

4193499

НА ДОМ
НЕ ВЫДАЕТСЯ

Министерство высшего и среднего специального образования СССР

Московское
ордена Ленина и ордена Трудового Красного Знамени
высшее техническое училище им. Н. Э. Баумана

ШИТИКОВ Вячеслав Николаевич

**ИССЛЕДОВАНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЛЕНТОЧНЫХ
ПРУЖИН**

(05.025 — Динамика и прочность машин, приборов
и аппаратуры)

Диссертация написана на русском языке

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

ОУНА...ЛЬНАЯ

МРТУ

Работа выполнена в Московском ордена Ленина и ордена Трудового Красного Знамени высшем техническом училище имени Н. Э. Баумана.

Научный руководитель —
доктор технических наук, профессор В. Л. Бидерман.

Официальные оппоненты:
доктор технических наук, профессор Н. А. Алфутов,
кандидат технических наук, доцент Е. И. Марьясин.

Ведущее предприятие — Московский завод «Гидромет-прибор».

Автореферат разослан «...» 1973 г.

Защита «...» 1973 г.

на заседании факультета М...ового Красного Знамени Н. Э. Баумана по ул., д. 5.

Ваше...е печатью, просим...иссертацией можно...

М193499

Учен

КОЛОБОВ.

Теория винтовых цилиндрических пружин - важного элемента конструкций имеет обширную библиографию. Значительный вклад в разработку этой теории внесен советскими учеными. Однако до последнего времени объектом изучения в основном являлись пружины с расчетной схемой в виде винтового бруса.

Между тем, в последние десятилетия усилился интерес к расчету цилиндрических ленточных пружин, имеющих прямоугольное поперечное сечение с большим отношением сторон и длинной стороной, параллельной оси пружины. Как правило, в таких пружинах отношение ширины b ленты к ее толщине h достигает 50-60, средний радиус пружины R сопоставим с шириной ленты и угол подъема витков α достигает 45° - 60° .

Характеристика ленточных пружин существенно отличается от характеристик обычных винтовых пружин.

В частности, при растяжении такой пружины можно получить значительный (десятки градусов на один виток) взаимный угол разворота торцов. Это привело к использованию цилиндрической ленточной пружины в качестве передаточного механизма в приборах. Кроме этого, схема цилиндрической ленточной пружины используется при расчете мощных телеопических пружин сжатия. Между тем теория цилиндрических ленточных пружин разработана не полностью. Данная работа посвящена дальнейшему развитию теории расчета таких пружин. В ней получены уточненные формулы для жесткости цилиндрической ленточной пружины при малых перемещениях, исследованы большие перемещения пружин и разработан метод их расчета на прочность.

Диссертация состоит из пяти глав, выводов и двух приложений.

В первой главе содержится обзор методов расчета цилиндрических ленточных пружин. Показывается неприменимость методов, основанных на схематизации пружины в виде винтового бруса. Отмечается значительный вклад в теорию ленточных пружин, внесенный работами К.Н. Мануйлова и В.Л. Бидермана, давших аналитические зависимости для расчета цилиндрических ленточных пружин в большом диапазоне изменения ее параметров. Кроме этого, необходимо отметить работы А.В. Прошенко по численному решению задачи об осевом деформировании косоугольного геликоида с прямолинейным профилем. На основе данных, опубликованных в литературе, устанавливается несоответствие результатов эксперимента с расчетом при некоторых параметрах ленточных пружин и нелинейность силовых ($P - s$) и геометрических ($\theta - s$) характеристик пружины растяжения. Ставится задача экспериментального исследования ленточной пружины в широком диапазоне изменения

6648611

ее геометрических размеров и изучения поведения пружины при больших перемещениях.

