-2} + (A_{3n} + A_{4n}\rho^2)\rho^{-n+2}, \quad (17)$$

где $A_{1n}, A_{2n}, A_{3n}, A_{4n}$ — константы интегрирования. Для пластины, расположенной внутри, $A_{3n} = A_{4n} = 0$, а для наружной

$A_{1n} = A_{2n} = 0$. Две другие константы определяются из условия сопряжения кольца и пластины.

Показано, что для кольца с нерастяжимой средней линией, конечные зависимости получаются одинаковыми для случая, если пластина расположена изнутри или снаружи.

С использованием конечных зависимостей для касательного перемещения рассмотрены предельные переходы для сферических, конических, цилиндрических оболочек и круглой пластины. Показана непротиворечивость предлагаемых расчетных зависимостей.

Использование конечных зависимостей для безмоментных оболочек и колец позволяет рассчитать оболочку вращения с произвольной формой образующей. Как известно, любая оболочка вращения может быть аппроксимирована системой простых оболочек и колец. В работе даны приемы такой аппроксимации.

В третьей главе исследуется общий случай совместной деформации для колец и тонких оболочек, т.е. приводятся методы расче-

та системы во втором приближении. Изгибная жесткость оболочки учитывается путем введения в уравнения для колец составляющих нормальной нагрузки. Нормальной нагрузкой является приведенное перерезывающее усилие, величина которого определяется из решения уравнения неосесимметричного краевого эффекта (12). Решение во втором приближении строится в предположении, что может быть получено решение для безмоментного напряженного состояния, т.е. построено решение в первом приближении.

Для сферической, цилиндрической и конической оболочек решается задача о нагружении кольца с учетом изгибной жесткости оболочки, растяжимости средней линии кольца, учета изменения начальной геометрии сферической поверхности. Последнее заключается в том, что, следуя А.Л. Гольденвейзеру, учитывается изменение параметров для безмоментного напряженного состояния. Такими параметрами являются угол поворота ω'_0 , изменение кривизны ω''_0 и приведенное перерезывающее усилие R_{10} , т.е. ω'''_0 . Это дополнительное уточнение также усложняет расчеты. Показано, что для $R/h \geq 100$ такое уточнение можно не проводить. Однако для коротких оболочек нулевой кривизны неучет ω''_0 может дать значительную погрешность при определении изгибных напряжений даже для относительно тонких оболочек.

Влияние изгибной жесткости, как и следовало ожидать, оказалось весьма существенным для оболочки. Так для сферической оболочки напряжения от изгибающего момента для оболочек при $R/h \geq 100$ в 5 + 6 раз больше напряжений от касательных усилий, а для $R/h < 100$ изгибные напряжения существенно превышают напряжения от касательных усилий особенно для колец с относительно малой изгибной жесткостью. В работе относительная изгибная жесткость колец определяется параметром β . Этот параметр получается примерно как отношение изгибной жесткости всей оболочки как балки в месте установки кольца к изгибной жесткости кольца. Величина этого параметра для реальных конструкций лежит в пределах $10^2 < \beta < 10^4$.

Изгибная жесткость оболочки мало сказывается на величине силовых и геометрических факторов кольца для всех оболочек при значительном диапазоне изменения параметра R/h . На касательные компоненты усилий в элементе средней поверхности оболочки изгибная жесткость сказывается при $R/h < 100$ и $\beta > 10^3$.

Менее влияет на совместную деформацию оболочек и колец параметр ν_f^2 , характеризующий растяжимость средней линии кольца. Этот параметр определяется квадратом величины отношения радиуса инерции поперечного сечения кольца к радиусу средней линии кольца. Величина этого параметра для колец существенно меньше единицы $\nu_f^2 < 10^{-3}$. Для максимального значения $1/\nu_f^2 = 1200$ при $R/H = 10$, где H - высота прямоугольного поперечного сечения кольца, сделаны расчеты, из анализа которых следует, что растяжимость средней линии кольца можно не учитывать, если $\nu_f^2 < 10^{-5}$ и $\beta < 10^5$. Параметр ν_f^2 может оказывать существенное влияние на деформацию системы, если определяющими в расчетах оказываются высокие гармоники разложения в ряд Фурье.

