

М193501
Министерство высшего и среднего специального образования СССР

Московское
ордена Ленина и ордена Трудового Красного Знамени
высшее техническое училище имени Н. Э. Баумана

МИРОШНИК Роман Александрович

ИССЛЕДОВАНИЕ СТАЦИОНАРНОГО РЕЖИМА
РАБОТЫ БАЛЛИСТИЧЕСКОЙ АНТЕННЫ

(05.025 Динамика и прочность машин)

Диссертация написана на русском языке

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Работа выполнена в Московском высшем техническом училище имени Н. Э. Баумана.

Научный руководитель —
проф., д. т. н. Светлицкий В. А.

Официальные оппоненты —
проф., д. т. н. Феодосьев В. И.,
к. т. н. Очан М. Ю.

Ведущее предприятие указано в решении Ученого Совета.

Автореферат разослан « . . . » 1973 г.

Защита диссертации состоится « 12. » апреля 1973 г.
в 14.30 часов в
«Динамика и пр
срдена Трудот
училища имени
2-я Бауманская

Ваши отзыв
ать по указан

С диссертат
лица.

Ученый сек
кандидат т

M193501

П.



1193501

Мирошник Р.А. Исследования

- 3 -

Механические системы, в которых используются движущиеся нити, широко распространены в самых различных областях техники, таких как: текстильное производство; системы передачи мощности и движения с помощью гибкого элемента, ленточные радиаторы и др.

Отличаясь внешней простотой, механическая система с движущейся нитью во многих важных для практики случаях является весьма сложной для исследования и требует применения громоздкого математического аппарата,

Область применения движущейся нити на практике значительно расширяется благодаря открытию в 1960 г. А.А.Пироговым явления, названного им "баллистической антенной". Суть явления состоит в том, что быстро движущаяся вдоль себя замкнутая гибкая нить может быть при определенных условиях поднята в устойчивое вертикальное или наклонное положение.

Указанное явление может найти широкое применение при создании и внедрении в народное хозяйство относительно дешевых, быстро разворачиваемых и свертываемых, малогабаритных, визуально трудно обнаруживаемых антенн с гибким элементом, используемым в качестве радиоантенны.

Задачами настоящего исследования являются: определение формы и натяжения баллистической антенны при движении нити в покоящейся однородной атмосфере при произвольном угле запуска; нахождение формы и натяжения нити при её движении в средах различной вязкости; определение критических скоростей движения, формы и натяжения нити при действии ветровой нагрузки; рассмотрение малых колебаний движущейся нити.

Настоящая работа выполнена на кафедре "Динамика и прочность машин" Московского высшего технического училища им. Н.Э.Баумана под руководством профессора, доктора технических наук В.А.Светлицкого.

Экспериментальная часть работы выполнена в МВТУ им.Баумана и в аэродинамической лаборатории Института механики МГУ при участии доцента к.т.н. В.И.Куркина; ряд ценных советов, касающихся постановки опытов, были даны д.т.н. С.М.Горлиным.

M193501

В ПРЕДИСЛОВИИ, носящем обзорный характер, дан краткий анализ основных работ, посвященных исследованию стационарного движения нити и другим вопросам, примыкающим к теме настоящей работы.

Разобраны классические работы Рутта Е., Томпсона В. и Тэта М., Резаля Ш., Леота Ш., Августа Ф., Аппеля П., Флокэ Ж., содержащие теоретические результаты, прямо или косвенно относящиеся к стационарному движению нити, а также работы советских исследователей А.П. Минакова, П.А. Кузьмина, А.С. Петрова В.А. Светлицкого и др.

Подробно проанализированы экспериментальные работы Эткина И. и Н.М. Артемова, посвященные исследованию движения нити с большой контурной скоростью.

Наибольшее внимание уделено работам, имеющим непосредственное отношение к баллистической антенне.

В 1960 г. была опубликована работа А.А. Пирогова, в которой впервые описывается баллистическая антенна. Хотя эффект Эткина-Радингера (эффект вязкости нити) был известен ранее, автор впервые указывает на возможность подъема кольца вращающейся нити.

Ограничиваясь рассмотрением частного случая вертикального подъема нити, А.А. Пирогов находит зависимости между высотой подъема и другими параметрами движения нити, определяет потребляемую электродвигателем мощность, исследует влияние аэродинамического коэффициента сил трения о воздух.

Работа А.А. Пирогова ценна, прежде всего, постановкой задачи и экспериментальным исследованием открытого явления.

Большой экспериментальный материал содержится в работе А.А. Воеводина, в частности, относящейся к опытам на открытой площадке при действии ветра.

