

УДК 004.94:621.548

Разработка математической модели ветрогенератора

Пальчук Никита Денисович

Неверов Всеволод Анатольевич (научный руководитель)

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Рассмотрен процесс разработки математической модели ветрогенератора, предназначенной для анализа его энергетических характеристик и оптимизации работы. Основное внимание уделено описанию системы дифференциальных уравнений, учитывающих ключевые параметры: скорость ветра, геометрию лопастей, механические нагрузки и электромеханические характеристики генератора. Проведен анализ влияния скорости ветра, геометрии лопастей и коэффициента полезного действия (КПД) на выходную мощность. Результаты моделирования могут быть использованы для оценки потенциала ВЭУ, проектирования более эффективных ветроэнергетических установок.

Ключевые слова: математическое моделирование, ветроэнергетическая установка, оптимизация, возобновляемая энергетика, динамические нагрузки, КПД

Введение. Современный этап развития энергетики характеризуется активным внедрением возобновляемых источников энергии. Среди них ветроэнергетика занимает одно из ведущих мест благодаря неисчерпаемости ресурса, экологической чистоте и постоянному снижению стоимости генерации.

Однако эффективность преобразования кинетической энергии ветра в электрическую остается относительно низкой. Это обусловлено комплексом факторов: ограничениями теоретического предела Беца, потерями в механических передачах и др.

Математическое моделирование позволяет прогнозировать производительность ветроустановок без необходимости дорогостоящих экспериментов. В данной статье представлена модель, основанная на фундаментальных законах механики и электродинамики, которая может быть использована для оценки и оптимизации параметров ветрогенератора [1].

Ввод системы дифференциальных уравнений основной части. Для составления математической модели необходимо ввести систему уравнений, описывающих аэродинамику и механику ветрогенератора.

Мощность ветра можно представить в виде

$$P_0 = \frac{dE}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \frac{dm}{dt} \cdot v^2, \quad (1)$$

где P_0 — мощность ветра, Вт; dE — изменение энергии ветра, Дж; dt — время, за которое изменяется энергия ветра, с; dm — изменение массы ветра; v — скорость потока ветра, м/с.

Поскольку в ходе взаимодействия потока ветра с лопастью ветроэнергетической установки (ВЭУ) плотность воздуха практически не изменяется, то для облегчения вычислений примем $\rho = \text{const}$, где ρ — плотность воздуха на высоте установки ротора, кг/м^3 .

Продифференцировав dm/dt из (1), получим расход воздуха. Представим в виде

$$\frac{dm}{dt} = \rho \frac{dV}{dt} = \rho A v, \quad (2)$$

где dV — изменение объема потока ветра, м^3 ; A — площадь, охватываемая ротором ВЭУ, м^2 .

Площадь, охватываемая ротором, вычисляется по формуле

$$A = \pi R^2, \quad (3)$$

где R — радиус ротора, м.

Таким образом, подставляя (2) и (3) в (1), мощность ветра можно представить формулой

$$P_0 = \frac{1}{2} \rho A v^3. \quad (4)$$

Тогда мощность, извлекаемая ВЭУ, вычисляется по формуле

$$P = P_0 C_p = \frac{1}{2} \rho A v^3 C_p, \quad (5)$$

где P — мощность, извлекаемая ВЭУ, Вт; C_p — коэффициент использования энергии ветра (КИЭВ).

КИЭВ вычисляется по формуле

$$C_p = \frac{P}{P_0} = \frac{2v_1^2(v-v_2)}{v^3}, \quad (6)$$

где v_1 — скорость ветра на роторе (где происходит торможение), м/с; v_2 — скорость ветра после прохождения ротора, м/с.

Коэффициент использования энергии ветра. Одной из самых трудных задач в моделировании ВЭУ является учет профиля лопасти.

В данном случае используется формула с эмпирическими коэффициентами, которые позволяют охарактеризовать профиль. Нахождение таких коэффициентов возможно при помощи различных программ по исследованию аэродинамических процессов.

Для расчета КИЭВ при различных профилях лопастей можно использовать формулу [2]

$$C_p(\lambda, \beta) = C_1 \left(C_2 \frac{1}{\lambda_i} - C_3 \beta - C_4 \right) \exp \left(-\frac{C_5}{\lambda_i} \right) + C_6 \lambda, \quad (7)$$

где $C_1 \dots C_6$ — эмпирические коэффициенты, позволяющие описать форму лопасти; λ_i — локальная быстроходность; β — угол атаки лопасти, град.

Локальная быстроходность вычисляется по формуле

$$\frac{1}{\lambda_i} = \frac{1}{\lambda + C_7 \beta} - \frac{C_8}{\beta^3 + 1} \quad (8)$$

где C_7 и C_8 — эмпирические коэффициенты, позволяющие описать форму лопасти; λ — быстроходность.

