

УДК 531/534

Численно - цифровое моделирование напряженно - деформированного состояния интрамедуллярного эндопротеза

Туктарова Полина Дамировна ^(*)	paulina.tuktarova@yandex.ru SPIN-код: 6451-2277
Беспалов Игорь Алексеевич	bespalovigora@gmail.com SPIN-код: 6866-7850
Хамзин Данил Эльмирович	kde1260@gmail.com SPIN-код: 9465-3644
Герасимов Олег Владимирович	valeriy.karasikov@gmail.com SPIN-код: 6942-2009

Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань, Россия

Аннотация. Актуальной задачей биомеханики выступает проектирование и расчет конструкций, применяемых при протезировании. В качестве одного из решений выступает внедрение решетчатых элементов, неразрушающий контроль которых может быть выполнен на основе методов численного моделирования по данным компьютерной томографии. В работе проводится исследование решетчатых эндопротезов с использованием медицинского цемента, направленное на определение механических параметров образующих фаз среды исходя из совместного анализа данных вычислительных и натурных экспериментов.

Ключевые слова: интрамедуллярный эндопротез, численное моделирование, напряженно-деформированное состояние, четырехточечный изгиб, конечно-элементная сетка

Numerical and Digital Modeling of the Stress - Strain State of an Intramedullary Endoprosthesis

Tuktarova Polina Damirovna ^(*)	paulina.tuktarova@yandex.ru SPIN-code: 6451-2277
Bespalov Igor Alexeyevich	bespalovigora@gmail.com SPIN-code: 6866-7850
Khamzin Danil Elmirovich	kde1260@gmail.com SPIN-code: 9465-3644
Gerasimov Oleg Vladimirovich	valeriy.karasikov@gmail.com SPIN-code: 6942-2009

Kazan (Volga Region) Federal University, Kazan, Russia

Abstract. An urgent task of biomechanics is the design and calculation of structures used in prosthetics. One of the solutions is the introduction of lattice elements, the non-destructive testing of which can be performed based on numerical modeling methods based on computed tomography data. The study of lattice endoprostheses using medical cement is carried

out, aimed at determining the mechanical parameters of the forming phases of the medium based on a joint analysis of data from computational and field experiments.

Keywords: intramedullary endoprosthesis, numerical modeling, stress-strain state, four-point bending, finite element mesh

Введение. В настоящее время в области биомедицины и протезирования остаются актуальными задачи, связанные с разработкой и совершенствованием медицинских имплантатов. Одним из перспективных решений этой задачи является внедрение решетчатой конструкции [1]. Решетчатые структуры представляют собой особую разновидность пористых материалов с периодической архитектурой, состоящей из элементарных ячеек, грамотное проектирование которых позволяет существенно снизить массу конструкции без ущерба для прочности и жесткости [2]. Актуальным вопросом является оценка изменений внутренней решетчатой структуры в реальных образцах, изготовленных методом аддитивного производства [3]. Проведение натурных испытаний для получения достоверных результатов требует высоких временных и экономических затрат. В связи с этим численное моделирование представляет собой эффективную альтернативу [4]. В данной работе предлагается метод численного моделирования по данным трехмерного цифрового прототипа, позволяющий выполнять построение моделей с учетом неравномерного распределения механических свойств материала.

Материалы и методы. Численное моделирование выполнялось на основе сеточного метода, в качестве которого использовался модифицированный метод конечных элементов. Построение отдельного конечного элемента выполняется с учетом свойств материала, которые могут быть получены по данным компьютерной томографии. В рамках работы использовался восьмиузловой изопараметрический гексагональный элемент сплошной среды с трилинейной аппроксимацией. В этом случае интегрирование локальной матрицы жесткости с учетом неравномерного распределения механических свойств материала может быть выполнено на основе формулы:

$$[K^E] = \int_{V^E} [B(\{\tau\})]^T \cdot [D(\{\tau\})] \cdot [B(\{\tau\})] dV,$$

где $[B(\{\tau\})]$ — матрица дифференцирования, $\{\tau\}$ — вектор глобальных координат, а локально изменяющаяся матрица упругости $[D(\{\tau\})]$ определяется в виде

$$[D(\{\tau\})] = [D_{\omega(\{\tau\})}],$$

где $\omega(\{\tau\})$ — скалярная функция, определяющая неомогенные свойства среды.

