

УДК 519.6

Функционально - воксельное моделирование масс - инерционных характеристик звеньев манипуляционных систем роботов в САЕ - приложении

Полищук Иван Викторович¹

Крашмалев Никита Олегович² (научный руководитель)

¹ РОСБИОТЕХ, Москва, Россия

² МГТУ СТАНКИН, Москва, Россия

Представлен функционально-воксельный метод расчета масс-инерционных характеристик звеньев манипуляционных систем роботов, интегрированный в САЕ-приложение. Предложены алгоритмы дискретизации геометрической модели на воксели с присвоением локальных геометрических и физических атрибутов, а также трехэтапный алгоритм вычисления массы, центра масс, тензора и расширенной матрицы инерции. Описана архитектура подсистемы с модулями формирования модели и вычисления характеристик через динамическую библиотеку и JSON-интерфейс, что обеспечивает учет внутренней неоднородности материалов и повышение точности динамического моделирования.

Ключевые слова: функционально-воксельные модели, САЕ-приложения, моделирование динамики, матрица инерции, тензор инерции, манипуляционные системы, компьютерная графика

Введение. Разработка динамических моделей манипуляционных систем роботов требует учета масс-инерционных характеристик их звеньев. Масс-инерционные характеристики — совокупность массы m и моментов инерции, на основе которых формируется 3×3 -тензор инерции и 4×4 -матрица инерции. В современных САЕ-приложениях (ANSYS, Simscape Multibody, Webots и др.) традиционно используется тензор инерции для описания распределения масс в твердых телах. Однако применение такого подхода сопряжено с повышенными вычислительными затратами и сложностью учета изменяемых параметров манипуляционной системы в реальном времени.

Функционально-воксельное моделирование предусматривает дискретизацию геометрической модели на элементарные объемы с присвоением им локальных геометрических и физических атрибутов, таких как плотность материала [1, 2]. Это обеспечивает возможность локального учета массы и моментов инерции в пределах каждой области модели.

Актуальность применения функционально-воксельного моделирования обусловлена необходимостью более полного учета физических свойств объектов при динамическом анализе. Данный подход позволяет учесть влияние внутренних неоднородностей материалов на поведение сложных многозвенных механизмов. Однако в составе современных САЕ-приложений отсут-

ствует специализированная подсистема, реализующая функционально-воксельный метод расчета масс-инерционных характеристик, что ограничивает точность и эффективность динамического моделирования.

В работе рассматриваются методы формирования воксельных моделей, дискретного расчета их масс-инерционных характеристик и варианты интеграции подсистемы функционально-воксельного моделирования в архитектуру разрабатываемого САЕ-приложения.

Функционально-воксельное моделирование. Воксель — элементарный графический элемент, представляющий собой трехмерный куб с размером ребра, равным размеру пикселя используемой графической системы [3–5].

Отличительной особенностью функционально-воксельной технологии моделирования является необходимость использования относительно больших объемов памяти для хранения графической информации. Например, для 3D-модели размером $1024 \times 1024 \times 1024$ вокселей, эквивалентной 1 073 741 824 пикселям, потребуется 2048 МБ памяти. На рис. 1 представлена воксельная модель.

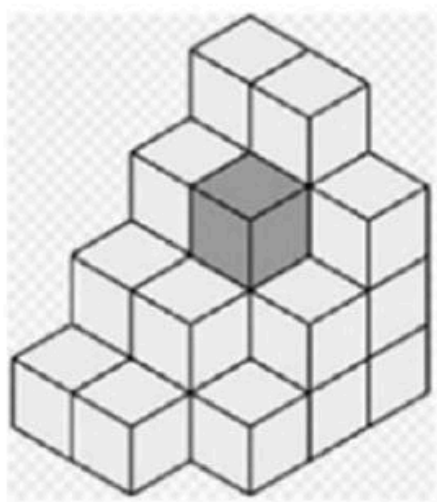


Рис. 1. Воксельная модель

Локальные геометрические характеристики (ЛГХ) — параметры, задаваемые на воксельном поле в виде интервалов допустимых значений, которые определяют геометрические свойства вокселя (цвет, нормаль к поверхности, кривизна и пр.).