Во второй главе описывается экспериментальное определение геометрической ($\theta - s$) и силовых ($P - s$, $P - \theta$) характеристик ленточной цилиндрической пружины растяжения. Основным эксперимент был поставлен на витых ленточных пружинах. Анализ экспериментальных схем показал, что наименее трудоемким при удовлетворительной точности будет следующая схема испытания. Двойная пружина (двойной пружиной будем называть пружину, состоящую из двух одинаковых частей, отличающихся направлением навивки) растягивается и при этом замеряется угол поворота θ середины двойной пружины и ее ход $2s$. Полученные данные позволяют построить геометрическую характеристику пружины. На втором этапе испытания определяется зависимость $P - \theta$ между силой, растягивающей пружину и углом разворота ее торцов. В пружинах изменялась ширина ленты, так что $5 \leq b/\sqrt{Rh} \leq 15$ ($\alpha = 42^\circ$). Результаты опыта показали нелинейность характеристик $\theta - s$ и $P - \theta$ при больших перемещениях пружин и удовлетворительное совпадение расчетных зависимостей В.Л. Бидермана с опытом для характеристики $\theta - s$. В силовых же характеристиках $P - s$ и $P - \theta$ наблюдалось расхождение порядка 40% между соответствующими формулами В.Л. Бидермана и опытными данными. Анализ погрешностей эксперимента показал, что возможное расхождение между расчетными характеристиками и экспериментальными не должен превышать 20%. В качестве возможных причин неполного соответствия расчетной и экспериментальной жесткостей были рассмотрены отклонение принятого значения модуля упругости первого рода от действительной величины и влияния искажения формы осевого сечения, приобретаемого при навивке пружины на оправку.

Для проверки первого предположения был поставлен эксперимент по определению модуля упругости на образцах лент из того же материала и при той же термообработке, что и у испытуемых пружин. Определение производилось по методу С.И. Гофмана и результаты показали незначительное расхождение между действительным и принятым значением модуля упругости пружинного сплава.

Для изучения влияния искажения формы осевого сечения был произведен дополнительный эксперимент с ленточными пружинами,

полученными путем прорезки винтовой щели в тонкостенных трубках.

Таким образом, связанное с технологией навивки искажение поперечного сечения было устранено. Эксперимент производился при различных углах подъема витков. Анализ экспериментальных данных показал, что, обусловленное технологией навивки, отклонение формы осевого сечения от прямоугольной не влияет существенно на характеристику пружины.

Это заставило дополнительно исследовать связь между силами, действующими на пружину и ее деформацией.

Третья глава диссертации посвящена уточнению формул, определяющих связь между малыми перемещениями (ξ и θ) пружины и нагрузкой (растягивающей силой и крутящим моментом) на ее торцах.

Пружина рассматривалась как тонкая цилиндрическая оболочка с винтовой щелью. При этом перемещения точки срединной поверхности в направлении образующей цилиндра (X), касательной к параллельному кругу (Y) и радиуса (R) принимались в форме, предложенной В.Л.Бидерманом.

$$u_z = \omega Y + u_z(\xi),$$

$$v_z = -\frac{\Delta}{R} Y - \omega X + v_z(\xi),$$

$$w_z = \Delta + w_z(\xi),$$

(I)

здесь:

- ω - изменение угла подъема пружины;
- Δ - изменение радиуса образующего цилиндра;
- ξ - винтовая ось, лежащая на цилиндрической поверхности ортогонально средней линии ленты. При этом ход пружины и взаимный угол разворота торцов определяются формулами

$$\begin{aligned} s &= u_z = \omega l \cos \alpha, \\ y &= l \cos \alpha \end{aligned}$$

(2)

$$\theta = -\left(\frac{v_z}{R}\right) = l \left(\frac{\Delta}{R^2} \cos \alpha + \frac{\omega}{R} \sin \alpha \right).$$

$$x = l \sin \alpha$$

$$y = l \cos \alpha$$

Потенциальная энергия упругой деформации оболочки, приходящаяся на единицу площади срединной поверхности определяется зависимостью:

$$W = \frac{B}{2} (\varepsilon_x^2 + 2\mu \varepsilon_x \varepsilon_y + \varepsilon_y^2 + \frac{1-\mu}{2} \varepsilon_{xy}^2) + \frac{D}{2} [\kappa_x^2 + 2\mu \kappa_x \kappa_y + \kappa_y^2 + 2(1-\mu) \kappa_{xy}^2] \quad (3)$$

Здесь:

$$\mu - \text{коэффициент Пуассона. } B = \frac{Eh}{1-\mu^2} \quad D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$$