В работах В.И. Куркина впервые экспериментально оценивается влияние воздушной среды на движение нити, разработана конструкция, позволяющая производить запуск тяжелой металлической нити, произведена пробная радиопередача, которая показала работоспособность антенны и схемы её возбуждения.

В работах В.А. Светлицкого и В.М. Габрюка найдена критическая



скорость движения нити, ниже которой стационарное движение невозможно, найдены первые интегралы движения, получено решение соответствующей краевой задачи для частного случая горизонтального запуска нити.

Задача о форме и натяжении нити в естественных координатах, при отсутствии стабилизирующего ролика, рассмотрена в работе Г.М.Клочковой.

Учитывая аналогию между стационарным движением нити и её равновесием представляют интерес работы, посвященные решению задач о форме нити, покоящейся в потоке.

Анализируются работы А.Н.Крылова, Н.Е.Кочина, Н.И.Алексеева и других авторов, а также экспериментальные исследования Б.Я.Кузнецова, А.В.Чесалова, С.Н.Чубарова, Рельфа Е и Повела С., С.П.Попова и др., содержащие результаты продувки тросов и проводов в потоке.

Исследованию малых колебаний и распространению волн по нити посвящены работы Х.А.Рахматулина, Критеску Н., А.М.Загустина, Своупа Р. и Эймса В., М.А.Зака и др. авторов.

Проведенный анализ работ показал, что в настоящее время отсутствует простое инженерное решение задачи о запуске нити под произвольным углом в однородной вязкой среде, а также в среде различной вязкости.

Не исследованными остаются задачи о форме и натяжении баллистической антенны в потоке и о малых колебаниях нити около положения стационарного движения с учетом вязкости среды.

ПЕРВАЯ ГЛАВА посвящена исследованию стационарного движения баллистической антенны в покоящейся среде. Приводятся общие уравнения движения гибкой **однородной** нити, сохраняющей форму плоской кривой, а из них, как частный случай, получаются нелинейные уравнения стационарного движения

$$\frac{d}{ds} \left(T_0 \frac{dx}{ds} \right) - \mu \frac{dx}{ds} = 0 ;$$

$$\frac{d}{ds} \left(T_0 \frac{dy}{ds} \right) - \mu \frac{dy}{ds} - g = 0 ;$$

$$\left(\frac{dx}{ds} \right)^2 + \left(\frac{dy}{ds} \right)^2 = 1 .$$

Находится замкнутое решение указанных уравнений, т.е. выражения $y(x)$, $s(x)$, $T_0(x)$:

$$y = \frac{1}{2} \left[\frac{B|A+mx|^{1+\nu}}{m+g} - \frac{|A+mx|^{1-\nu}}{B(m-g)} \right] + C;$$

$$s = \frac{1}{2} \left[\frac{B|A+mx|^{1+\nu}}{m+g} + \frac{|A+mx|^{1-\nu}}{B(m-g)} \right] + D;$$

$$T_0 = \frac{1}{2} \left[B|A+mx|^{1+\nu} + \frac{|A+mx|^{1-\nu}}{B} \right].$$

В этих формулах:

$$\nu = \frac{g}{m}; \quad T_0 = \frac{T}{m} - V^2;$$

T - натяжение в нити;

V - скорость продольного движения;

m - погонная масса нити;

x, y - декартовы координаты;

s - эйлерова дуговая координата;

m, g - ускорения соответственно силы продольного сопротивления движению, предполагаемой постоянной по длине нити и силы тяжести;

A, B, C, D - произвольные постоянные.

Решается краевая задача о форме и натяжении нити баллистической антенны, запускаемой под произвольным углом α в однородной вязкой среде.

При этом граничные условия имеют вид :

$$y_1\left(-\frac{A}{m}\right) = y_2\left(-\frac{A}{m}\right);$$

$$y_1(-R \cos \alpha) = R \sin \alpha;$$

$$y_2(R \cos \alpha) = -R \sin \alpha;$$

$$y'_2(-R \cos \alpha) = \operatorname{ctg} \alpha;$$

(R - радиус шкива)

Пятое граничное условие состоит в том, что длина свободной части нити равна заданной величине l .

Учитывая однозначность функции $y = y(x)$, замкнутый контур нити предполагается состоящим из двух ветвей: восходящей $y_1(x)$ и нисходящей $y_2(x)$. В точке отыка двух ветвей (при $x = -\frac{A}{f_1}$) натяжение $T_0 = 0$ вне зависимости от значения других произвольных постоянных.

Эта точка является особой для приведенной системы дифференциальных уравнений, поэтому в граничных условиях необходимо задавать угол y'_{i1} в точке выброса нити.