Введем определение. М-образ — специальный графический образ поверхности аналитической функции, отображающий ее дифференциальную характеристику в виде оттенков серого: в каждой точке растрового пространства изображению соответствует угол отклонения вектора нормали к поверхности. Если величина угла положительна, точка располагается на выпуклой части поверхности, если отрицательна — на вогнутой. На рис. 2 показан вектор нормали N к касательной плоскости поверхности. Размер получаемого М-образа определяется установленным разрешением используемой графической

системы, а точности передаваемой в изображении информации напрямую зависит от диапазона применяемой «палитры».

В конструкции функционально-воксельной геометрической модели объем моделируемого тела дискретизируется вокселями одним из двух способов:

- равномерная трехмерная сетка (рис. 3), при которой пространство разбивается на однородную совокупность кубических ячеек;
- иерархическая структура Sparse Voxel Octree (SVO), обеспечивающая разреженное хранение путем рекурсивного деления объема на восемь подкубов на каждом уровне.

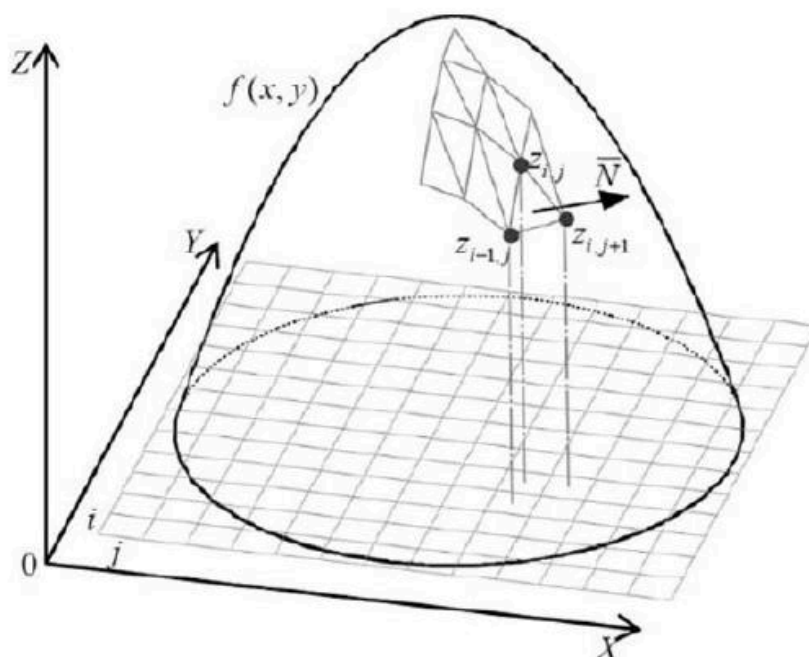


Рис. 2. Вектор нормали N к касательной плоскости поверхности

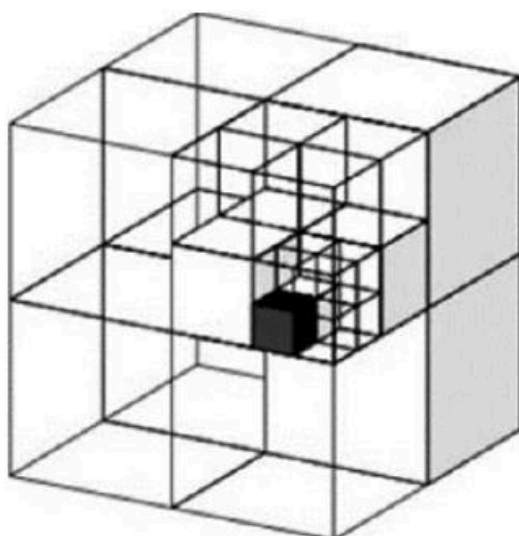


Рис. 3. Равномерная трехмерная сетка

Sparse Voxel Octree — разреженная иерархическая структура данных. В соответствии с методом SVO в корне октодерева располагается куб, включающий всю 3D-модель. Путем половинчатого разбиения по осям X, Y, Z формируются восемь подкубов каждого узла. Сохраняются только те потомки, в объемах которых содержатся воксели модели. Каждый узел либо имеет восемь потомков, либо является листом, т. е. не имеет потомков. Структура октодерева показана на рис. 4. Таким образом получается разреженная 3D-сетка вокселей, обеспечивающая существенное снижение объема хранимых данных.