Проведенные расчеты показывают, что для оценки точности расчетов, необходимо учитывать изгибную жесткость. Однако для типовых конструкций при различных видах внешних нагрузок такие расчеты могут быть проведены только один раз по зависимостям, полученным в работе.

В четвертой главе основное внимание уделено приближенному исследованию устойчивости, колебаний и несущей способности стержней и тонких оболочек при совместной деформации.

При нагружении круговых стержней или колец, связанных с оболочкой, в тонкой оболочке возникают значительные по величине касательные компоненты усилий T_1, T_2, S - меридиональное, окружное усилия и усилие сдвига. При определенных значениях величин этих усилий тонкая оболочка выпучивается. Поэтому для определения предельных значений величин внешних сил важно исследовать устойчивость тонкой оболочки, так как выпучивание может быть причиной разрушения системы. На основе уравнения неосесимметричного краевого эффекта получены приближенные уравнения устойчивости тонких оболочек. Так для сферической оболочки уравнение устойчивости имеет вид

$$[\nabla^2(\nabla^2 + 2) + K^2] \omega - \frac{R^4}{D} (T_1 x_1 + T_2 x_2 + 2S\chi) = 0 \quad (18)$$

где ∇^2 - оператор Лапласа на сферической поверхности, x_1, x_2, χ - параметры изменения элементов средней поверхности оболочки. В работе рекомендуется такой путь определения предельной величины внешней нагрузки. Решается вначале задача о совместной деформации кольца и оболочки. Определяются усилия T_1, T_2, S и находится область, где действуют максимальные сжимающие напряже-

ния. Полагая максимальные значения найденных напряжений постоянными в некоторой области, определяем критическое напряжение. Получается в результате

$$\sigma_{кр} = \frac{1}{\sqrt{3(1-\mu^2)}} E \frac{h}{R}.$$

Характерно, что величины критических напряжений одинаковы для сферической и цилиндрической оболочек. Это получилось потому, что уравнение устойчивости для тонких оболочек по форме совпадает с уравнением пластины на упругом основании.

При наличии внутреннего давления предлагается такой прием для определения предельных внешних сосредоточенных сил. Действующие сжимающие усилия в тонкой оболочке от локальных сил складываются с напряжениями от давления. Суммарное действующее напряжение сравнивается с критическим.

Большое внимание уделено исследованию плоскопространственной устойчивости колец, нагруженных в своей плоскости равномерной нормальной нагрузкой и связанных с тонкими оболочками. Для кольца, расположенного по экватору сферической оболочки, при плоской форме выпучивания величина критической нагрузки $q_{кр}$ определяется такой конечной зависимостью

$$q_{кр} = \frac{EJ}{R^3} \left[n^2 - 1 + \frac{\beta}{n(2n^2 - 1)} \right], \quad \left(\beta = \frac{2EhR^3}{(1+\mu)EJ} \right). \quad (19)$$

При $n^2 \gg 1$ путем минимизации по n получается приближенная зависимость вида

$$q_{кр} = 1,48 \frac{EJ}{R^3} \beta^{0,4}. \quad (20)$$

При исследовании устойчивости кольца, связанного с цилиндрической оболочкой, на величину критической нагрузки существенно влияет характер опирания краев оболочки. Так для кольца, связанного с консольной цилиндрической оболочкой, при плоской форме выпучивания критическая нагрузка равна

$$q_{кр} = \frac{EJ}{R^3} \left[n^2 - 1 + \frac{\beta}{n^2(n^2 - 1)\lambda_n} \right], \quad \left(\beta = \frac{EhR^4}{EJl} \right), \quad (21)$$

где коэффициент λ_n зависит от вида граничных условий и относительной длины оболочки l/R . Для консольной оболочки и граничных условий $u = 0$, $v = 0$ в заделке, $T_1 = 0$ в месте ус-

тановки кольца получим

$$\lambda_n = 2(1+\mu) + \frac{n^2 l^2}{3R^2} \quad (22)$$

Устойчивость кольца, связанного с конической оболочкой, зависит от таких параметров: отношение радиусов торцевых сечений, длины образующей или угла θ . Так при $\theta \rightarrow \pi/2$ все решения об устойчивости кольца и конической оболочки должны совпадать с таковыми для кольца и цилиндрической оболочки, а при $\theta \rightarrow 0$ соответственно для кольца и круглой пластины.