Быстроходность вычисляется по формуле

$$\lambda = \frac{\omega L}{v}, \quad (9)$$

где ω — угловая скорость вращения ротора, рад/с; L — длина лопасти, м.

Главное уравнение динамики ВЭУ. Запишем главное уравнение динамики ВЭУ в дифференциальной форме [3]

$$J_z \frac{d\omega}{dt} = M - M_g - M_{frctn}, \quad (10)$$

где J_z — момент инерции ротора, кг·м²; M — аэродинамический момент, Н·м; M_g — момент генератора, Н·м; M_{frctn} — момент сил трения, Н·м.

Аэродинамический момент найдем по формуле

$$M = \frac{P}{\omega}, \quad (11)$$

а момент генератора — по формуле

$$M_g = \frac{P_g}{\omega}. \quad (12)$$

Уравнение (12) предусматривает работу ВЭУ без мультипликатора/редуктора, в таком случае при нахождении крутящего момента от нагрузки, возникающей на генераторе, учитывается угловая скорость вращения на роторе по формуле

$$M_{frctn} = k_{frctn} \omega, \quad (13)$$

где k_{frctn} — коэффициент, учитывающий трение в работе ВЭУ.

Система основных уравнений. Составим систему основных уравнений, необходимых для реализации математической модели:

$$\begin{cases} J_z * \frac{d\omega}{dt} = M - M_g - M_{frctn}; \\ M = \frac{P}{\omega}; \\ M_g = \frac{P_g}{\omega}; \\ M_{frctn} = k_{frctn} \omega. \end{cases} \quad (14)$$

Компоненты этой системы являются основополагающими. Дальнейшее раскрытие каждого параметра позволяет сделать модель наиболее точной.

Разработка математической модели в программном комплексе MATLAB и MATLAB Simulink. Для составления визуальной модели используем программный комплекс MATLAB.

MATLAB имеет простой и понятный интерфейс, что выделяет его на фоне других приложений. Кроме того, составленная математическая модель не имеет сложных вычислительных методов, следовательно, время выполнения программы будет минимальной. В ходе составления программы будем

использовать такие блоки, как: constant, gain, product, divide, math function, in, out, manual switch, scope, saturation и др.

Составление блочной схемы для главного уравнения динамики ВЭУ. Используя формулу (10), составим основную блочную схему.

На рис. 1 для облегчения понимания красным цветом выделены компоненты уравнения (10). В случае более детального представления можно, воспользовавшись формулами (1)–(9) и (11)–(13), раскрыть параметры уравнения (10) до необходимого вида.

Входные данные для блочной схемы. Входные данные необходимо задать в рабочей области MATLAB (Script).

На рис. 2 представлена рабочая область MATLAB.

В расчетах для данной статьи используется лопасть с профилем NREL 5-MW. Такой профиль является одним из стандартных и обеспечивает хороший показатель КИЭВ.