Определяя линейную и сдвиговую деформацию точек срединной поверхности ε , изменение кривизны и кручения срединной поверхности κ с помощью (1), получим:

$$\begin{aligned} W = & \frac{B}{2} [(u' \cos \alpha)^2 + 2\mu u' \cos \alpha (-v' \sin \alpha + \frac{w}{R}) + \\ & + (-v' \sin \alpha + \frac{w}{R})^2 + \frac{1-\mu}{2} (v' \cos \alpha - u' \sin \alpha)^2] + \frac{D}{2} [(w'')^2 \cos^2 \alpha + \\ & + 2\mu w'' \cos^2 \alpha (\frac{\Delta}{R^2} + w'' \sin^2 \alpha) + (\frac{\Delta}{R^2} + w'' \sin^2 \alpha)^2 + 2(1-\mu) \times \\ & \times (\frac{w}{R} - w'' \sin \alpha \cos \alpha)^2] \end{aligned} \quad (4)$$

$$\text{Здесь: } f' = \frac{df}{d\xi}$$

Полная энергия системы II складывается из энергии деформации ленты и потенциала внешних нагрузок P и M.

$$\Pi = \int_{-l/2}^{l/2} W d\xi - P_s - M\theta$$

Здесь: l - длина ленты.

Минимизация функционала II дает, в частности, зависимость нагрузки от перемещения пружины. Эта зависимость может быть определена в таком виде:

$$\begin{aligned} P &= Z_{11} S + Z_{12} \theta, \\ M &= Z_{21} S + Z_{22} \theta, \end{aligned} \quad (5)$$

$$Z_{11} = \frac{6Eh^3}{24(1-\mu^2)\cos^3 \alpha \pi R^3 n} \{ 1 + (1-2\mu)\cos^2 \alpha - K \sin^2 \alpha [1 + (1-\mu)\cos^2 \alpha]^2 \},$$

$$z_{12} = z_{21} = \frac{6Eh^3}{24(1-\mu^2)\cos^2\alpha\pi Rn} \{1 - K[1 - (1-\mu)^2\cos^4\alpha]\},$$

$$z_{22} = \frac{6Eh^3}{24(1-\mu^2)\cos^4\alpha\pi Rn} \{1 - K[1 - (1-\mu)\cos^2\alpha]\}^2,$$

здесь: n - число витков, $K = \frac{1}{\lambda} \frac{ch2\lambda - \cos2\lambda}{sh2\lambda + \sin2\lambda}$, $\lambda = [3(1-\mu^2)]^{1/4} \frac{6\cos\alpha}{2\sqrt{R}h}$.

Зависимость $P - S$ для пружины растяжения ($M = 0$) имеет вид несколько отличный от соответствующей формулы В.Л.Бидермана. Анализ напряженного состояния показал, что несоответствие вызвано учетом поперечной силы в упомянутой формуле. При малых перемещениях расчетные линейная и угловая жесткость ленточной пружины растяжения имели удовлетворительное согласование с опытом.

В четвертой главе рассмотрены большие перемещения цилиндрических ленточных пружин. Как и при малых перемещениях (см.(I)) вся деформация была разделена на две составляющие: деформацию, при которой срединная поверхность ленты остается ненагруженной, и деформированное состояние типа краевого эффекта. Первая составляющая определяет величину взаимного смещения торцов. При этом цилиндрическая форма пружины сохраняется. Изменяется только радиус образующего цилиндра и угол подъема винтовой линии. Соответствующие перемещения будем считать произвольными, а перемещения, соответствующие краевому эффекту, будем считать малыми.

Рассмотрим первую составляющую деформации ленточной пружины.

Изменение кривизны и кручения срединной поверхности пружины - оболочки при такого рода деформациях определяется по формулам:

$$\begin{aligned} x_1 &= -\frac{\sin^2(\alpha - \alpha_0)}{R_0}, \quad x_2 = \frac{1}{R} - \frac{\cos^2(\alpha - \alpha_0)}{R_0}, \\ \tau &= -\frac{\sin(\alpha - \alpha_0)\cos(\alpha - \alpha_0)}{R_0}. \end{aligned} \quad (6)$$

Индекс 0 относится к параметрам ненагруженной пружины. Изгибающий и крутящий моменты в осевом сечении выражаются

следующим образом:

$$G_{y1} = -D(\alpha_2 + \mu\alpha_1) = D\left[\left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R}\right) - \frac{1-\mu}{R_0} \sin^2(\alpha - \alpha_0)\right],$$

$$H_{xy1} = -D(1-\mu)\varepsilon = (1-\mu)D \frac{\sin(\alpha - \alpha_0) \cos(\alpha - \alpha_0)}{R_0}. \quad (7)$$

