

УДК 519.6

Исследование эффективности алгоритма оптимизации, вдохновленного поведением коз

Бояркин Егор Александрович

Карпенко Анатолий Павлович (научный руководитель)

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Представлен алгоритм оптимизации коз (GOA, Goat Optimization Algorithm) — новый метаэвристический алгоритм оптимизации, вдохновленный адаптивным поведением коз. Опираясь на их кормовые стратегии и схемы передвижения GOA разработан для эффективного баланса между фазами разведки и эксплуатации. Алгоритм включает в себя три ключевых механизма: адаптивную кормовую стратегию для глобального поиска, подход направленного движения для уточнения решений и механизм прыжков для выхода из локальных оптимумов. Производится исследование эффективности алгоритма на наборе из стандартных тестовых функций оптимизации — функции сферы, Растригина, Розенброка.

Ключевые слова: алгоритм оптимизации коз, метаэвристика вдохновленная природой, глобальная оптимизация, популяционный метод оптимизации

Введение. Проблемы оптимизации широко распространены в различных научных и инженерных областях, начиная от оптимизации промышленных процессов и заканчивая искусственным интеллектом и биоинформатикой. Из-за сложности и высокой размерности многих реальных задач традиционные математические методы оптимизации часто не обеспечивают эффективных и масштабируемых решений. Поэтому исследователи все чаще обращаются к метаэвристическим алгоритмам, вдохновленным природой, которые имитируют биологические, физические и социальные явления для эффективного изучения и освоения пространства поиска.

Среди наиболее известных биоинспирированных методов оптимизации [1] выделяют следующие: оптимизация с помощью роя частиц (PSO) [2], генетические алгоритмы (GA) [3], оптимизация с помощью серого волка (GWO) [4] и искусственная пчелиная колония (ABC) [5]. Эти алгоритмы успешно решают сложные задачи оптимизации, используя адаптивные и стохастические стратегии поиска. Однако, несмотря на их сильные стороны, существующие алгоритмы часто страдают от таких недостатков, как преждевременная сходимость, дисбаланс между исследованием и эксплуатацией, а также чувствительность к настройкам параметров.

Для решения этих задач в данной работе представлен новый метод оптимизации, названный алгоритмом оптимизации коз (GOA), вдохновленный естественным поведением коз в суровых и ограниченных по ресурсам условиях. Козы известны своей исключительной адаптивностью, стратегическим кормовым поведением и способностью ориентироваться на пересеченной

местности. Они демонстрируют уникальный баланс между разведкой (поиском новых пастбищ) и эксплуатацией (максимальным использованием ресурсов на данной территории), что делает их идеальным вдохновением для оптимизации.

GOA призван объединить три ключевых механизма, наблюдаемых в поведении коз.

Адаптивная кормовая стратегия. Козы демонстрируют избирательное пастбищное поведение, эффективно определяя регионы с высоким содержанием питательных веществ и избегая менее благоприятных областей. Это поведение моделируется для улучшения исследования пространства поиска.

Механизм прыжков для избегания локального оптимума. В отличие от многих других животных, козы способны совершать внезапные, динамичные движения, чтобы добраться до труднодоступных мест. Эта особенность включена в GOA, чтобы помочь избежать локальных оптимумов и улучшить сходимость.

Избегание паразитов и адаптация к окружающей среде. Козы инстинктивно избегают пастись в зараженных паразитами районах, и это поведение используется в GOA для отсеивания плохих решений и повышения общей эффективности поиска.

Целью данного исследования является формальное представление математической формулировки GOA, а также анализ его производительности на стандартных эталонных функциях.

Постановка задачи оптимизации. Пусть дана функция f , такая что $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, где n — размерность пространства параметров $X \in \mathbb{R}^n$. Тогда задача безусловной глобальной минимизации имеет вид

$$\min_{X \in \mathbb{R}^n} f(X) = f(X^*) = f^*,$$

или вид

$$X^* = \arg \min_{X \in \mathbb{R}^n} f(X),$$

где f^* — минимальное значение целевой функции; X^* — значение вектора варьируемых параметров, соответствующее f^* .

Биологическое вдохновение алгоритма. Козы — одни из самых приспособленных травоядных животных, способные прожить в экстремальных условиях, таких как горные местности, пустыни и полузасушливые регионы. Их кормовое поведение, мобильность и социальное взаимодействие создают уникальную основу для разработки эффективного алгоритма оптимизации. Ниже приводятся ключевые биологические характеристики коз, которые лежат в основе GOA.