Учет изгибной жесткости оболочки приводит к повышению критической нагрузки для кольца по двум причинам: снижаются величины касательных усилий и появляется дополнительная реакция оболочки к нормальным перемещениям кольца. Поэтому расчеты с использованием модели безмоментной оболочки (при наличии безмоментного напряженного состояния, конечно) идут в запас устойчивости системы.

Исследование влияния изгибной жесткости оболочки на параметры устойчивости колец, связанных с оболочками, проводились по зависимости типа (19). Зависимость для сферической оболочки имеет вид

$$q_{кр} = \frac{EJ}{R^3} \left[n^2 - 1 + \frac{\beta^*}{n(2n^2 - 1)} \right], \quad (23)$$

где

$$\beta^* = \beta(1 + K_{nm}), \quad \beta = 2EhR^3/(1+\mu)EJ; \quad (24)$$

$$K_{nm} = \frac{(1+\mu)n}{K^2} (4K_n^3 \psi_n + 2K_n^2 n + n^3 + n^2), \quad K^2 = 12(1-\mu^2) \frac{R^2}{h^2} \quad (25)$$

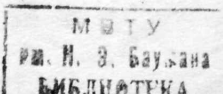
$$\psi_n = \sqrt{1 + 1/\sqrt{1 + K^2/n^4}}, \quad K_n = \frac{n}{\sqrt{2}} (1 + K^2/n^4)^{0.25}$$

Подобные по форме зависимости получаются для кольца, связанного с цилиндрической или конической оболочкой.

Анализ полученных результатов показывает, что изгибная жесткость существенно увеличивает величины критических нагрузок для значений параметров $R/h < 100$ и $\beta > 10^3$.

Результаты расчетов устойчивости колец, связанных с оболочками, с учетом растяжимости средней линии показывают следующее. Дополнительная связь, которую накладывает оболочка на деформацию кольца, повышает числа "n", при которых кольцо выпучивается. А при больших числах "n" растяжимость начинает сказываться на величине критических нагрузок, уменьшая их. Особенно это влияние существенно при $\beta > 10^4$ и $\nu_f^2 > 10^{-5}$. Поэтому рекомендуется проводить проверочные расчеты с учетом растяжимости, если в расчетах получаются большие "n".

В многочисленных инженерных сооружениях, где тонкая оболочка и стержень являются определяющими силовыми элементами, весьма важ-



M237905

но уметь правильно определять динамические характеристики. В первую очередь необходимо знать частоты колебаний оболочки, стержня, системы "стержень-оболочка", а также частоты системы, когда на стержнях расположены значительные сосредоточенные массы.

В работе не рассматривались колебания тонких оболочек, однако известные в литературе конечные зависимости для определения частот колебаний сферических оболочек дают величины, достаточно близкие к величинам частот, подсчитанным по зависимостям, полученным с использованием уравнения пластины на упругом основании.

Частоты колебаний цилиндрической оболочки можно определить по известной формуле для частот колебаний пологой цилиндрической оболочки. Предлагаемые ниже зависимости для определения частот колебаний колец, связанных с оболочками, справедливы, если значения частот, подсчитанные по этим зависимостям, существенно отличаются от частот колебаний самой оболочки.