Переходя к криволинейным ортогональным координатам η, ξ (линия $\xi = 0$ равноотстоит от краев ленты) будем иметь следующее выражение для крутящего момента, в сечениях $\xi = \text{const}$, $\eta = \text{const}$:

$$H_{\xi\eta1} = D(1-\mu) \left\{ \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_0} \right) \sin\alpha \cos\alpha + \frac{1}{R_0} \sin(\alpha - \alpha_0) \cos(\alpha + \alpha_0) \right\} \quad (8)$$

Вторая составляющая деформации - типа краевого эффекта - накладывается таким образом, чтобы на винтовых краях ленты нагрузка отсутствовала. Получающиеся при этом внутренние силовые факторы вместе с факторами (7) и (8) приводят к суммарным "крутящему" M° и изгибающему M^ν моментам, действующим в осевом сечении. Выражение для этих моментов имеет следующий вид:

$$M^\nu = \frac{bD}{\cos\alpha} \left\{ \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_0} \right) \left\{ 1 - K[1 - (1-\mu)\cos^2\alpha]^2 \right\} - \frac{1-\mu}{R_0} \sin(\alpha - \alpha_0) \times \right. \\ \left. \times \left\{ \sin(\alpha - \alpha_0) - K[1 - (1-\mu)\cos^2\alpha] \sin(\alpha + \alpha_0) \right\} \right\}, \quad (9)$$

$$M^\circ = \frac{bD}{\cos^3\alpha} \left\{ \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_0} \right) \left\{ 1 - K[1 - (1-\mu)^2\cos^4\alpha] \right\} \sin\alpha + \frac{1-\mu}{R_0} \sin(\alpha - \alpha_0) \times \right. \\ \left. \times \left\{ 2\cos\alpha \cos(\alpha - \alpha_0) + \sin\alpha \sin(\alpha - \alpha_0) - K\sin\alpha \sin(\alpha + \alpha_0) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times [1 + (1-\mu)\cos^2\alpha] \right\} \right\}. \quad (10)$$

Ход S и взаимное смещение торцов θ при больших перемещениях пружины определяются формулами

$$S = l(\sin\alpha - \sin\alpha_0),$$

$$\theta = l\left(\frac{\cos\alpha}{R} - \frac{\cos\alpha_0}{R_0}\right). \quad (11)$$

Выражения (9)+(II) дают параметрическую связь между большими перемещениями ленточных пружин и нагрузкой на ее витках. Параметром является переменный угол подъема витков.

Для пружины растяжения $M = 0$. Тогда:

$$\frac{1}{R} - \frac{1}{R_0} = \frac{1-M}{R_0} \frac{\sin(\alpha - \alpha_0)}{\cos \alpha} \frac{K[1 - (1-M)\cos^2 \alpha] \sin(\alpha + \alpha_0) - \sin(\alpha - \alpha_0)}{1 - K[1 - (1-M)\cos^2 \alpha]^2},$$

$$PR = 2(1-M) \frac{bD}{R_0} \frac{\sin(\alpha - \alpha_0)}{\cos \alpha} \times$$

$$\times \frac{\cos(\alpha - \alpha_0) - K[\cos(\alpha - \alpha_0) - 2(1-M)\cos^3 \alpha \cos \alpha_0 + (1-M)^2 \cos^3 \alpha \cos(2\alpha - \alpha_0)]}{1 - K[1 - (1-M)\cos^2 \alpha]^2}$$

(I2)

Расчетные нелинейные характеристики, построенные по формулам (II), (I2) дали удовлетворительное согласование с экспериментом. Далее было проведено исследование нелинейности характеристик ленточной пружины.

За меру нелинейности функции F некоторого параметра было принято отношение наибольшей разницы между ее нелинейным и линейным значениями к линейному значению. Согласно определению были даны нелинейности характеристик $P - \alpha$ ($N_{P\alpha}$), $S - \alpha$ ($N_{S\alpha}$), $\theta - \alpha$ ($N_{\theta\alpha}$) для ленточной пружины растяжения и получены формулы перехода к нелинейностям характеристик $\theta - s$, $P - s$, $P - \theta$. В частности, для $N_{\theta s}$ получена такая зависимость:

$$N_{\theta s} = \frac{N_{\theta\alpha} - N_{S\alpha}}{1 + N_{S\alpha}}$$

Полученные нелинейности зависят от изменения угла подъема витков $\alpha - \alpha_0$ и параметров пружины α_0 , $b/\sqrt{Rh}$. В работе даются номограммы изменения нелинейности при $\alpha - \alpha_0 = 0,1$ радиан и параметрах $0 < \alpha_0 < 80$ и $2 \leq b/\sqrt{Rh} \leq 30$.