Для построения конечно-элементной сетки на весь объем изображения трехмерной модели штифта накладывалась ортогональная сетка. Из-за особенностей архитектуры модели была применена сгущающаяся (нерегулярная) сетка: приложение граничных условий обеспечивалось в определенных узлах расчетной сетки. Для сгущения был написан автоматический алгоритм по-

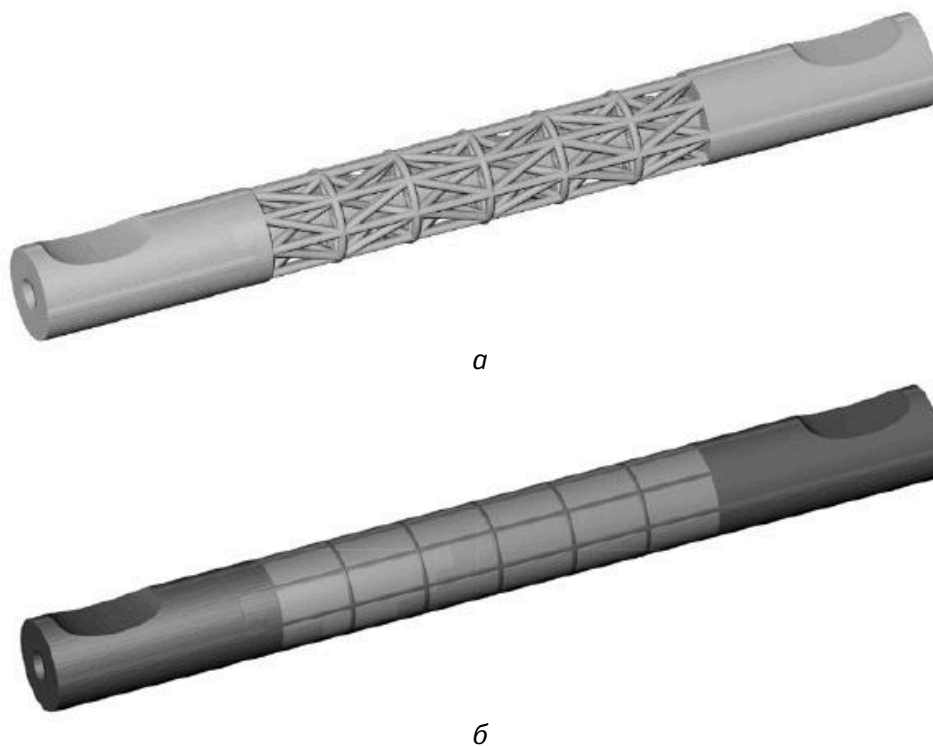
строения, который высчитывает размер стороны элемента в зависимости от заданного количества элементов на определенном участке. После чего применялась фильтрация согласно относительному содержанию материала в объеме каждого конечного элемента.

Для расчета реакций на эквивалентную силу задаем кинематическую нагрузку и граничные условия на четырехточечный изгиб [5]. В этом случае интегрирование вектора давления с учетом площади поверхности приложения усилия может быть выполнено по формуле:

$$\{F\} = \int_{S_{force}} \{q\} dS,$$

где S_{force} — площадь элемента приложения давления, $\{q\}$ — вектор давления.

Для верификации численных расчетов были проведены натурные испытания [6]. Данная конструкция штифта также выступала в качестве модели для численного исследования интрамедуллярного эндопротеза. Для этого была использована проектная геометрия для создания трехмерной модели штифта с решетчатой структурой и штифта с решетчатой структурой с цементом (см. рисунок).



Трехмерная модель штифта: без цемента (а), с цементом (б)

Результаты. Для численного расчета реакций использовались механические характеристики материала, полученные из натурных экспериментов, кинематические нагрузки и два типа граничных условий: шарнирно-неподвижная и шарнирно-подвижная опоры.

