

УДК 004.9

Обзор методов построения поверхности нейтрального слоя на базе двух сечений с учетом ограничений на длины промежуточных сечений

Гарифуллин Тимур Талгатович

Волосатова Тамара Михайловна (научный руководитель)

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Рассмотрены методы построения поверхностей. Приведены классические методы из теории геометрического моделирования, которые применяются при решении практических задач, и теоретические подходы построения поверхностей с определенными требованиями. Проведена оценка применимости приведенных техник для реализации методики построения модели поверхности нейтрального слоя листовой заготовки между клетями прокатного стана в процессе непрерывного профилирования (формоизменения) с учетом условия неизменности длины нейтральной линии во всех поперечных сечениях.

Ключевые слова: поверхность, поверхность нейтрального слоя, геометрическое моделирование, листовой прокат, длина промежуточных сечений

Введение. В теории геометрического моделирования существует множество способов построения поверхностей, а задача получения модели поверхности по заданному набору сечений не является принципиально новой. Однако при решении ряда практических задач возникают трудности с построением поверхности, которая должна учитывать геометрические ограничения на форму, вытекающие из теоретической базы и экспериментальных результатов в конкретной области.

Одной из таких областей является холодный тонколистовой прокат. Основным способом получения тонкостенных профилей различного сечения из стальных листовых заготовок или рулонов является непрерывное профилирование (формоизменение) на прокатном стане [1, 2]. В процессе профилирования лист подвергается деформациям. Если рассмотреть поперечное сечение листа, то можно выделить области сжатия и области растяжения. На нем же имеется слой, который не подвергается деформации, называемый нейтральным слоем. Чаще всего нейтральный слой может быть представлен полилинией. Поверхность, проходящая через нейтральные линии в сечениях листа, называется поверхностью нейтрального слоя. Особенностью этой поверхности является неизменность длины кривой в поперечном сечении на всех участках в процессе подгибки (на практике изменения длины имеются, но они пренебрежимо малы для решения части задач). Необходимо иметь метод построения геометрической модели поверхности нейтрального слоя, использующий данное условие в качестве геометрического ограничения.

Решаемая задача. Для качественного проектирования прокатного инструмента при решении ряда подзадач необходимо иметь модель поверхности листовой заготовки на основных этапах формоизменения. Таким образом, в частном случае возникает необходимость в методике построения поверхности нейтрального слоя. Входными сущностями при построении поверхности будут являться геометрические объекты и набор связей с ограничениями между объектами, выходящие из этапа, который в процессе проектирования инструментов прокатного стана предшествует этапу построения поверхности листа. Набором этих объектов часто является множество сечений в калибрах, включающие и сечения нейтрального слоя. Так как нейтральные линии в сечениях в плоскости калибров являются неизменными и определяются только формой валков, то можно разбить задачу построения поверхности нейтрального слоя на несколько подзадач, в каждой из которых будет строиться поверхность только между соседними клетями, то есть по двум сечениям с нейтральными линиями.

Из особенностей поверхности нейтрального слоя и нейтральной линии, вытекает геометрическое ограничение — «неизменность длины полилинии во всех поперечных сечениях поверхности». Практические результаты показывают, что относительное удлинение нейтральной линии является довольно малым, поэтому при решении задачи построения поверхности нейтрального слоя для определенных целей в качестве допущения можно считать длину фиксированной [1].

В системе автоматизированного проектирования (САПР) валков прокатного стана должна быть реализована возможность построения поверхности нейтрального слоя, используя набор предоставленных сечений нейтрального слоя в калибрах стана и с учетом приведенного выше геометрического ограничения. Для реализации такого функционала требуется создать методику построения поверхности с учетом специфики условий и объектов на входе.

Обзор методов построения поверхности. В теории геометрического моделирования существует множество способов построения поверхностей различных типов [3]: аналитические поверхности, поверхности на базе кривых, поверхности на основе множества точек и т. д. Также существуют альтернативные алгоритмы построения поверхностей, которые вытекают из попыток решения практических задач, для которых классические методы не подходят по некоторым причинам, например получаемая модель поверхности сильно отличается от реальной.

Поверхность по сечениям является поверхностью, которая создается путем соединения нескольких заданных в пространстве сечений. Имеется в большом числе САПР, нередко именуют как лофт (loft). Несмотря на кажущуюся очевидность выбора данного типа поверхностей в качестве целевого для решения задачи построения поверхности нейтрального слоя по набору нейтральных линий в сечениях профиля, реализация алгоритмов построения моделей поверхностей по сечениям в САПР общего назначения для этого не подходит. Причина кроется в том, что в них никак нельзя задать геометриче-

ское ограничение неизменности длины полилинии во всех сечениях, на практике относительное изменение длин может быть довольно большим [4, 5].