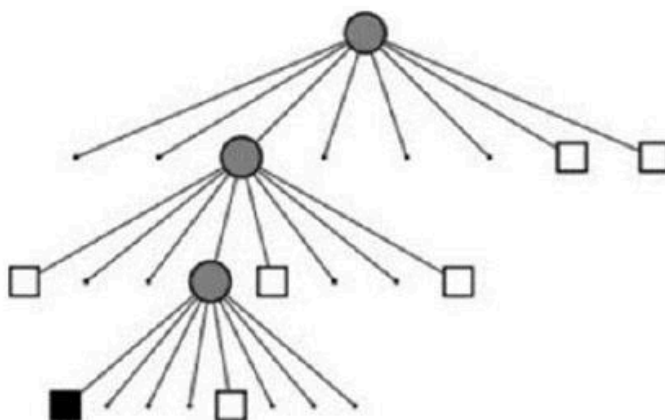


Рис. 4. Октодеревево

Развитие компьютерного моделирования предъявляет к компьютерной графике требования по учету различных свойств моделируемых объектов. В качестве дополнительных атрибутов используется подсистема ЛГХ, задаваемых в виде интегралов допустимых значений цветовых, нормальных и кривизных параметров. Такие воксельные модели получили название функционально-воксельных геометрических моделей (ФВГМ). Построение ФВГМ обеспечивает возможность использования ЛГХ в расчетах, что позволяет более полно учитывать влияние внутренних неоднородностей материалов при динамическом анализе.

Каждому вокселу присваивается набор атрибутов двух типов:

- геометрические — ЛГХ (цвет, нормаль к поверхности и пр.);
- физические — плотность материала ρ (кг/м³), модуль упругости E (Па), коэффициент демпфирования ς и другие параметры материала.

ФВГМ предоставляют возможность выполнения различных математических операций с использованием аналитических функций, определяемых на скалярном поле ЛГХ.

Таким образом, функционально-воксельная геометрическая модель (ФВГМ) представляет собой дискретную модель, в которой каждый элементарный объем объединяет локальные геометрические и физические характеристики. Это обеспечивает возможность последующего расчета массинерционных свойств с учетом внутренней неоднородности материалов.

Метод расчета масс-инерционных характеристик. Постановка задачи расчета масс-инерционных характеристик дискретной воксельной модели основана на выборе материала для каждого вокселя и соответствующей ему плотности ρ . Выбор материала и плотности позволяет моделировать полную массу M и моменты инерции сложных геометрических тел на основе их воксельной аппроксимации.

В центральной системе координат каждого вокселя матрица инерции имеет диагональный вид. Это обусловлено тем, что для центральных систем координат статические моменты инерции равны нулю, а для осей симметрии тела центробежные моменты инерции обращаются в ноль; остаются только собственные моменты инерции относительно координатных плоскостей, располагающиеся на диагонали матрицы.

Алгоритм расчета масс-инерционных характеристик включает три основных этапа:

- вычисление массы отдельного вокселя;
 - итеративное накопление массы модели и определение координат центра масс;
 - расчет моментов инерции и формирование тензора и матрицы инерции.
- На первом этапе масса k -го вокселя определяется как

$$m_k = \rho_k V, \quad (1)$$

где ρ_k — плотность материала k -го вокселя; V — объем вокселя.

Далее выполняется итеративное накопление полной массы модели

$$M_k = M_{k-1} + m_k, k = 1, \dots, n, M_0 = 0, \quad (2)$$

а координаты центра масс модели, после учета k -го вокселя, вычисляются по формулам

$$\begin{aligned} X_k &= \frac{M_{k-1}X_{k-1} + m_k x_k}{M_k}, Y_k = \frac{M_{k-1}Y_{k-1} + m_k y_k}{M_k}, \\ Z_k &= \frac{M_{k-1}Z_{k-1} + m_k z_k}{M_k}, \end{aligned} \quad (3)$$

где (x_k, y_k, z_k) — координаты центра масс k -го вокселя; $(X_{k-1}, Y_{k-1}, Z_{k-1})$ — координаты центра масс модели до добавления данного вокселя.

Моменты инерции и центробежные моменты модели определяют формулы

$$\begin{aligned} J_{xx} &= \sum_{k=1}^n m_k (y_k^2 + z_k^2); J_{yy} = \sum_{k=1}^n m_k (x_k^2 + z_k^2); J_{zz} = \sum_{k=1}^n m_k (x_k^2 + y_k^2); \\ J_{xy} &= - \sum_{k=1}^n m_k x_k y_k; J_{xz} = - \sum_{k=1}^n m_k x_k z_k; J_{yz} = - \sum_{k=1}^n m_k y_k z_k. \end{aligned}$$

Тензор инерции модели в системе координат, связанной с центром масс, имеет вид

$$I = \begin{bmatrix} J_{xx} & J_{xy} & J_{xz} \\ J_{xy} & J_{yy} & J_{yz} \\ J_{xz} & J_{yz} & J_{zz} \end{bmatrix},$$

что соответствует симметричной матрице, поскольку $J_{ij} = J_{ji}$.

