

УДК 531.01

## Обзор методов гомогенизации термомеханических характеристик композиционных материалов с неточно заданными параметрами

Циплугин Владислав Алексеевич

Соколов Александр Павлович (научный руководитель)

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

*Создание композиционного материала (КМ) с заданными термомеханическими характеристиками является довольно сложной задачей науки о материалах, в которой требуется исследовать множество возможных параметров компонентов КМ и разных структур этого материала. Помимо этого, зачастую, требуется учесть погрешности, возникающие в ходе производства КМ. Одним из вариантов разрешения данной проблемы видится создание интервальной, стохастической или нечеткой модели КМ, позволяющей учесть погрешности производства и подобрать параметры более качественно, а также соответствующей нечеткой/интервальной методики решения задачи, основанной на данной модели, что позволит снизить цену и/или повысить качество изделия из КМ. Предметом данной работы являются интервальные, стохастические и нечеткие методы гомогенизации термомеханических характеристик КМ. В работе ставится задача изучения существующих методов гомогенизации термомеханических характеристик КМ, с целью определения актуальных направлений развития данной области.*

**Ключевые слова:** гомогенизация, термомеханические характеристики, интервальные параметры, стохастические параметры, композиционный материал

**Введение.** Композиционный материал (КМ) — многокомпонентный материал, состоящий из нескольких компонентов, различающихся химическими, физическими свойствами, сочетание которых приводят к появлению нового материала с характеристиками, отличными от характеристик отдельных компонентов и не являющимися простой их суперпозицией. Яркий пример КМ — это армированные волокнами полимерные композиты, которые активно используются в различных областях промышленности, например в построении разного рода транспортных средств таких как автомобили, водные и воздушные суда, космические аппараты, а также в ряде других промышленных производств. Связано это с превосходными свойствами материалов, включая высокое отношение прочности к весу, антикоррозионную защиту, свободу проектирования, отношение прочности к жесткости, физико-химических свойств и прочих. Однако по сравнению с более традиционными материалами, такими как сталь, КМ имеют большее количество вариаций механических, термических, химических свойств, геометрии ввиду более сложной технологии производства и иерархической геометрии.

Однако возникает проблема определения свойств материала в целом из свойств его компонентов и структуры [1]. С этим справляется гомогениза-

ция — процесс замены реальной микроструктуры КМ на эквивалентный материал с эффективными физическими характеристиками.

Однако идеализация, выполняемая при гомогенизации, предполагает наличие некоторых представительных элементов объема (рис. 1), которые представляются некоторым объемом, в котором среднее значение свойств точно отражает характеристики всей рассматриваемой системы. Однако данная процедура не всегда может учесть неопределенности, возникающие в процессе производства такие как разного рода дефекты, например в случае волокнистых композиционных материалов, возникающие из локальной неравномерности укладки армирующих элементов. Все это может вносить довольно значительные неточности в значения свойств материала. Поэтому для лучшей оценки возможно использовать методы гомогенизации с неточно заданными параметрами — интервальными, стохастическими или нечеткими.