При рассмотрении колебаний колец, связанных с оболочками, приведены уравнения колебаний при плоскопространственной деформации. Оболочки приняты безмоментными. Для плоских колебаний кольца, расположенного по экватору сферической оболочки, значение круговой частоты такое

$$\omega_n^2 = \frac{g E J}{\gamma F R^4} \cdot \frac{n^2(n^2-1)}{n^2+1} \left[n^2-1 + \frac{\beta}{n(2n^2-1)} \right], \quad \left(\beta = \frac{2 E h R^3}{(1+\mu) E J} \right) \quad (26)$$

здесь F — площадь поперечного сечения кольца. При $\beta = 0$, что соответствует абсолютно жесткому на изгиб в своей плоскости кольцу или очень тонкой оболочке, выражение для ω_n совпадает с известным выражением, полученным С.П. Тимошенко. Для $n^2 \gg 1$ (при $\beta > 10^3$) минимальное значение частоты можно подсчитывать по упрощенной зависимости

$$\omega_{n, \min}^2 = 20,7 \frac{g E J}{\gamma F R^4} \beta^{0,8} \quad (27)$$

Частоты плоских колебаний кольца, связанного с тонкой цилиндрической оболочкой, определяются выражением

$$\omega_n^2 = \frac{g E J}{\gamma F R^4} \cdot \frac{n^2(n^2-1)}{n^2+1} \left[n^2-1 + \frac{\beta}{n^2(n^2-1)\lambda_n} \right], \quad \left(\beta = \frac{E h R^4}{E J l} \right), \quad (28)$$

где λ_n - коэффициент, величина которого зависит от граничных условий и относительной длины оболочки. Анализ результатов исследований показал, что учет изгибной жесткости приводит к повышению частот, а при учете растяжимости величины частот снижаются. Для кольца с нерастяжимой средней линией и безмоментной оболочки значения низких частот оказываются достаточно близкими. Поэтому возможно получить за счет биений существенно более низкий спектр частот колебаний.

Для точных расчетов сложных деформируемых систем очень важно построить диаграмму "обобщенная сила - обобщенное перемещение" от начала нагружения до разрушения. В диссертации такое построение сделано применительно к системе "кольцо - сферическая оболочка" под действием двух сосредоточенных нормальных взаимноуравновешенных сил. Используя полученные решения для кольца и безмоментной оболочки, построена эпюра изгибающих моментов по окружности кольца. В такой системе разрушение может быть по различным причинам: или кольцо превращается в механизм, или тонкая оболочка выпучивается. Отсюда для расчета несущей способности необходимо рассматривать одновременно вопросы прочности, пластичности, жесткости, устойчивости всех составных элементов сложной деформируемой системы.

В пятой главе приведены некоторые решения задач о совместной деформации оболочек и стержней. При решении задач о нагружении криволинейных стержней рекомендуется рассматривать решение интегрального уравнения. Для кольца и оболочки на основе решения интегрального уравнения получены конечные зависимости без применения операций дифференцирования для расходящихся рядов.

Рассмотрены вопросы сходимости сумм рядов конечных зависимостей, полученных для силовых и геометрических факторов колец и оболочек в виде рядов Фурье.

Для иллюстрации конечных зависимостей, получаемых при рассмотрении совместной деформации колец и оболочек, приведены здесь выражения для геометрических и силовых факторов в кольце и тонкой сферической оболочке. Кольцо с нерастяжимой средней линией расположено по экватору сферической оболочки и нагружено в своей плоскости сосредоточенными силовыми факторами m, p, T соответственно изгибающим моментом, нормальной и тангенциальной силами. Приведем выражения для нормальной составляющей перемещения w , угла поворота для точек средней линии кольца φ ,

потока касательных сил по кольцу q_φ ; $T_1 = -T_2$, S - касательные компоненты усилий в безмоментной оболочке.