Для интеграции в состав динамических моделей и САЕ-приложение формируется расширенная матрица инерции

$$H = \begin{bmatrix} I_{x^2} & I_{xy} & I_{xz} & S_x \\ I_{xy} & I_{y^2} & I_{yx} & S_y \\ I_{xz} & I_{yx} & I_{z^2} & S_z \\ S_x & S_y & S_z & M \end{bmatrix},$$

где $M = \sum_{k=1}^n m_k$; $S_x = \sum_{k=1}^n m_k x_k$; $S_y = \sum_{k=1}^n m_k y_k$; $S_z = \sum_{k=1}^n m_k z_k$.

Таким образом, представлена методика дискретного расчета масс-инерционных характеристик функционально-воксельных моделей: от вычисления массы отдельного вокселя до формирования тензора и матрицы инерции.

Архитектура подсистемы в САЕ-приложении. Подсистема функционально-воксельного моделирования — программный компонент САЕ-приложения, предназначенный для автоматизированного формирования ФВГМ и дискретного расчета ее масс-инерционных характеристик.

В состав подсистемы входят два основных модуля: формирования ФВГМ и вычисления масс-инерционных характеристик ФВГМ.

Первый модуль предусматривает:

- дискретизацию геометрической модели на воксели средствами равномерной трехмерной сетки или SVO;
- присвоение каждому вокселю локальных геометрических характеристик и физических атрибутов;
- формирование внутренней структуры ФВГМ, обеспечивающей быстрый доступ к атрибутам вокселей.

Второй модуль реализует алгоритм:

- вычисление массы m_k каждого вокселя по формуле (1);
- итеративное накопление полной массы модели M и определение координат центра масс X_k согласно формулам (2), (3);
- расчет моментов инерции и формирование тензора инерции $I \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ и расширенной матрицы $H \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ инерции согласно ранее описанной методике.

Ниже приведено изображение общей блок-схемы подсистемы функционально-воксельного моделирования (рис. 5).

Для интеграции в САЕ-ядро подсистема предоставляется в виде динамической библиотеки с набором функций:

- `ErrorCode InitFVMSubsystem(const Config& cfg);`
- `ErrorCode SetGeometry(const SolidModel& model);`

- ErrorCode ComputeInertia(Matrix4x4& H);
- ErrorCode FinalizeFVMSubsystem().

Опишем форматы передачи данных. Объект моделирования описывается как совокупность тел простой геометрической формы (цилиндр, прямоугольная призма, тонкий стержень и др.) либо полигональная модель в формате OBJ/STEP.