Поверхность по сети кривых — это поверхность, которая создается на основе семейства двух пересекающихся кривых. К кривым накладывается ряд требований. Однако самым главным фактором, не позволяющим применить данный тип поверхностей для решения поставленной задачи, является необходимость наличия кривых, которые пересекают имеющиеся на параллельных друг другу сечениях нейтральные линии.

Поверхность переменного сечения. Данный тип поверхностей строится на основе образующей кривой, которая движется вдоль опорной. Поверхность можно описать векторной функцией

$$r(u, v) = s(v) + i_1(v)c_1(u, v) + i_2(v)c_2(u, v),$$

где $s(v)$ — векторная функция опорной кривой; i_j — базисные вектора; $c_j(u, v)$ — параметры векторной функции образующей кривой $c(u, v)$.

Для применения данного типа поверхностей необходимо знать векторные функции образующей и опорной кривых. Метод будет применим, только если удастся формализовать закон изменений формы поверхности заготовки в процессе проката.

Линейчатая поверхность строится движением прямого отрезка, концы которого лежат на начальном и конечном сечении. Концы отрезка движутся вдоль заданных кривых прямо пропорционально. Метод неприменим для решаемой задачи, так как полученная поверхность не удовлетворяет накладываемому геометрическому ограничению ввиду простоты модели.

Поверхность Безье — это параметрическая поверхность, построенная на основе многочленов Безье. Поверхность описывается векторной функцией

$$r(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m B_i^n(v) B_j^m(u) p_{ij},$$

где $B_i^n(v)$ и $B_j^m(u)$ — функции базиса Бернштейна; p_{ij} — контрольная точка.

NURBS-поверхность (Non-Uniform Rational B-Spline Surface) является обобщением поверхностей Безье и B-сплайнов, позволяющим строить неоднородную рациональную поверхность по совокупности точек. Векторная функция представлена в выражении

$$r(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_i^l(v) N_j^k(u) w_{ij} p_{ij}}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_i^l(v) N_j^k(u) w_{ij}},$$

где $N_i^l(v)$ и $N_j^k(u)$ — B-сплайны; p_{ij} — контрольная точка; w_{ij} — вес точки p_{ij} .

Для построения поверхности Безье и NURBS-поверхности необходимо иметь набор контрольных точек. Также нужно учесть тот факт, что контрольные точки не всегда лежат на самих поверхностях. Поэтому данные способы

не подходят для построения поверхности нейтрального слоя, проходящего через заданные в сечениях нейтральные линии.

Реконструкция поверхности по поперечным сечениям на основе шаблона. Метод предложен в работе [6]. Основной задачей является реконструкция поверхностей внутренних органов живых организмов по набору имеющихся в сечениях контуров. Авторы предлагают шаблонный подход для реконструкции поверхностей из сечений путем деформации исходного шаблона в соответствии с формой имеющегося контура. Для решения задачи построения модели нейтрального слоя данный метод сложно применим, так как требует наличия шаблона поверхности, а также из-за того, что не учитывается исходное геометрическое ограничение.

Реконструкция поверхности по плоским поперечным сечениям. В работе [7] предложен подход к построению поверхности на основе триангуляции Делоне. Подход применен для создания замкнутой поверхности по набору имеющихся сечений. Метод устойчив к наличию разного количества кривых на соседних сечениях, что позволяет учесть полости, присутствующие в объемном теле, при реконструкции объекта. Однако точность воспроизведения реальной формы поверхности прямо зависит от плотности сечений. Промежуточные сечения, которые отсутствовали во входных данных, подвержены ошибкам, то есть возможно нарушение требуемого условия на неизменность длины полилинии во всех поперечных сечениях.

Реконструкция поверхностей по параллельным поперечным сечениям с использованием энергетического метода. Является развитием идеи по реконструкции поверхности объекта по набору сечений с различным количеством кривых на соседних плоскостях из работы [7]. В качестве улучшения модели поверхности предлагается применение энергетического метода. Используется энергия, связанная с суммой квадратов кривизны поверхности, выраженная через градиент нормали. Задача сводится к задаче минимизации энергии с дополнительными условиями, реализованными с помощью вспомогательных переменных и множителей Лагранжа [8].