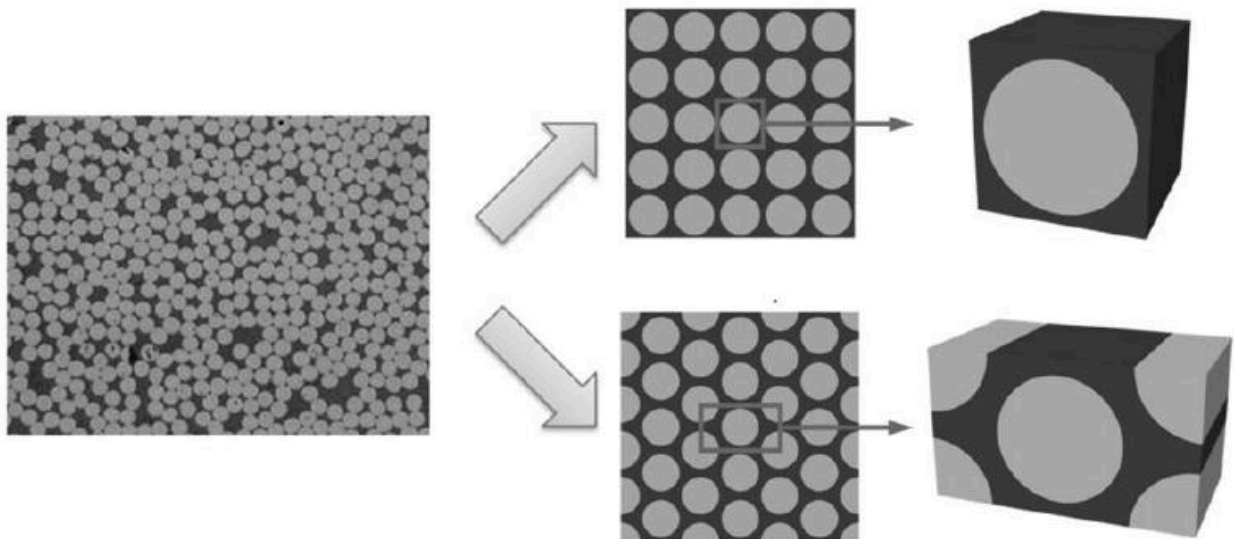


Рис. 1. Различные схемы построения представительного элемента объема при гомогенизации

**Гомогенизация со стохастическими параметрами.** Неопределенности, вносимые погрешностями работы оборудования при производстве КМ, как правило, подчиняются некоторому закону распределения (как правило, нормальному). Как следствие, имеется возможность учета этого распределения и получения распределения термомеханических характеристик изделия.

Например, в работе [2] для ряда различных типов КМ применяет метод Монте-Карло с выборкой в 1000 вариантов. Для каждого отдельного варианта выборки применяется детерминированный конечно-элементный метод гомогенизации. По итогам вычислительного эксперимента из выборки формируется распределение термомеханических характеристик, из которых можно получить среднее ожидаемое и медианное.

В работе [3] представлена комплексная численная методика, позволяющая с единых позиций и с использованием одного программного обеспечения определять тензоры теплопроводности и теплового расширения для волокнистых композитов. Преимуществом разработанной методики является возможность определения термических микронапряжений. Такие напряжения, самоуравновешивающиеся в представительных объемах, возникают даже в равномерно нагретом теле, перемещения которого не ограничены внешними связями. Учет микронапряжений важен при детальном анализе механики разрушения композиционных материалов.

Однако наибольший интерес представляет работа [4], в которой описывается стохастическая структура для исследования статических характеристик отклика периодических и случайных волоконных армированных КМ. Эти свойства были случайным образом смоделированы с помощью гауссовского распределения с использованием статистических величин первого и второго моментов. Структура основана на методе гомогенизации, основанном на вариационном асимптотическом методе, в сочетании со стохастической моделью пониженного порядка.

В некоторых случаях получение и использование точной и качественной математической модели и расчетного метода для получения требуемых характеристик целевого объекта невозможно. Причина этого может лежать в недостаточной исследованности предметной области. Может быть, что в данный момент еще не разработан математический инструментарий, как в случае наиболее сложных областей интервального анализа. Или же уже существующие модели и методы чрезвычайно сложны, что препятствует их внедрению в промышленное использование. В таком случае выходом могут быть суррогатные методы, которые не требуют глубоких знаний в исследуемой области и позволяют получить пригодные для использования результаты.

Например, на рис. 2 приведена схема применения глубокой сверточной нейросети для расчета свойств волокнистого КМ. В качестве начальных данных берется матрица заданной размерности, где конкретные ячейки заданы, если там находится волокно. На данном рис. в начальной матрице слева области с наполнителем обозначены зеленым. Затем выполняется последовательная процедура свертки, итоговым значением которой является вектор исследуемых свойств КМ.