Нагружение моментом m

$$\begin{aligned} w &= \frac{m R^2}{\pi E J} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sin n\varphi}{n(n^2-1) + n\beta_n}, \quad \left(\beta_n = \frac{\beta}{n(2n^2-1)}\right) \\ \vartheta &= \frac{m R}{\pi E J} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\cos n\varphi}{n^2 + n\beta_n/(n^2-1)}, \\ q_\varphi &= \frac{m}{\pi R^2} \left[\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\cos n\varphi}{1/(n^2-1) + 1/\beta_n} + \frac{1}{2} \right], \\ T_1 = -T_2 &= -\frac{m}{2\pi R^2} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\operatorname{tg} n \frac{\theta}{2} \cdot \sin^{-2} \theta \cdot \sin n\varphi}{1/(n^2-1) + 1/\beta_n}, \\ S &= \frac{m}{2\pi R^2} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\operatorname{tg} n \frac{\theta}{2} \cdot \sin^{-2} \theta \cdot \cos n\varphi}{1/(n^2-1) + 1/\beta_n}. \end{aligned} \quad (29)$$

Нагружение силой P

$$\begin{aligned} w &= \frac{P R^3}{\pi E J} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\cos n\varphi}{(n^2-1)^2 + (n^2-1)\beta_n}, \\ \vartheta &= -\frac{P R^2}{\pi E J} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sin n\varphi}{n(n^2-1) + n\beta_n}, \\ q_\varphi &= \frac{P}{\pi R} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \sin n\varphi}{1 + (n^2-1)/\beta_n}, \\ T_1 = -T_2 &= \frac{P}{2\pi R} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n \operatorname{tg} n \frac{\theta}{2} \sin^{-2} \theta \cos n\varphi}{1 + (n^2-1)/\beta_n}, \\ S &= \frac{P}{2\pi R} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n \operatorname{tg} n \frac{\theta}{2} \sin^{-2} \theta \sin n\varphi}{1 + (n^2-1)/\beta_n}. \end{aligned} \quad (30)$$

Нагружение силой T

$$w = \frac{T R^3}{\pi E J} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sin n\varphi}{n(n^2-1)^2 + n(n^2-1)\beta_n},$$

$$v = \frac{TR^2}{\sqrt{EJ}} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\cos n\varphi}{n^2(n^2-1) + n^2\beta_n},$$

$$q_{\varphi} = -\frac{T}{\sqrt{R}} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\varphi}{1 + (n^2-1)/\beta_n} + \frac{1}{2} \right],$$

$$T_1 = -T_2 = \frac{T}{2\sqrt{R}} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{tg^n \frac{\theta}{2} \cdot \sin^2 \theta \cdot \sin n\varphi}{1 + (n^2-1)/\beta_n}, \quad (31)$$

$$S = \frac{T}{2\sqrt{R}} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{tg^n \frac{\theta}{2} \cdot \sin^2 \theta \cdot \cos n\varphi}{1 + (n^2-1)/\beta_n}.$$

Используя зависимость для w , можно определить для указанных случаев нагружения выражения для изгибающих моментов в поперечных сечениях кольца, а, рассматривая уравнения равновесия, можно получить также выражения для перерезывающих и нормальных сил.

В этой главе приведены зависимости для цилиндрической и конической оболочек, связанных с кольцами, подобные зависимости (29) - (31).

В шестой главе приведены результаты экспериментов по исследованию совместной деформации круговых стержней и оболочек.

Были испытаны 63 сферических оболочки на прочность, жесткость и устойчивость и 30 сферических сегментов на устойчивость; 5 образцов цилиндрических оболочек на прочность и колебания; 4 конических оболочки на прочность и колеса; один отсек, состоящий из двух сферических сегментов и цилиндрической оболочки на прочность; три оболочки, состоящие из одного, двух и трех конических оболочек на прочность.

Сферические оболочки в экспериментах имели $R/h = 140, 200, 280, 576, 1000$. На сферических оболочках по 4 параллелям и 7 меридианам устанавливались розетки из 4-х тензодатчиков.

Цилиндрические оболочки испытывались при различных вариантах опирания краев, различных величинах параметров l/R , R/h , β . Так параметры β и l/R были равны в экспериментах $\beta = 2,5 \cdot 10^3, 3,7 \cdot 10^3, 1 \cdot 10^4, 5 \cdot 10^4$, а $l/R = 0,2, 1,0, 2,0, 4,0$.

Конические оболочки, связанные с кольцом, в экспериментах имели различный угол θ . Угол был равен $\theta = 45^\circ$ и $\theta = -45^\circ$.