В работе находятся формулы для произвольных постоянных $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2$, входящих в решение.

При решении задачи о движении нити в двух средах различной вязкости на каждом из участков форма нити описывается уравнением

$$y_{ij} = \frac{1}{2} \left[\frac{B_{ij} |A_{ij} + f_{ij} x|^{1+\nu_i}}{f_{ij} + g_i} - \frac{|A_{ij} + f_{ij} x|^{1-\nu_i}}{B_{ij} (f_{ij} - g_i)} \right] + C_{ij},$$

где индекс $i = 1, 2$ соответствует частям контура нити ниже и выше границы сред (уровень H), а индекс $j = 1, 2$ - соответственно восходящей и нисходящей ветвям.

Для нахождения постоянных интегрирования имеются следующие граничные условия ^{и условия} стыковки ветвей:

$$y_{ij} [(-1)^j R \cos \varphi_j] = (-1)^{j+1} R \sin \varphi_j;$$

$$y_{21} \left(-\frac{A_{21}}{f_{11}} \right) = y_{22} \left(-\frac{A_{22}}{f_{12}} \right);$$

$$y'_{11} (-R \cos \varphi_1) = c \operatorname{tg} \varphi_1;$$

$$y_{ij}(x_j) = H; \quad y'_{ij}(x_j) = y'_{ij}(x_j);$$

$$T_g(x_j) = T_{0j}(x_j);$$

$$\sum_i \sum_j \int \sqrt{1+(y'_j)^2} dx = \ell.$$

Здесь

φ_i - угол запуска;

x_j - абсциссы точек на границе сред.

При условии $M_1 \gg g$, что соответствует запуску нити из-под воды в воздух, после подстановки в граничные условия соответствующих уравнений, находятся 14 неизвестных A_{ij} , B_{ij} , C_{ij} , x_j из полученной системы трансцендентных уравнений ($C_{21} = C_{22}$, $A_{21} = A_{22}$).

В главе решается также задача о форме и натяжении нити, запускаемой из воздуха в воду, что может быть использовано для взятия проб со дна водоемов, а также встретиться в аварийном режиме работы баллистической антенны.

Построены зависимости формы и натяжения в нити при изменении скорости продольного движения U и угла запуска α .

Экспериментальная проверка полученных теоретических зависимостей для определения формы нити в атмосфере дала хорошее совпадение опыта и теории.

ВТОРАЯ ГЛАВА посвящена исследованию стационарного режима работы баллистической антенны при действии ветровой нагрузки (однородного горизонтального потока).

В случае действия потока в плоскости ^{тег} шкива соответствующая плоская задача о форме нити решается в естественных координатах.

Относительно нормальной Z_2 и касательной Z_1 составляющих аэродинамической силы, действующей на нить в потоке, принимаются гипотезы:

$$\tau_2 = K \sin^2 \varphi;$$

$$\tau_1 = \text{const},$$

где

φ - угол атаки;

K - константа.

Силы, действующие на элемент нити, зависят от рассматриваемого участка нити (значения φ); на каждом из участков нити находится выражение для натяжения T_0 и радиус кривизны ρ .

Исследование выражений для натяжения, имеющих вид

$$T_0 = A \Phi(\varphi),$$

показывает, что в некоторой точке $\varphi = \varphi^*$, определяемой уравнением

$$\varphi^* = \arccos(n_2 - n_1), \quad \left(-\frac{\pi}{2} \leq \varphi^* \leq 0\right),$$

натяжение обращается в нуль или бесконечность независимо от значения произвольной постоянной A .

Точка $\varphi = \varphi^*$ является особой для исследуемой системы дифференциальных уравнений, и A может принимать различные значения -

$$A = A_1 \quad \text{при} \quad \varphi > \varphi^* \quad \text{и} \quad A = A_2 \quad \text{при} \quad \varphi < \varphi^*.$$

Очевидно, стационарное движение возможно лишь при $T_0|_{\varphi=\varphi^*} = 0$. Нижнюю границу скорости V_1^* , начиная с которой выполняется последнее условие, и определяемую уравнением

$$\frac{\mu(V_1^*) - \tau_1}{g} = \sqrt{2n_1(n_2 - n_1)},$$

назовем первой критической.

Исследование выражений для радиусов кривизны показывает, что $\rho_1^* \varphi = \varphi^*$ также обращается в нуль или бесконечность в зависимости от соотношения параметров μ и k .

Первый из этих случаев соответствует формам стационарного движения, вытянутым под некоторым углом, второй - провисающим формам.