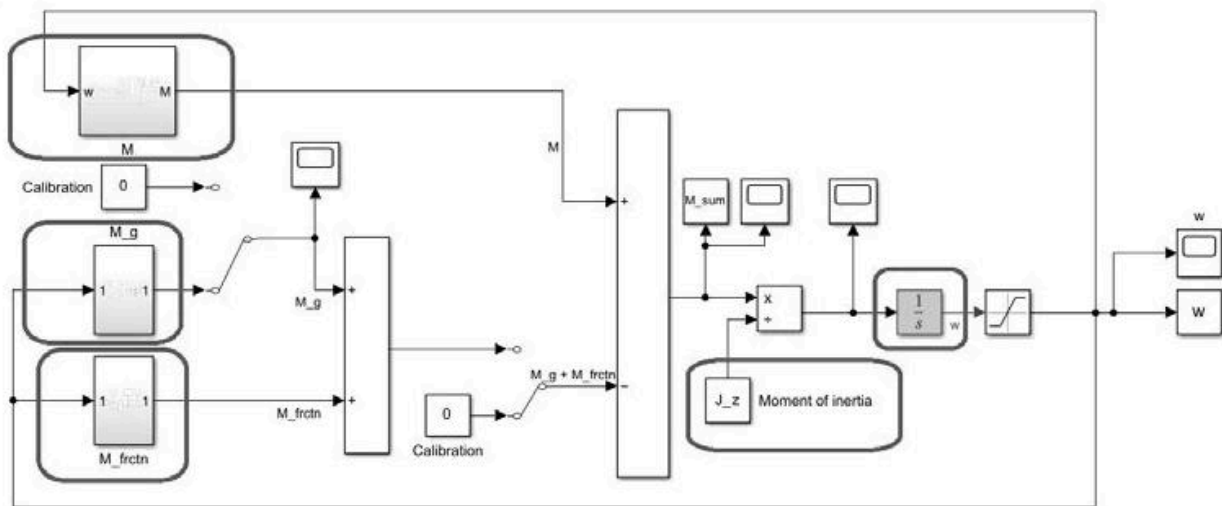


Рис. 1. Основная блочная схема

```

1 % Очищаем Workspace
2 clear all;
3
4 % Открываем модель Simulink
5 open_system('model_1_1');
6
7 % Ввод данных
8 J_z = 2400; % кг*м^2 - Момент инерции ротора
9 L = 7; % м - Длина лопасти
10 D = 14; % м - Диаметр ротора
11 rho = 1.225; % кг/м^3 - плотность воздуха
12 k_frctn = 0.02; % - Коэффициент потерь в генераторе
13 V = [8,9,10,11]; % м/с - Скорость ветра
14 beta = [0]; % град. - Угол атаки лопастей
15 C_1 = 0.5176; % - Коэффициенты, зависящие от формы лопастей
16 C_2 = 116;
17 C_3 = 0.4;
18 C_4 = 5;
19 C_5 = 21;
20 C_6 = 0.0068;
21 C_7 = 0.08;
22 C_8 = 0.035;
23
24 % Данные для настройки/калибровки программы
25 P_g_calibration = 0;
26
27 % Запускаем модель Simulink
28 sim('model_1_1');
```

Рис. 2. Входные данные для математической модели

Результаты моделирования. В качестве валидации воспользуемся зависимостью КИЭВ от λ . Сравним полученные результаты, поскольку в открытом доступе есть информация о профиле нашей лопасти [4].

Расчет на рис. 3 выполнен при угле атаки лопасти 0° и скоростью ветра 11 м/с. Полученные данные показывают правильность выполнения математической модели [5].

Зависимость C_p от λ дает возможность оптимизировать угол атаки лопастей. Кроме того, программа позволяет вывести абсолютно разные зависимости, интересующие пользователя. Например, график зависимости мощности от скорости ветра и угловой скорости (рис. 4) или график (рис. 5), который демонстрирует нелинейную зависимость выходного момента при разных углах установки лопастей β и скорости ветра 10 м/с.