В первом блоке расчетов при кинематической нагрузке 0,5 мм исследовалось влияние граничных условий. Установлено, что при шарнирно-неподвижной опоре реакции значительно выше: для штифта без цемента — 31,24 Н (против 12,01 Н при подвижной опоре, рост на 160 %), с цементом — 87,68 Н (против 52,52 Н, рост на 66 %). При этом реакция штифта с цементом усиливается на 180 % при неподвижной опоре и на 357 % при подвижной опоре по сравнению с аналогом без цемента.

Во втором блоке с кинематическими нагрузками 1 мм (без цемента) и 0,3 мм (с цементом) были получены следующие реакции: без цемента — 24,02 Н (подвижная опора) и 62,48 Н (неподвижная опора); с цементом — 31,51 Н (подвижная) и 52,6 Н (неподвижная). Наименьшие расхождения между численными и экспериментальными результатами наблюдались при шарнирно-подвижной опоре — 4 % для штифтов без цемента и 5 % для штифтов с цементом, что подтверждает адекватность модели.

Обсуждение. Предложенный метод численной гомогенизации на основе конечно-элементного ансамбля обеспечивает высокую точность (отклонение меньше 3 %) и вычислительную эффективность (ускорение более чем в 6 раз по сравнению с альтернативными подходами). Он корректно учитывает структурную анизотропию и локальную неоднородность, что особенно важно для пористых и биологических материалов. В отличие от упрощенной аппроксимации одним конечным элементом, метод адекватно оценивает ортотропные свойства и чувствителен к распределению материала, включая зоны с нулевой жесткостью. Ограничения связаны с необходимостью связности структуры и применимостью к квазипериодическим средам. Полученные результаты подтверждают потенциал метода для биомеханики, проектирования имплантатов и разработки функциональных материалов.

Заключение. Таким образом, разработанный метод численного моделирования был проверен путем сопоставления с экспериментальными данными для образцов с цементом и без него. Наименьшее расхождение (4–5%) получено при использовании шарнирно-подвижной опоры, что подтвердило корректность ее выбора в качестве граничного условия. Результаты демонстрируют высокую эффективность метода для биомеханического анализа и проектирования медицинских имплантов.

Исследование выполнено при финансовой поддержке, выделяемой Казанскому федеральному университету по государственному заданию в сфере научной деятельности, проект № FZSM-2023-0009.

Список источников

- [1] Белый Г.И. Расчет на устойчивость решетчатых элементов стальных конструкций. *Вестник МГСУ*, 2022, т. 17, вып. 10, с. 1347–1357.
<https://doi.org/10.22227/1997-0935.2022.10.1347-1357>
- [2] Большаков П.В. *Моделирование процессов деформирования элементов конструкций на основе учета влияния их структуры на напряженно-деформируемое состояние*. Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. Казань, 2024.

-
- [3] Kharin N., Akifyev K., Spiridonova K. Inter-track porosity and macroporosity insights into mechanical properties of FDM printed samples using in-situ 4D XCT. *Int J Mech Mater Design*, 2025. <https://doi.org/10.1007/s10999-025-09780-6>
 - [4] Герасимов О.В., Рахматулин Р.Р., Балтина Т.В., Саченков О.А. Определение механических свойств костной ткани численно-цифровым методом на основе данных компьютерной томографии. *Российский журнал биомеханики*, 2023, т. 27, № 3, с. 53–66. <https://doi.org/10.15593/RZhBiomech/2023.3.04>
 - [5] Туктарова П.Д. Исследования жесткостных свойств решетчатых структур интрамедуллярного эндопротеза. *Лобачевские чтения — 2024. Всерос. школа-конф.: матер.* Казань, Изд-во КФУ, 2024, т. 68, с. 91–92.
 - [6] Беспалов И.А., Шафигулин Р.А., Акифьев К.Н., Ахтямов И.Ф., Большаков П.В., Саченков О.А. Численное исследование решетчатого метаматериала в моделях со смешанным типом конечных элементов. *Российский журнал биомеханики*, 2025, т. 29, № 3.