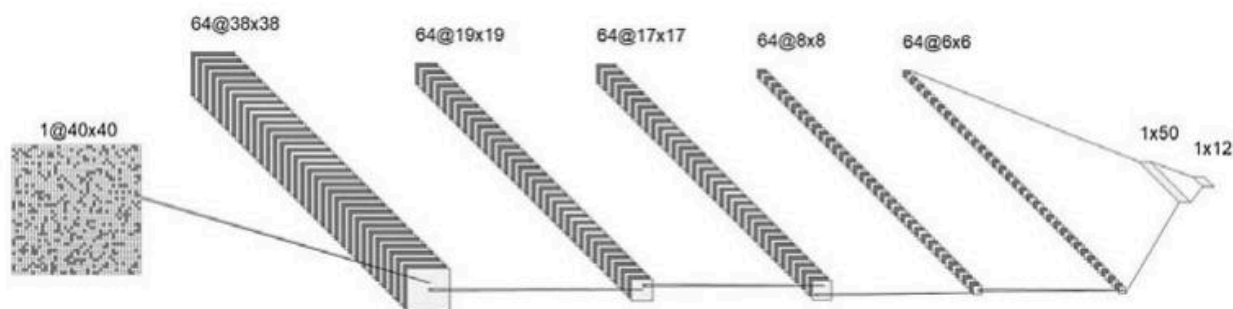


Рис. 2. Глубокая сверточная нейросеть для расчета характеристик волокнистого КМ

**Гомогенизация с интервальными параметрами.** Следует отметить, что большинство методов количественной оценки многомасштабной неопределенности в литературе рассматривают только вероятностные неопределенности, которые требуют достаточных данных для точного определения статистических величин, таких как среднее значение, стандартное отклонение, функция плотности вероятности неопределенных параметров [5]. Однако статистическая информация о некоторых параметрах не может быть оценена точно из-за отсутствия данных, и это может привести к необоснованным оценкам неопределенностей при описании их как вероятностных переменных. Поэтому не вероятностные подходы являются лучшим решением. Как ранее указывалось, один из подходов описания неопределенности — интервальный. Для данного метода самой важной, но далеко не единственной проблемой является паразитное расширение интервалов. Для разрешения проблем интервального подхода используются различные методики. Например, в работе [6] используется подход с подразделением на подынтервалы. Данный подход эффективен ввиду того, что интервальное описание предполагает параллелепедальную область с границами параллельными осям. В ходе решения, как правило, происходят аффинные преобразования области с захватом лишних областей на каждом шаге. Подразделение на подынтервалы позволяет уменьшить захватываемые области и, соответственно, снизить паразитное расширение интервалов. Однако данный подход малоэффективен в случае высокой степени неопределенности — большой размерности задачи с широкими интервалами. Поэтому в работе [7] рассматривается подход с интервальной гомогенизацией с полиномами Чебышева.

**Гомогенизация в случае с гибридными параметрами.** Существует несколько типов неопределенностей: интервальная, стохастическая, нечеткая (гибридная). Нечеткая неопределенность в некоторой мере объединяет свойства двух других. Поэтому представляется целесообразной идея создания гибридных методов гомогенизации, как наиболее общих и всеобъемлющих.

При этом представляются несколько вариантов гибридизации [8].

Во-первых, интервальный параметр можно представить как стохастический с равномерным распределением. Таким образом можно упростить задачу и перейти к «чистокровным» стохастическим методам, отказавшись от усложнений, вносимых наличием интервальной составляющей.

Во-вторых, можно заметить, что зачастую работа со стохастическими параметрами предполагает генерацию выборки. Таким образом, для каждого отдельного элемента выборки стохастические параметры фиксируются на конкретном значении и остаются только интервальные значения. Тогда возможно работать с каждым элементом выборки интервальными методами.

**Заключение.** По итогу работы можно отметить, что применение гомогенизации с интервальными параметрами имеет ряд проблем, таких как паразитные расширения интервалов, а также и сложности практического применения ввиду отсутствия информации о распределении значений свойств с целью выделения наиболее часто встречающихся, практически значимых

значений. Данные проблемы значительно ограничивают применимость интервальных методов.