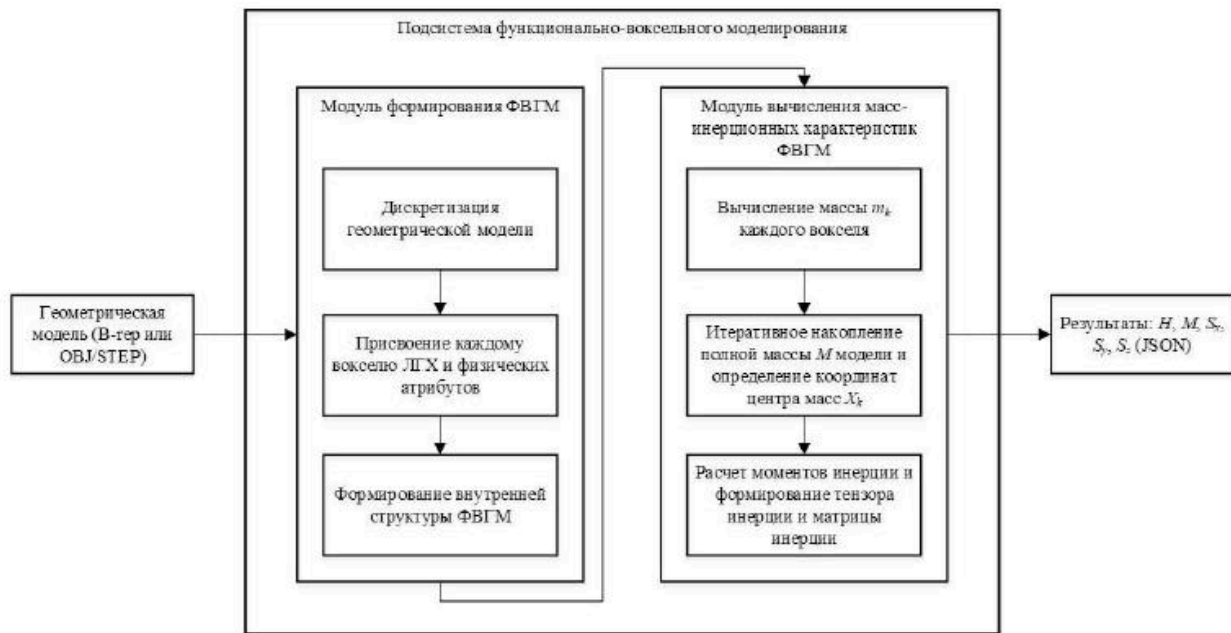


Рис. 5. Общая блок-схема подсистемы функционально-воксельного моделирования

Результаты расчета (матрица инерции H и вспомогательные параметры, такие как масса M , статические моменты S_x , S_y , S_z) возвращаются в виде JSON:

```

{
  "H": [[H11,H12,H13,H14], ... ,[H41,H42,H43,H44]],
  "M": M,
  "Sx": Sx, "Sy": Sy, "Sz": Sz
}
  
```

Двунаправленный обмен поддерживается через JSON, XML или бинарный протокол, что обеспечивает гибкость интеграции.

Интеграция подсистемы функционально-воксельного моделирования в состав основного CAE-ядра реализуется единым сценарием запуска и состоит из следующих этапов:

- выбор режима работы: моделирование телами простой геометрической формы (через нативный C++ API или Python API — привязка на основе pybind11) или функционально-воксельное моделирование (аналогично, через тот же интерфейс);
- инициализация подсистемы вызовом метода `fvm_py.init_fvm(cfg)`, в который передается набор параметров (VOXEL_SIZE, плотность ρ , способ дискретизации и др.);

- в основном ядре САЕ-приложения формируется полигональная (B-*rep*) или твердотельная CAD-модель, служащая базой для дальнейшей дискретизации;

- вызывается модуль дискретизации и присвоения ЛГХ: `fvm_py.set_geometry(bsgs)`;

- вызов модуля расчета масс-инерционных характеристик: `result = fvm_py.compute_inertia()`, где возвращаются расширенная матрица инерции H , полная масс M и статические моменты S_x , S_y , S_z ;

- все параметры автоматически передаются в расчетный модуль основного ядра для решения уравнений движения;

- освобождение ресурсов и завершение сеанса расчета: `fvm_py.finalize_fvm()`;

- опционально в едином окне САЕ-приложения или через дополнительный вызов `fvm_py.visualize_voxel_model(result["H"], viz_params)` строится воксельная репрезентация для проверки корректности дискретизации и расчетов.

Ниже отражено взаимодействие подсистемы с рабочим процессом САЕ-приложения (рис. 6).



Рис. 6. Схема взаимодействия подсистемы с рабочим процессом САЕ-приложения

Таким образом, подсистема бесшовно интегрируется в архитектуру САЕ-приложения, расширяя его возможности за счет учета внутренней неоднородности материалов и повышения точности динамического моделирования.

Моделирование движения сложных геометрических тел. В современных САЕ-приложениях динамическая анимация сложных многосвязных механизмов традиционно строится на основе тензора инерции, что сопряжено с высокой вычислительной и алгоритмической сложностью в условиях изменяющейся структуры модели. Применение функционально-воксельного моделирования позволяет преодолеть эти ограничения за счет следующих факторов:

- локальный учет масс-инерционных характеристик на уровне вокселя. При этом масса и моменты инерции каждого элементарного объема рассчи-

тываются отдельно, что обеспечивает более точное воспроизведение динамики в случае неоднородных материалов;

- итеративное обновление полной массы модели и координат центра масс без пересчета всего твердого тела, что повышает эффективность в реальном времени;

- оптимизация представления геометрии с помощью SVO, позволяющая уменьшить объем обрабатываемых данных и снизить нагрузку на память и вычислительные ресурсы при визуализации.