Адаптивный поиск корма и выборочный выпас. Козы демонстрируют умную и избирательную стратегию добычи корма, предпочитая растительность с высоким содержанием питательных веществ и избегая токсичных или непродуктивных участков. В отличие от других пасущихся животных, которые

следуют систематической схеме, козы беспорядочно исследуют свое окружение, прежде чем выбрать место для выпаса. Это поведение можно напрямую сопоставить с исследованием в оптимизации, где агенты (козы) должны оценить несколько областей в пространстве поиска, прежде чем выбрать оптимальное решение.

Механизм прыжков для выхода из локального оптимума. Одна из самых замечательных черт коз — способность преодолевать крутые и скалистые участки, совершая внезапные, рассчитанные прыжки. Благодаря этой особенности козы могут добраться до труднодоступных источников пищи, избегая угроз и плохих пастбищ. В отличие от большинства стадных животных, которые полагаются на постепенное передвижение, козы используют сочетание движений на короткие дистанции и прыжков на большие расстояния, чтобы повысить выживаемость и добычу пищи [6].

Такое поведение напрямую связано с проблемой выхода из локального оптимума в задачах оптимизации. Многие традиционные алгоритмы, такие как PSO и GWO, застревают в локальных оптимумах из-за чрезмерной эксплуатации. Механизм стохастических прыжков GOA представляет собой разрывную, но контролируемую стратегию движения, позволяющую решениям эффективно исследовать новые области, не допуская стагнации.

Осведомленность об окружающей среде. Козы инстинктивно избегают пастись в местах с высокой концентрацией паразитов и загрязненными источниками пищи. Такое поведение, избегание паразитарной нагрузки, обеспечивает долгосрочное выживание и здоровье, поскольку позволяет выбирать более чистые, свободные от патогенов регионы [6]. Это можно смоделировать как механизм фильтрации решений в GOA, где низкокачественные решения динамически устраняются, обеспечивая поддержание разнообразия и эффективности популяции с течением времени.

Используя этот принцип, GOA периодически удаляет неэффективные решения и восстанавливает новые в пространстве поиска, подобно тому, как козы адаптируют свои пастбища, чтобы избегать зараженных паразитами мест [7]. Этот механизм полезен в задачах, где разнообразие решений имеет решающее значение для достижения глобального оптимума.

Математическая модель алгоритма. В данном разделе представлена математическая формулировка алгоритма оптимизации коз (GOA), основанного на биологическом поведении, рассмотренном в предыдущем разделе. GOA использует многоступенчатую стратегию поиска, объединяющую механизмы разведки, эксплуатации и избегания паразитов для эффективного решения задач оптимизации.

Инициализация популяции. Пусть N — это количество коз в популяции, пусть каждая коза X_i представлена в виде n -мерного вектора в пространстве поиска:

$$X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}),$$

где $i = 1, 2, \dots, N$. Начальная популяция коз генерируется случайным образом в пределах заданных границ пространства поиска:

$$X_i = LB + (UB - LB) \odot rand([0,1])^n,$$

где $rand([0,1])^n$ — n -мерный вектор равномерно распределенных случайных значений в диапазоне $[0,1]$; LB, UB — n -мерные векторы нижней и верхней границ пространства поиска соответственно; $\odot$ — оператор покомпонентного произведения векторов (произведения Адамара).

Фаза исследования (адаптивная кормовая стратегия). На этом этапе каждая коза исследует пространство поиска, случайно перемещаясь в различных направлениях, что вдохновлено его кормовым поведением. Новая позиция каждой козы обновляется по формуле

$$X_i^{t+1} = X_i^t + \alpha \cdot rand([-1,1])^n \odot (UB - LB),$$

где X_i^t — положение козы i на итерации t ; α — свободный параметр алгоритма, коэффициент разведки, определяющий расстояние случайных движений.

Эта фаза гарантирует, что козы случайно исследуют разные регионы, прежде чем закрепиться на определенном месте выпаса.

Фаза эксплуатации (движение к лучшей козе). Для уточнения решений козы постепенно перемещаются к наилучшему на данный момент решению, имитируя тенденцию коз к миграции к оптимальным местам выпаса. Фаза эксплуатации определяется по формуле

$$X_i^{t+1} = X_i^t + \beta \odot (X_{best}^t - X_i^t),$$

где X_{best}^t — это коза с наилучшим значением фитнес-функции на итерации t ; β — свободный параметр алгоритма, коэффициент эксплуатации, регулирующий силу движения к оптимальному решению.