Гомогенизация же со стохастическими параметрами видится более перспективной ввиду наличия множества данных о распределении, математическом ожидании, разбросе значений. Также стохастические методы не имеют проблем с паразитным расширением интервалов, что приводит к их значительному расширению и невозможности практического применения. Также перспективным видится применение суррогатных методов (нейросетевых моделей) для расчетов элементов стохастической выборки в методе Монте-Карло и его вариациях для значительного снижения вычислительных затрат и роста скорости расчета.

В дальнейшем предполагается использовать стохастические методы гомогенизации для решения прямой задачи (т. е. определения свойств КМ с заданными параметрами). Это является первой частью задачи проектирования КМ с заданными характеристиками. Второй частью является решение обратной задачи, т. е. определения параметров, при которых КМ будет иметь заданные характеристики. Как правило, обратная задача предполагает задачу минимизации функции отклонения расчетных характеристик от целевых, то означает многократное решение прямой задачи.

*Работа выполнена в рамках госзадания Минобрнауки России  
(тема № FSFN-2024-0083).*

## Литература

- [1] Mesogitis T.S., Skordos A.A., Long A.C. Uncertainty in the manufacturing of fibrous thermosetting composites: A review. *Composites Part A: applied science and manufacturing*, 2014, vol. 57, pp. 67–75.
- [2] Jin J.-W., Jeon B.-W., Cho C.-W., Kang K.-W. Multi-Scale Probabilistic Analysis for the Mechanical Properties of Plain Weave Carbon. Epoxy Composites Using the Homogenization Technique. *Appl. Sci.*, 2020, vol. 10, art. no. 6542.
- [3] Lvov G.I. Numerical Homogenization of the Thermophysical Properties of Fibrous Composites. *Mech Compos Mater*, 2022, vol. 58, pp. 613–628.
- [4] Pitchai P., Harursampath D., Guruprasad P.J. Stochastic analysis of a three phase composite using variational asymptotic based homogenization technique coupled with stochastic reduced order model. *Composite Structures*, 2023, vol. 316. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2023.117040>
- [5] Gallager R.G. *Stochastic processes: theory for applications*. Cambridge University Press, 2013.
- [6] Chen N., Yu D, Xia B., Liu J., Ma Zh. Interval and subinterval homogenization-based method for determining the effective elastic properties of periodic microstructure with interval parameters. *International Journal of Solids and Structures*, 2017, vol. 106–107, pp. 174–182.
- [7] Chen N., Chen J., Liu J., Yu D., Yin H. A homogenization-based Chebyshev interval finite element method for periodical composite structural-acoustic systems with multi-scale interval parameters. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2018, vol. 233, pp. 3444–3458.
- [8] Li H., Li H., Xiao M., Zhang Y., Fu J., Gao L. Robust topology optimization of thermoelastic metamaterials considering hybrid uncertainties of material property. *Composite Structures*, 2020, vol. 248. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2020.112477>

## Homogenization methods for thermomechanical properties of composite materials with uncertain parameters: review

Tsiplugin Vladislav Alexeevich

Sokolov Alexander Pavlovich (*scientific advisor*)

*BMSTU, Moscow, Russia*

Designing a composite material (CM) with specified thermomechanical properties is a rather complex task of materials science, which requires investigating many possible parameters of CM components and different structures of this material. In addition, it is often necessary to take into account errors that arise during CM production. One of the options for solving this problem is the creation of an interval, stochastic or fuzzy model of CM, which allows for production errors to be taken into account and parameters to be selected more efficiently, as well as a corresponding fuzzy/interval method for solving the problem based on this model, which will reduce the price and/or improve the quality of the product made from CM. The subject of this work is interval, stochastic and fuzzy methods of homogenization of thermomechanical properties of CM. The work sets the task of studying existing methods of homogenization of thermomechanical properties of CM, with the aim of determining the current directions of development of this area.

**Keywords:** homogenization, thermomechanical properties, interval parameters, stochastic parameters, composite material