Нижнюю границу скорости V_2^* , начиная с которой возможен стационарный режим с $\rho^* = 0$, определяем уравнением

$$\frac{[\mu(V_2^*) - z_1] n_1 n_3}{g n_2 (1 + n_2 - n_1)} - \frac{n_1}{n_2} = 1,$$

назовем второй критической скоростью.

В работе находится также критический угол запуска φ_1^* , при котором натяжение обращается в бесконечность.

Для существования стационарного движения должно выполняться условие

$$\varphi_1 < \varphi_1^*$$

В формулах

$$n_1 = \frac{g}{2k}; \quad n_2 = \sqrt{1 + n_1^2}; \quad n_3 = \sqrt{\frac{1 - n_1 + n_2}{1 + n_1 - n_2}}.$$

Используя выражения для T_0 и ρ , находятся квадратуры для определения $x(\varphi)$, $y(\varphi)$, $s(\varphi)$, в которых неизвестен верхний предел интегрирования (угол входа нити φ_2)

Выбрав начало декартовых координат в точке выброса нити, имеем следующие граничные условия для нахождения двух постоянных интегрирования A_1 и A_2 и неизвестного угла φ_2 :

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \rho(\varphi) \cos \varphi d\varphi = 2R \sin \varphi_1;$$

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \rho(\varphi) \sin \varphi d\varphi = -2R \cos \varphi_1;$$

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \rho(\varphi) d\varphi = \ell.$$

Исключив из последних 3-х уравнений A_1 и A_2 , получаем уравнение относительно величины φ_2 .

В главе приводится диаграмма критических областей в координатах (M, K), а также зависимости формы и натяжения от скоростей потока, продольного движения и угла запуска.

Для определения пространственной формы нити при произвольном направлении потока решаются в декартовых координатах уравнения стационарного движения нити, под действием сил, зависящих от направления касательной к нити.

Полученное общее решение уравнений в виде квадратур для определения T_0, x, y, z, s в функции U и V и дифференциального уравнения первого порядка, связывающего U и $V \left(U = \frac{dx}{ds}; V = \frac{dy}{ds} \right)$, отличается от известного для статики нити тем, что оно применимо при исследовании замкнутого контура нити, когда нить может быть перпендикулярна поочередно всем трем координатным осям.

Находятся выражения для проекций внешних сил q_x, q_y, q_z в функции от U и V при допущении, что сила, действующая со стороны потока на нить, пропорциональна квадрату синуса угла атаки и лежит в плоскости потока.

Начало декартовых координат выбирается в точке выброса нити, ось X направляется по потоку, Y - вертикально вверх. При этом должны быть выполнены граничные условия:

1) в точке выброса нити $s=0$; $x=0$, $y=0$; $z=0$;

2) в точке входа нити $s=l$, $x=x_0$, $y=y_0$, $z=z_0$.

При заданном угле выброса нити известны u_1 и V_1 , т.е. начальные условия для интегрирования дифференциального уравнения первого порядка

$$\frac{du}{dv} = \frac{q_2 l_2}{q_2 m_2}$$

В формулах:

x_0 , y_0 , z_0 - известные координаты точки входа нити;

q_2 - проекция внешней силы на нормаль;

l_2 , m_2 - направляющие косинусы нормали к нити.

Знаменатель правой части последнего уравнения - общий для всех квадратур.

Выражение для T_0 имеет вид

$$T_0 = A \exp \int \frac{m+gV}{q_2 m_2} dv$$

Очевидно знаменатель обращается в нуль в двух случаях:

1) $q_2 = 0$ и 2) $m_2 = 0$.

Первая точка $S_2(u^*, v^*)$ является регулярной для дифференциального уравнения и особой для натяжения T_0 , вторая $S_1(0, -1)$ - особая для дифференциального уравнения и регулярная в выражении для T_0 , т.к. в ней $dv=0$.

Наличие точки S_2 приводит к тому, что A принимает разные значения по разные стороны от нее, наличие точки S_1 делает неизвестными u_2 и V_2 , т.е. начальные условия интегрирования в точке входа нити. Записав граничные условия в точке входа нити, имеем систему уравнений с четырьмя неизвестными A_1 , A_2 , u_2 и V_2 .

Из этой системы, исключая A_1 и A_2 , получим два уравнения с двумя неизвестными U_2 и V_2 .

Решение последней системы производилось методом градиента, начиная с небольшого угла α_0 между потоком и плоскостью шкива, причем в качестве нулевого приближения $U_2^{(0)}$ и $V_2^{(0)}$

брались значения из соответствующей близкой плоской задачи. Давая небольшое приращение указанному углу, находились точные значения U_2 и V_2 , которые служили нулевым приближением для следующего шага интегрирования.