Это уравнение гарантирует, что козы сходятся к перспективным решениям, сохраняя при этом разнообразие.

Стратегия прыжков для избегания локального минимума. Ключевой особенностью GOA является его способность выходить из локального оптимума с помощью прыжков, вдохновленная способностями коз к передвижению по местности. Математически это определяется формулой

$$X_i^{t+1} = X_i^t + J \odot (X_{rand}^t - X_i^t),$$

где J — свободный параметр алгоритма, коэффициент прыжков, определяющий их величину; X_{rand}^t — случайно выбранная коза из популяции.

Благодаря использованию прыжков GOA предотвращает преждевременное схождение и расширяет возможности глобального поиска.

Фильтрация решений. Чтобы сохранить качество жизни, козы инстинктивно избегают «плохих» мест. В GOA этот механизм имитируется путем устранения плохо работающих решений и регенерации вместо них случайных новых.

Если значение приспособленности козы X_i^t находится в наименьших 20 % популяции, ее позиция сбрасывается по формуле

$$X_i^{t+1} = LB + (UB - LB) \odot rand([0,1])^n.$$

Вычислительный эксперимент. Для оценки эффективности GOA использовались следующие стандартные тестовые функции для оптимизации:

– функция сферы

$$f_1(x) = \sum_{i=1}^d x_i^2, x_i \in [-100; 100];$$

– функция Растригина

$$f_2(x) = 10d + \sum_{i=1}^d [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i)], x_i \in [-5,12; 5,12];$$

– функция Розенброка

$$f_4(x) = \sum_{i=1}^{|X|-1} 100 (x_{\{i+1\}} - x_i^2)^2 + (1 - x_i)^2, x_i \in [-10; 10].$$

Критерием окончания поиска является либо достижение максимального количества итераций, либо стагнация решения: если на протяжении $\Delta t = 20$ итераций значение целевой функции улучшится менее чем на $\delta f = 10^{-6}$, то поиск прекращается.

Эксперимент проводился для размерности пространства $n = 2, 4, 6, 8, 16, 32$ и количества особей $N = 50$. Также для повышения статистической значимости для каждого теста использовался мультистарт из $m = 100$ запусков.

При экспериментальном исследовании использовались следующие значения свободных параметров алгоритма: коэффициент разведки $\alpha = 0,05$; коэффициент эксплуатации $\beta = 0,5$; коэффициент прыжков $J = 0,1$.

Для оценки качества работы алгоритма оценивались следующие критерии:

– достигнутые лучшая Δf и средняя $\Delta \bar{f}$ точность модуля разности $|f^* - \hat{f}|$ между глобальным экстремумом целевой функции f^* и лучшим ее значением, найденным алгоритмом $\hat{f}$;

– достигнутые лучшая ΔX и средняя $\Delta \bar{X}$ близость в пространстве поиска $\|X^* - \hat{X}\|_n$ — евклидово расстояние между точкой глобального экстремума X^* и наилучшей достигнутой позицией $\hat{X}$;

– оценка вероятности локализации глобального экстремума $p = \frac{m^+}{m}$, где $m = 100$ — число запусков алгоритма методом мультистарта; m^+ — число успешных запусков, когда был выполнен критерий локализации глобального экстремума.

– $\bar{t}$ — среднее число итераций за мультистарт, пройденное алгоритмом до остановки.

Под критерием локализации глобального минимума понимается выполнение неравенства

$$\|\hat{X} - X^*\| \leq \lambda a \sqrt{n},$$

где $\hat{X}$ — наилучшая достигнутая позиция; X^* — известное точное решение; $\lambda = 0,01$; a — длина ребра гиперкуба допустимых значений.

Функция сферы. В таблице 1 представлены полученные в результате вычислительного эксперимента значения критериев качества алгоритма GOA для функции сферы.