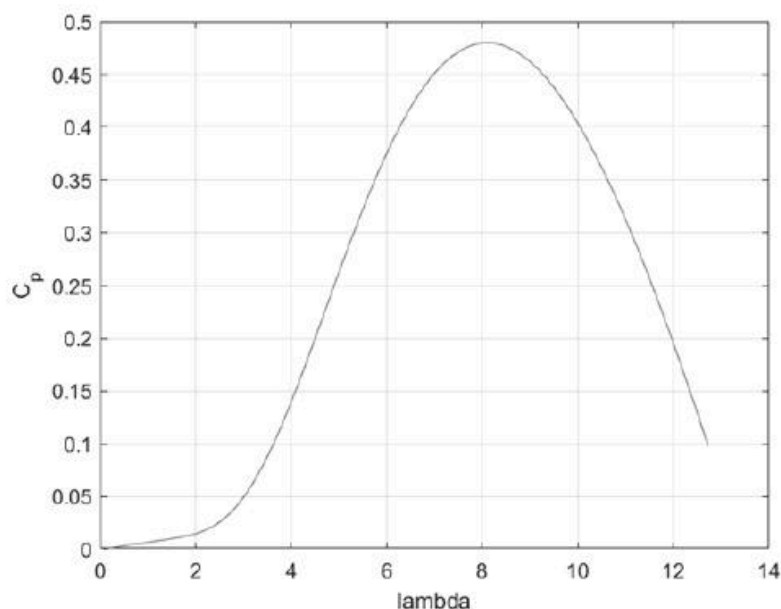


Рис. 3. Зависимость КИЭВ от быстроходности

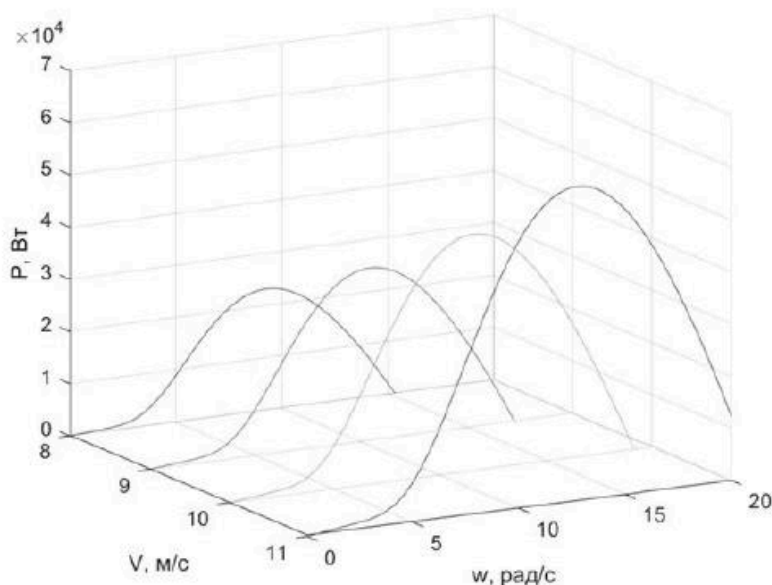


Рис. 4. Зависимость мощности от скорости ветра и угловой скорости

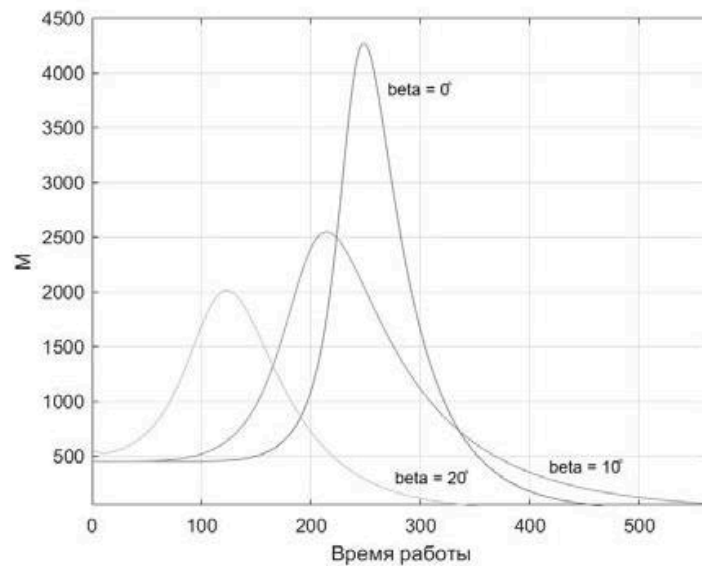


Рис. 5. Зависимость крутящего момента на роторе от времени работы при разных углах атаки лопасти

Представленные выше графики могут выводиться различными способами (через рабочую область MATLAB или при помощи встроенных функций MATLAB Simulink).

Заключение. В данной работе была разработана комплексная математическая модель ветрогенератора, интегрирующая аэродинамические, механические и электродинамические аспекты его работы.

Модель позволяет с высокой точностью прогнозировать энергетические характеристики установки и анализировать влияние ключевых параметров: форма лопасти, угол атаки лопасти, нагрузка на генераторе, скорость ветра, радиус ротора и др. Модель может быть использована для проектирования новых установок и оптимизации существующих [6].

Перспективы дальнейших исследований: учет турбулентности ветра, интеграция модели в систему управления, анализ гибридных систем (ветро-солнечных), совершенствование электрической части модели.

Литература

- [1] Manwell J.F., McGowan J.G., Rogers A.L. Wind energy explained: theory, design, and application. Wiley, Chichester, 2009, pp. 96–130.
- [2] Tingting C., Sutong L., Gangui Y., Hongbo L. Analysis of Doubly fed induction generators participating in continuous frequency regulation with different wind speeds considering regulation power constraints. Advanced techniques for electronic power and energy systems, 2019.
- [3] Обухов С.Г., Сарсикеев Е.Ж. Математическая модель ветротурбины малой мощности в MATLAB Simulink. *Альтернативная энергетика и экология*, 2012, № 2 (106), с. 42–48.
- [4] Hansen M.O.L. Aerodynamics of wind turbines. Earthscan, 2013, pp. 78–157.
- [5] Mirhosseini M., Sedaghat A., Alemrajabi A.A. Aerodynamic modeling of wind turbine blades and linear approximations. Conference: SET2011, 2011.
- [6] Johansen J., Madsen H., Gaunaa M., Bak C., Sørensen N. Design of a wind turbine rotor for maximum aerodynamic efficiency. Wind Energy, 2009, no. 3, pp. 261–273.

Development of a mathematical model of a wind turbine

Palchuk Nikita Denisovich

Neverov Vsevolod Anatolievich (*scientific advisor*)

BMSTU, Moscow, Russia

The article discusses the process of developing a mathematical model of a wind turbine designed to analyze its energy characteristics and optimize its operation. The main attention is paid to the description of a system of differential equations that take into account key parameters: wind speed, blade geometry, mechanical loads, and electromechanical characteristics of the generator. The influence of wind speed, blade geometry, and efficiency on the output power is analyzed. The simulation results can be used to assess the potential of wind turbines and design more efficient wind power plants.

Keywords: mathematical modeling, wind power plant, optimization, renewable energy, dynamic loads, efficiency