

УДК 539.3

Обобщенная теория деформации плоских ауксетических решеток

Савельев Сергей Михайлович

stud143318@vyatsu.ru

SPIN-код: 8901-0253

Вятский государственный университет, Киров, Россия

Аннотация. Рассмотрена проблема аналитического описания плоских ауксетических структур. Представлен универсальный метод, устанавливающий прямую связь между геометрией ячейки (площади тела, пор, описанной окружности) и макроскопическими свойствами, включая отрицательный коэффициент Пуассона. Показано, что метод исключает ресурсоемкие численные расчеты. Сделаны выводы, что выведенные критерии ауксетизма и балансовые соотношения можно применять для параметрического проектирования метаматериалов с заданными деформационными свойствами.

Ключевые слова: ауксетические структуры, модель метаматериалов, отрицательный коэффициент Пуассона, плоские решетки, геометрический механизм деформации, поперечное расширение, универсальные зависимости

Generalized Theory of Deformation of Planar Auxetic Lattices

Savel'yev Sergey Mikhaylovich

stud143318@vyatsu.ru

SPIN-code: 8901-0253

Vyatka State University, Kirov, Russia

Abstract. The problem of the analytical description of planar auxetic structures is considered. A universal method is presented that establishes a direct relationship between the cell geometry (body area, pore area, circumscribed area) and macroscopic properties, including the negative Poisson's ratio. It is shown that the method eliminates the need for resource-intensive numerical calculations. It is concluded that the derived auxeticity criteria and balance relations can be applied to the parametric design of metamaterials with specified deformation properties.

Keywords: auxetic structures, analytical model of metamaterials, negative Poisson's ratio, planar lattices, geometric deformation mechanism, metamaterial design, transverse expansion, universal dependencies

Введение. Ауксетические материалы, характеризующиеся отрицательным коэффициентом Пуассона и проявляющие поперечное расширение при осевом растяжении, представляют значительный интерес для создания метаматериалов с программируемыми свойствами [1, 2]. Несмотря на существование множества частных моделей и экспериментально исследованных конфигураций [3, 4], в литературе отсутствует обобщенный аналитический аппарат, позволяющий описывать деформационное поведение произвольных плоских ауксетических решеток без привязки к их конкретной топологии. Целью данной работы является устранение этого пробела путем разработки универсальной геометрической модели. Научная значимость исследования

заключается в формализации общих условий возникновения ауксетического эффекта, что открывает новые возможности для целенаправленного проектирования метаматериалов.

Задачи статьи: 1) предложить обобщенную параметрическую модель плоской ауксетической ячейки; 2) вывести критерии реализации ауксетического эффекта на основе анализа изменения геометрических параметров; 3) представить аналитические зависимости, связывающие параметры структуры с ее деформационным откликом.

Материалы и методы. В основе исследования лежит геометрический подход к моделированию деформации, развивающий принципы, изложенные в других работах по механике ячеистых структур [5]. Рассматривается произвольная плоская периодическая структура, элементарный сегмент которой характеризуется тремя ключевыми параметрами:

- площадью тела ($S_{\text{тела}}$) — части материала, объем которой условно сохраняется при деформации;
- площадью пор ($S_{\text{пор}}$) — области, изменяющейся в процессе растяжения или сжатия;
- описанной площадью ($S_{\text{ауксетика}}$) — площадью, охватываемой контуром элементарного сегмента.

Для обработки модели и получения аналитических зависимостей применялся метод параметризации деформации, где в качестве определяющего параметра используется угол раскрытия X , характеризующий приложенную макроскопическую деформацию. Материалом исследования выступают не конкретные вещества, а класс двумерных структур, чья деформация подчиняется следующим фундаментальным условиям: площадь тела остается постоянной ($S_{\text{тела}} = \text{const}$), а изменение структуры описывается через изменение площади пор.