Таблица 1

Значения критериев качества GOA для функции сферы

Размерность пространства n	2	4	8	16	32
Средняя ошибка по X	5,17e-05	5,66e-05	6,00e-05	6,27e-05	6,30e-05
Минимальная ошибка по X	1,94e-06	5,45e-06	1,85e-06	1,16e-05	7,20e-06
Средняя ошибка по $f(X)$	3,43e-09	3,83e-09	4,25e-09	4,51e-09	4,54e-09
Минимальная ошибка по $f(X)$	3,77e-12	2,97e-11	3,42e-12	1,35e-10	5,18e-11
Вероятность локализации p	1	1	1	1	1
Среднее количество итераций $\bar{t}$	35,3	44,9	51,21	54,54	57,48

На рис. 1 представлены соответствующие графики критериев.

Для сферической функции алгоритм локализует глобальный минимум с вероятностью 100 %. Также стоит отметить, что вне зависимости от размерности пространства, алгоритм получает решение с высокой точностью.

Функция Растригина. В табл. 2 представлены полученные в результате вычислительного эксперимента значения критериев качества алгоритма GOA для функции Растригина.

Таблица 2

Значения критериев качества GOA для функции Растригина

Размерность пространства n	2	4	8	16	32
Средняя ошибка по X	1,00e-02	1,70e-02	4,37e-06	4,50e-06	4,57e-06
Минимальная ошибка по X	4,52e-08	2,93e-07	8,05e-07	4,43e-07	7,95e-07
Средняя ошибка по $f(X)$	9,99e-03	4,98e-02	4,40e-09	4,57e-09	4,67e-09
Минимальная ошибка по $f(X)$	4,05e-13	1,70e-11	1,29e-10	3,90e-11	1,26e-10
Вероятность локализации p	0,99	0,99	1	1	1
Среднее количество итераций $\bar{t}$	42,64	53,14	57,45	58,06	59,09

На рис. 2 представлены соответствующие графики критериев.