Интересно отметить изменение знака нелинейности характеристики $P - \theta$ при изменении значения угла подъема витков. В окрестности $\alpha_0 = 46^\circ$ характеристика $P - \theta$ линейна. При $\alpha < 46^\circ$ она отрицательна.

При α_0 больше 45° и 50° нелинейность принимает положительное значение.

Качественное сопоставление нелинейностей испытанных пружин удовлетворительно согласуется с данными номограмм.

Пятая глава посвящена исследованию напряженного состояния ленточной пружины.

Получены формулы, определяющие напряжения в любой точке на поверхности ленты. Для проверки этих зависимостей был поставлен специальный эксперимент. С целью повышения точности эксперимента была исследована пружина больших размеров, параметры которой приведены ниже

R мм	δ мм	h мм	α град	E кг/см ²	n витки	$\delta/\sqrt{Rh}$	λ	K
21,3	89,5	3,4	44	$2 \cdot 10^4$	6	10,8	5,01	0,2

Деформации измерялись в 115 точках с помощью проволочных тензодатчиков. Измеренные значения деформаций согласуются с расчетными их значениями с удовлетворительной точностью. Погрешность расчета в зоне наибольших напряжений не превышает 20 процентов.

Были получены также формулы для расчета напряжений в наиболее опасных точках поперечного сечения (угловой А и средней В внутренней стороны).

Эти формулы имеют вид

$$\begin{aligned} \sigma_{\pi A} &= \frac{PR}{\delta h^2} \sin \alpha \sigma_{01}(\delta/\sqrt{Rh}, \alpha), \quad \sigma_{\pi B} = -\frac{PR}{\delta h^2} \sin \alpha \sigma_{02}(\delta/\sqrt{Rh}, \alpha), \\ \tau &= \frac{PR}{\delta h^2} \tau_0(\delta/\sqrt{Rh}, \alpha), \quad \sigma_{\pi B} = \frac{PR}{\delta h^2} \sin \alpha \sigma_{03}(\delta/\sqrt{Rh}, \alpha) \quad (13) \end{aligned}$$

Входящие в эти выражения коэффициенты σ_{01} , σ_{02} , σ_{03} , τ_0 определяются по приведенным в работе формулам или по построенным в соответствии с этими формулами номограммам.

Анализ зависимостей (13) показал, что при $\lambda > 2,1$ формула для наибольшего эквивалентного напряжения может быть существенно упрощена.

ВЫВОДЫ ПО РАБОТЕ

1) Экспериментально получены геометрическая и силовая характеристики ленточных пружин растяжения в большом диапазоне изменения размеров. Подтверждена их нелинейность при больших перемещениях.

2) Обнаружено расхождение между существующими расчетными формулами и действительными силовыми характеристиками ленточных пружин растяжения при больших углах подъема витков. Дано уточнение для формул, связывающих нагрузку, приложенную к пружине с перемещениями ее торцев.

3) Получены теоретические зависимости для расчета характеристик пружин при больших перемещениях. Исследован характер нелинейности этих зависимостей.

4) Исследовано напряженное состояние ленточной пружины.

Для пружины растяжения даны основы номографического расчета на прочность при любых параметрах пружины. В случае, если 2,1, даны приближенные простые зависимости для проекторочного расчета на прочность.

5) Все новые теоретические зависимости проверены и подтверждены экспериментально.

Основное содержание работы изложено в статьях:

1. К.Н.Мануйлов, В.Н.Шитиков.

К вопросу об экспериментальном исследовании цилиндрических ленточных пружин. Труды НИИ ГМП вып.22, 1969.

2. В.Л.Бидерман, В.Н.Шитиков

Растяжение и кручение ленточных цилиндрических пружин при больших перемещениях.

Известия АН СССР ИТТ № 1, 1970.