В основе всех экспериментальных исследований лежит одна основная идея: поведение деформируемой системы "оболочка - кольцо" оценивалось в основном по деформированию колец. Для кольца определялись изгибающие моменты, перемещения по теоретическим зависимостям, а затем эти факторы определялись экспериментально. Подобный подход позволял, во-первых, четко выделить из сложной системы элемент, где легко можно было провести исследования без влияния оболочки, а, во-вторых, самое главное - на жестком деформируемом кольце легко можно наклеить и протарировать тензодатчики, показания которых здесь были во много раз надежнее, чем показания тензодатчиков на тонкой оболочке.

В экспериментах статическое нагружение проводилось двумя взаимно уравновешенными нормальными сосредоточенными силами. Кроме того, проводились испытания при динамическом нагружении; в этих случаях определялись частоты собственных колебаний сосредоточенных масс на кольцах, связанных с тонкими оболочками.

Анализ теоретических и экспериментальных данных показал хорошую точность предлагаемых методов совместного расчета оболочек и колец. Соответствие расчетных и экспериментальных величин изгибающих моментов в кольце, усилий одвига на сферической оболочке было в пределах 20%, а теоретические и экспериментальные данные величин изгибающих моментов в кольце, связанном с цилиндрической оболочкой, отличались не более чем на 10%. Такое же соответствие получено и при совместных испытаниях кольца, связанного с коническими оболочками. Хорошее соответствие было получено и в динамических испытаниях. Так для массы, расположенной на кольце, связанном с цилиндрической оболочкой, теоретическая частота была 167 герц, а экспериментальная - 168 - 170 герц. Для конической оболочки результаты были такие: теоретические 356 герц, в эксперименте 360 герц. Теоретические результаты получены для неразъемного кольца, связанного с безмоментной оболочкой.

Проводимые в работе сравнения теоретических и экспериментальных результатов проиллюстрированы на графиках, а характер разрушения оболочек и колец показан на фотографиях.

В Ы В О Д Ы

1. Для оболочек простой геометрической формы (сферической, конической и цилиндрической) получены приближенные решения уравнений равновесия в перемещениях в виде суммы двух решений — быстроизменяющегося и медленноизменяющегося. Быстроизменяющаяся часть решения получается из решения уравнения в перемещениях, описывающего изгибное напряженное состояние оболочки. Это уравнение, совпадающее по форме с уравнением пластины на упругом основании, названо в работе уравнением неосесимметричного краевого эффекта.

Подобное решение для тонких оболочек возможно построить лишь при существовании решения для безмоментного напряженного состояния.

2. Получены вновь и уточнены решения для уравнений безмоментных оболочек и круговых стержней. Показана возможность построения решений для незамкнутых оболочек нулевой кривизны и круговых стержней. Это позволяет проводить приближенные расчеты нерегулярно подкрепленных оболочек с произвольной геометрией меридиана, аппроксимируя форму этих оболочек оболочками нулевой кривизны.

3. Проведены многочисленные эксперименты по исследованию совместной деформации сферической, конической и цилиндрической оболочек, порознь связанных с круговыми стержнями. Результаты экспериментов с удовлетворительной точностью подтверждают данные теоретических расчетов.

4. На основании проведенных теоретических и экспериментальных исследований предложен инженерный метод совместного расчета тонких оболочек и круговых стержней. Расчет выполняется в два приближения.

В первом приближении используется безмоментная оболочка. Определяются силовые и геометрические факторы для такой модели оболочки.

Во втором приближении учитывается изгибная жесткость оболочки. По аналогии с напряженным состоянием осесимметричного краевого эффекта строится решение для неосесимметричного краевого эффекта.

Во втором приближении уточняются результаты первого приближения для силовых и геометрических факторов первого приближе-

ния в оболочке и стержне и определяются изгибные напряжения в оболочке.

Подобный подход позволяет проводить расчеты с контролируемой степенью точности.

5. Результаты исследований использованы при разработке тонкостенных машиностроительных конструкций, применяются в расчетах на прочность и жесткость гибких элементов волновых редукторов, а также нашли применение при расчете крупногабаритных тонкостенных контейнеров.