Результаты. На основе предложенной модели получены ключевые аналитические соотношения, описывающие деформацию структуры. Установлено, что изменение площади пор в зависимости от деформации X может быть описано функцией вида:

$$S_{\text{пор}} = kS_{\text{поры}}(x) + S_{\text{пт}},$$

где k — количество элементарных пор в сегменте; $S_{\text{поры}}$ — функция, описывающая изменение площади одной поры; $S_{\text{пт}}$ — постоянная составляющая площади пор, связанная с телом ауксетика (при наличии). Баланс площадей в сегменте выражается соотношением:

$$S_{\text{ауксетика}}(x) = S_{\text{тела}} + S_{\text{пор}}(x).$$

Главным результатом работы является вывод критерия геометрического ауксетизма. Для проявления эффекта поперечного расширения при растяжении необходимо и достаточно, чтобы первая производная описанной площади по параметру деформации X была положительной на рассматриваемом интервале деформаций:

$$S'_{\text{ауксетика}} > 0 \text{ при } x \in [x_1, x_2).$$

Здесь x_1 и x_2 задают границы рабочего диапазона структуры, соответствующие ее минимальному ($S_{\text{ауксетика}}(x_1)$) и максимальному ($S_{\text{ауксетика}}(x \rightarrow x_2)$) раскрытию. Данный критерий является универсальным и не зависит от конкретной геометрии ячейки.

Обсуждение. Полученные результаты демонстрируют, что ауксетическое поведение плоской решетки является прямым следствием геометрической организации ее сегментов и может быть строго предсказано на основе анализа функции $S_{\text{ауксетика}}$. Предложенная модель позволяет не только классифицировать существующие конфигурации по типу параметрических зависимостей, но и синтезировать новые структуры с заданным деформационным откликом путем подбора функций $S_{\text{поры}}$ и констант модели. Важным преимуществом подхода является его аналитический характер, что исключает необходимость проведения трудоемких численных моделирований на начальных этапах проектирования и позволяет проводить быструю параметрическую оптимизацию. Ограничением модели является ее ориентация на идеализированные плоские структуры и квазистатический режим деформации; дальнейшее развитие работы может быть связано с учетом механических свойств материала и динамических эффектов.

Заключение. В работе предложена обобщенная аналитическая теория деформации плоских ауксетических решеток. Основной вклад заключается в формализации универсального геометрического критерия ауксетизма, устанавливающего необходимое и достаточное условие для поперечного расширения структуры при растяжении. Выведенные балансовые соотношения площадей и параметрические зависимости создают основу для целенаправленного проектирования метаматериалов с отрицательным коэффициентом Пуассона. Разработанный метод обладает значительным практическим потенциалом для применения в аэрокосмической промышленности, биомедицине и создании новых защитных материалов, позволяя сократить время и ресурсы на их разработку за счет перехода от итерационного численного моделирования к прямому аналитическому расчету.

Список источников

- [1] Lakes R.S. Foam structures with a negative Poisson's ratio. *Science*, 1987, vol. 235, pp. 1038–1040. <https://doi.org/10.1126/science.235.4792.1038>
- [2] Evans K.E., Alderson A. Auxetic materials: functional materials and structures from lateral thinking! *Advanced Materials*, 2000, vol. 12 (9), pp. 617–628. [https://doi.org/10.1002/\(sici\)1521-4095\(200005\)12:9<617::aid-adma617>3.0.co;2-3](https://doi.org/10.1002/(sici)1521-4095(200005)12:9<617::aid-adma617>3.0.co;2-3)
- [3] Alderson A., Alderson K.L. Auxetic materials. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 2007, vol. 221, iss. 4. <https://doi.org/10.1243/09544100JAERO185>
- [4] Grima J.N., Evans K.E. Auxetic behavior from rotating squares. *Journal of Materials Science Letters*, 2000, vol. 19, pp. 1563–1565.
- [5] Gibson L.J., Ashby M.F. *Cellular Solids: Structure and Properties*. Cambridge, Cambridge University Press, 1997, 510 p.