Векторная форма динамического уравнения движения определяется как

$$\tau = I\alpha + \omega(I\omega),$$

где τ — вектор крутящего момента; α — угловое ускорение; ω — угловая скорость.

Для интеграции в систему управления формируется расширенная матрица инерции H , а результирующие параметры H , M , S_x , S_y , S_z передаются в САЕ-подсистему через JSON-интерфейс для решения уравнений движения и построения алгоритмов силомоментного управления.

Подсистема функционально-воксельного моделирования обладает модульной архитектурой, что открывает следующие пути развития:

- автоматизированная визуализация результатов дискретизации и расчетов с помощью встроенных методов отрисовки воксельной модели, что упрощает проверку корректности алгоритмов;

- расширение сценариев моделирования за счет учета деформаций, тепловых эффектов и взаимодействия с внешними средами в рамках единого воксельного представления;

- использование параллельных вычислений и распараллеливание расчетов для обработки больших моделей и повышение частоты обновления динамики;

- интеграция с системами реального времени для адаптивного силомоментного управления манипуляторами при изменении внешних нагрузок.

Таким образом, функционально-воксельное моделирование обеспечивает как точность учета внутренних свойств сложных геометрических тел, так и гибкость интеграции в задачи графической анимации и управления манипуляционными системами роботов.

Заключение. Представлена методика функционально-воксельного моделирования масс-инерционных характеристик звеньев манипуляционных систем роботов реализованная в форме САЕ-приложения. В разработанном приложении был реализован дискретный алгоритм расчета масс-инерционных характеристик звеньев, моделируемых набором тел простой геометрической формы.

Модульная архитектура подсистемы открывает следующие перспективы дальнейшего развития:

- расширение графических методов визуализации при составлении и отладке алгоритмов дискретизации моделей тел сложной геометрической формы;

- расширение сценариев моделирования с учетом деформаций, тепловых эффектов и взаимодействия со средой;
- применение параллельных расчетов для ускорения обработки крупных моделей;
- интеграция в системы реального времени для адаптивного управления манипуляционными системами роботов при изменении нагрузок.

Предложенные решения, реализованные в САЕ-приложении, обеспечивают повышение точности моделирования движения манипуляционных систем роботов и закладывают основу для его дальнейшего развития с использованием функционально-воксельного моделирования и компьютерной графики.

Литература

- [1] Крахмалев Н.О., Бейреш А.М., Толок А.В. Методы расчета масс-инерционных характеристик воксельных моделей. *Фабрика будущего: переход к передовым цифровым, интеллектуальным производственным технологиям, роботизированным системам для отраслей пищевой промышленности. IV Междунар. спец. конф.-выст.: сб. докл.* Москва, РОСБИОТЕХ, 2023, с. 243–250.
- [2] Крахмалев Н.О., Бейреш А.М., Толок А.В. Разработка подсистемы расчета масс-инерционных характеристик воксельных моделей. *Роговские чтения. Науч.-практ. конф. с междунар. участ.: сб. докл.* Курск, ЗАО Университетская книга, 2023, с. 200–208.
- [3] Tolok A.V. The Functional Voxel Calculations on the Computer. GraphiCon. Proceedings of the 26th International Conference on Computer Graphics and Vision. Nizhny Novgorod, State University of Architecture and Civil Engineering, 2016, pp. 1–8.
- [4] Markin L.V. Receptor (Voxel) geometric models in the tasks of automated layout. *Asia Life Sciences*, 2019, no. 1, pp. 125–138.
- [5] Markin L.V. Discrete geometric models in problems of automated assembling of objects. *Materials Science and Engineering: conf. ser.* Chelyabinsk, Institute of Physics Publishing, 2018, vol. 451, pp. 34–36. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/451/1/012124>

Functional voxel - based modeling of the mass - inertial characteristics of robot manipulator system links in a CAE application

Polishchuk Ivan Vitorovich¹

Krakhmalev Nikita Olegovich² (*scientific advisor*)

¹ BIOTECH University, Moscow, Russia

² MSUT STANKIN, Moscow, Russia

In the article, a functional-voxel method for calculating the mass–inertial characteristics of robotic manipulator links integrated into a CAE application is presented. The authors propose algorithms for discretizing the geometric model into voxels with assigned local geometric and physical attributes, and a three-stage procedure for computing mass, center of mass, inertia tensor, and extended in.

Keywords: functional voxel-based models, CAE applications, inertia matrix, inertia tensor, manipulation systems, computer graphics, dynamic modeling