По шагам задача решалась до нужного значения заданного параметра α_0 .

В главе приводятся результаты численного интегрирования — форма и натяжение пространственно расположенной нити в зависимости от различных параметров движения.

Экспериментальная проверка плоской формы нити в потоке производилась в аэродинамической трубе. Расхождение между теоретическими и опытными результатами незначительно.

В ТРЕТЬЕЙ ГЛАВЕ изучается распространение волн по нити. Получены уравнения малых колебаний движущейся нити, однако при их интегрировании в общем случае встречаются большие математические трудности.

Форма нити аппроксимируется двумя прямыми, что тем точнее, чем больше скорость продольного движения.

Уравнение малых колебаний нисходящей ветви в безразмерном виде имеет вид

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + 2 \frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t} - \alpha x \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0,$$

где

$$\alpha = \frac{\mu \ell}{V^2}$$

x, y — декартовы координаты, причем ось x направлена по прямолинейной ветви.

Задача о распространении волн решается методом характеристик. Уравнения положительной и отрицательной характеристик имеют вид

$$t + K_{1,2} = \pm \frac{2}{\alpha} [\sqrt{1+\alpha x} \mp \ln(\sqrt{1+\alpha x} \pm 1)]$$

Вдоль характеристик получены дифференциальные соотношения

$$dy_x (1 \mp \sqrt{1+\alpha x}) + dy_t = 0,$$

которые совместно с уравнением

$$dy = y_x dx + y_t dt$$

позволяют производить численное интегрирование в тех областях плоскости (x, t) , где y , y_x и y_t непрерывны.

В случае, если y_x и y_t разрывны на характеристиках, эти разрывы δy_x , δy_t распространяются, например, вдоль положительной характеристики в соответствии с уравнениями:

$$\delta y_x = \frac{C_1}{\sqrt{1+\alpha x}}; \quad \delta y_t = \frac{(1 - \sqrt{1+\alpha x}) C_1}{\sqrt{1+\alpha x}}.$$

Здесь K_1, K_2, C_1 - константы.

Уравнение малых колебаний восходящей ветви имеет вид

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - 2 \frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t} + \alpha x \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0.$$

Для него получены соотношения, аналогичные приведенным выше для нисходящей ветви.

Произведено численное интегрирование уравнений в случае

удара по нити и в случае наличия начального возмущения.

Анализ полученных соотношений и результатов интегрирования позволяет сделать вывод, что все виды начальных отклонений накапливаются в области вершины баллистической антенны, где образуется стоячая волна.

Этот вывод физически объясняется тем, что в области вершины $T_0 = 0$, и дает возможность объяснить наличие характерной формы, не описываемой уравнениями стационарного движения.

В работе все числовые расчеты производились на ЭЦВМ Минск-22.

ВЫВОДЫ

Получено замкнутое решение в декартовых координатах уравнений стационарного движения нити баллистической антенны в покоящейся атмосфере с учетом сил тяжести и аэродинамического сопротивления среды.

Рассмотрены не исследованные ранее различные случаи движения нити в средах различной вязкости: запуск баллистической антенны из-под воды, запуск из воздуха в воду.

Впервые получено решение плоской задачи о форме и натяжении нити баллистической антенны в потоке с учетом нормальных и касательных аэродинамических сил.

Разработан метод решения уравнений пространственного расположения нити при действии сил, зависящих от направления касательной к нити.

Получено ранее неизвестное решение краевой задачи о форме и натяжении нити баллистической антенны в потоке, направленном произвольно к плоскости шкива антенны.

Показано, что направление ветра не влияет на устойчивость работы антенны, важна лишь величина ветровой нагрузки.

Показано, что после действия начальных возмущений баллистической антенна принимает первоначальную форму, за исключением небольшой области в окрестности её вершины.

Установлено, что вблизи вершины баллистической антенны образуется стоячая волна, и тем самым дано объяснение возникновению характерной формы на баллистической антенне.

На механической модели баллистической антенны экспериментально проверены в аэродинамической трубе полученные теоретические зависимости при движении нити в потоке, а также в покоящейся атмосфере.

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ РАБОТЫ ОПУБЛИКОВАНЫ

1. Определение форм стационарного движения нити при произвольном угле запуска. Изв. Вузов "Машиностроение, 1972, № 3 (в соавторстве с В.А.Светлицким и В.И.Куркиным).

2. Определение форм стационарного движения нити в средах различной вязкости. Прикладная механика, АН УССР, т. УШ, вып. 4 (в соавторстве с В.А.Светлицким и В.М.Куркиным).