Подходы на базе методов оптимизации. Существует ряд методов, которые рассматривают задачу получения модели поверхности как задачу нахождения оптимальных значений варьируемых параметров поверхности [9]. Решаться такие задачи могут разными оптимизационными методами, часто применяют метаэвристические алгоритмы. Вне зависимости от выбранного метода решения задачи оптимизации, важной частью при построении поверхности данным классом методов является формирование целевой функции, учитывающей требования к форме поверхности.

Подходы на базе моделей машинного обучения и нейронных сетей. Развитие машинного обучения и нейронных сетей привело к тому, что на базе них стали появляться методы, позволяющие получать модели поверхностей, в том числе по набору плоских сечений [9]. Например, в работе [10] рассматривается вопрос получения облака точек, лежащих на поверхности моделируемого объекта. Метод основан на компактном параметризованном пред-

ставлении кривых сечений (полилиний) и обучении графовых нейронных сетей для восстановления поверхности в адаптивном режиме, минимизируя зависимость от количества предоставленных поперечных сечений.

Заключение. Проведен обзор способов построения геометрических моделей поверхностей. Затронуты как классические методы из теории геометрического моделирования, которые широко применяются при решении практических задач, так и теоретические подходы, предназначенные для решения конкретных практических задач, которые пока не получили широкого распространения. При рассмотрении существующих подходов не было найдено методов, которые бы позволили решить задачу построения модели поверхности нейтрального слоя с учетом геометрического ограничения на неизменность длины кривой во всех поперечных сечениях. Однако для решения этой задачи можно рассмотреть комбинацию разных методов.

Литература

- [1] Тришевский И.С., Докторов М.Е. *Теоретические основы процесса профилирования*. Москва, Металлургия, 1980, 288 с.
- [2] Бурков П.В., Гарифуллин Т.Т., Муратов К.Л. Обзор методик и инструментов для проектирования прокатного и профилегибочного оборудования. *Системы управления полным жизненным циклом высокотехнологичной продукции в машиностроении: новые источники роста. V Всерос. науч.-практ. конф.: материалы*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2022, с. 53–58.
- [3] Голованов Н.Н. *Геометрическое моделирование*. Москва, ДМК Пресс, 2024, 408 с.
- [4] Гарифуллин Т.Т., Волосатова Т.М., Берчун Ю.В., Бурков П.В. Проблема моделирования поверхности с учетом ограничений на длины полилиний в ее сечениях. *Комплексная автоматизация проектирования и производства (КАПП-2024): матер.* Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2025.
- [5] Берчун Ю.В., Бурков П.В., Волосатова Т.М., Гарифуллин Т.Т. Проблемы визуализации поверхности нейтрального слоя листовой заготовки при автоматизированном проектировании оснастки профилегибочного оборудования. *Развитие-24: Российский PLM-комплекс для подготовки кадров: тез. докл.* Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2024.
- [6] Holloway M., Grimm C., Ju T. Template-based surface reconstruction from cross-section. *Computers & Graphics*, 2016, vol. 58, pp. 84–91.
- [7] Boissonnat J.-D. Shape Reconstruction from Planar Cross Sections. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 1988, vol. 44, pp. 1–29.
- [8] Kim S.-U., Lee C.-O. Accurate Surface Reconstruction in 3D Using Two-dimensional Parallel Cross Sections. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 2015, vol. 53, pp. 182–195.
- [9] Lim S. P., Haron H. Surface reconstruction techniques: A review. *Artificial Intelligence Review*, 2012, vol. 42, pp. 59–78.
- [10] Mathur A.N., Khattar A., Sharma O. Curvy: A Parametric Cross-section based Surface Reconstruction. *Proceedings of the 20th International Joint Conference on Computer Vision, Imaging and Computer Graphics Theory and Applications — GRAPP*, 2025.
<https://doi.org/10.5220/0013300500003912>

An overview of methods for constructing the surface of a neutral layer based on two sections, considering constraints on the length of intermediate sections

Garifullin Timur Talgatovich

Volosatova Tamara Mikhailovna (*scientific advisor*)

BMSTU, Moscow, Russia

This paper presents an overview of surface construction methods. Classical methods from the theory of geometric modeling and theoretical approaches to constructing surfaces with specific requirements are presented. The article also discusses the applicability of these methods for constructing a model of neutral layer surface of a metal profile between the stands of a rolling mill during continuous profiling, taking into account the limitations on the lengths of polylines in intermediate cross-sections.

Keywords: surface, neutral layer surface, geometric modeling, roll forming, length of intermediate sections