Материалы диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Чижов В.Ф., Шестов М.Г. "Воздействие сосредоточенных силовых факторов на тонкую сферическую оболочку через шпангоут", Изв. ВУЗ, "Машиностроение", № 6, 1968.

2. Чижов В.Ф., Шестов М.Г. "Деформация шпангоута, произвольно расположенного на сферической оболочке", Изв. ВУЗ "Машиностроение", № 8, 1969.

3. Чижов В.Ф. "Совместное деформирование растяжимого кольца и цилиндрической оболочки", Изв. ВУЗ "Машиностроение", № II, 1969.

4. Чижов В.Ф. "Несущая способность кольца на тонкой сферической оболочке под действием сосредоточенных сил", Аннотация докладов Всесоюзной конференции по теоретическим основам расчета строительных конструкций", М., 1970.

5. Чижов В.Ф. "Устойчивость и колебания колец, связанных с тонкими оболочками", Труды Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин, М., Наука, 1970.

6. Чижов В.Ф. "Устойчивость растяжимого кольца на тонкой сферической оболочке", Изв. ВУЗ "Машиностроение", № 7, 1970.

7. Чижов В.Ф. "Расчет кольца переменной жесткости, связанного с тонкой оболочкой", "Строительная механика и расчет сооружений", № 6, 1970.

8. Чижов В.Ф., Кулемин В.Б. "Экспериментальное исследование прочности шпангоута, связанного с тонкой цилиндрической оболочкой", Изв. ВУЗ "Машиностроение", № 12, 1970.

9. Чижов В.Ф. "Определение перемещений в кольцах, связанных с тонкими оболочками", Тезисы докладов к Всесоюзной научно-технической конференции "Жесткость в машиностроении", Брянск, стр. 91-98, 1971.

10. Чижов В.Ф. "Деформирование кольца, связанного с тонкой конической оболочкой", Изв. ВУЗ "Машиностроение", № 10, 1971.

11. Чижов В.Ф., Амосова Э.П., Иванов М.Н. "К расчету герметичного гибкого колеса волновой передачи по безмоментной теории", Изв. ВУЗ "Машиностроение" № 11, 1971.

12. Чижов В.Ф. "Колебания массы на кольце, связанном с тонкой оболочкой", Изв. ВУЗ "Авиационная техника", № 1, 1972.

13. Чижов В.Ф. "Совместное деформирование тонкой оболочки и нагруженного из своей плоскости кольца", Изв. ВУЗ "Машиностроение", № 3, 1972.

14. Чижов В.Ф., Скопинский В.Н. "Совместное деформирование незамкнутого криволинейного стержня и тонкой цилиндрической оболочки", "Строительная механика и расчет сооружений", № 4, 1972.

15. Чижов В.Ф., Антонов А.С., Бочаров Н.И. "Совместное деформирование кольца и оболочек с произвольной формой образующей", Изв. ВУЗ "Машиностроение", № 11, 1972.

16. Чижов В.Ф. "Устойчивость сферической оболочки при существенно неоднородном напряженном состоянии", Тезисы IV Всесоюзной конференции по проблемам устойчивости в строительной механике. М., Научно-техническое общество строительной индустрии, 1972.

17. Чижов В.Ф. "Тонкая сферическая оболочка под действием сосредоточенной силы", Изв. ВУЗ "Машиностроение", № 2, 1973.

18. Чижов В.Ф., Антонов А.С. "Пространственная устойчивость колец, связанных с тонкими оболочками", Труды УШ Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин, М., Наука, 1973.

19. Чижов В.Ф., Амосова Э.П., Иванова Т.М. "Влияние параметров гибкого колеса на форму деформирования", материалы к семинару "Новые конструкции точных механизмов и приборов и технология их изготовления", Ленинград, 1973.

20. Чижов В.Ф., Амосова Э.П., Шувалов С.А. "О методе расчета напряженно-деформированного состояния гибкого колеса волновой передачи", тезисы докладов Всесоюзного симпозиума "Волновые зубчатые передачи", М., 1973.