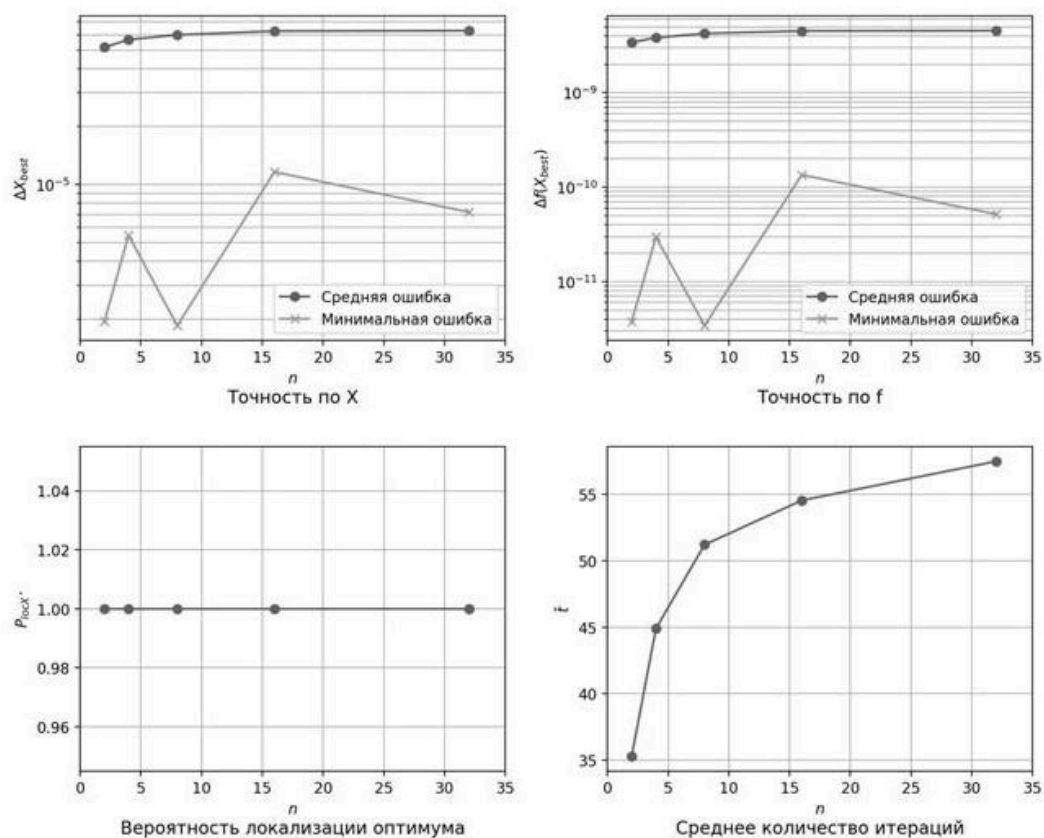


Рис. 1. Графики значений критериев качества GOA для функции сферы

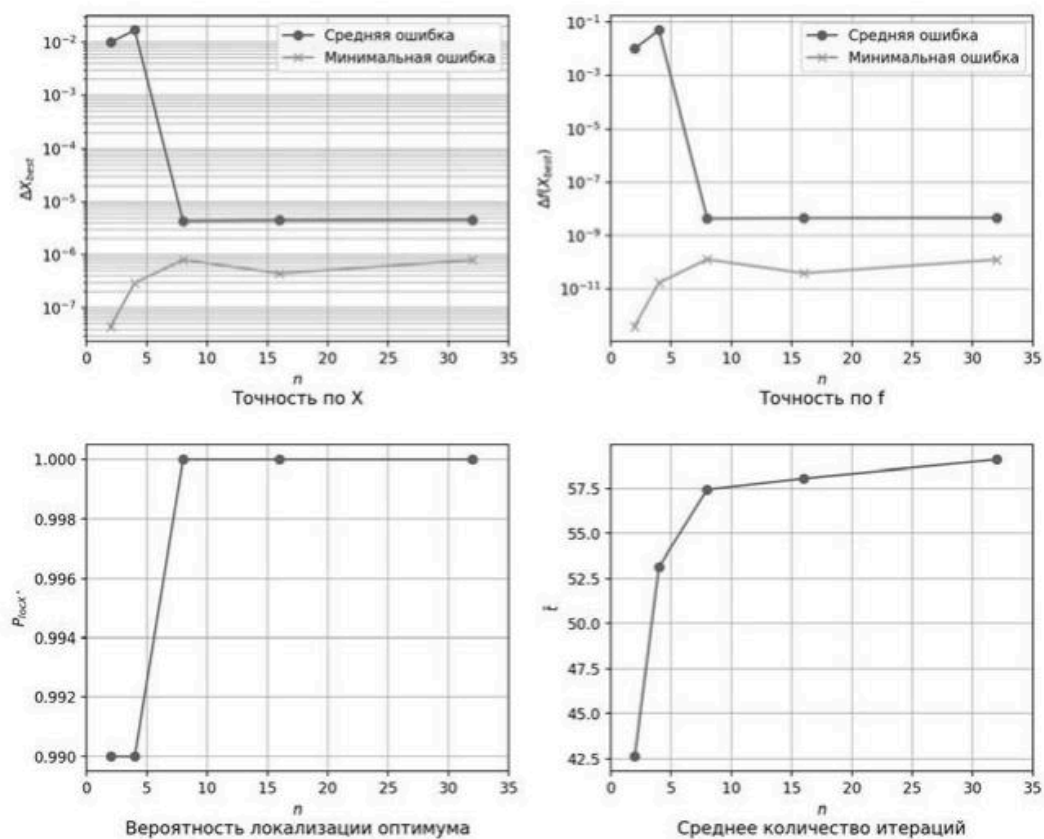


Рис. 2. Графики значений критериев качества GOA для функции Растригина

Для функции Растригина алгоритм также локализует оптимум с вероятностью, близкой к 100 %, при этом количество итераций вырастает незначительно. Механизм прыжков позволяет алгоритму хорошо работать в условиях большого количества локальных минимумов.

Функция Розенброка. В таблице 3 представлены полученные в результате вычислительного эксперимента значения критериев качества алгоритма GOA для функции Розенброка.

Таблица 3

Значения критериев качества GOA для функции Розенброка

Размерность пространства n	2	4	8	16	32
Средняя ошибка по X	1,14e-01	1,05e+00	2,73e+00	3,91e+00	5,61e+00
Минимальная ошибка по X	2,57e-04	1,36e-03	2,51e+00	3,21e-03	5,55e+00
Средняя ошибка по $f(X)$	1,06e-02	1,12e+00	6,63e+00	1,46e+01	3,07e+01
Минимальная ошибка по $f(X)$	5,63e-06	1,30e-04	5,50e+00	1,58e-03	3,02e+01
Вероятность локализации p	0,19	0,07	0	0,01	0
Среднее количество итераций $\bar{t}$	34,85	40,06	43,33	43,84	39,9

На рис. 3 представлены соответствующие графики критериев.

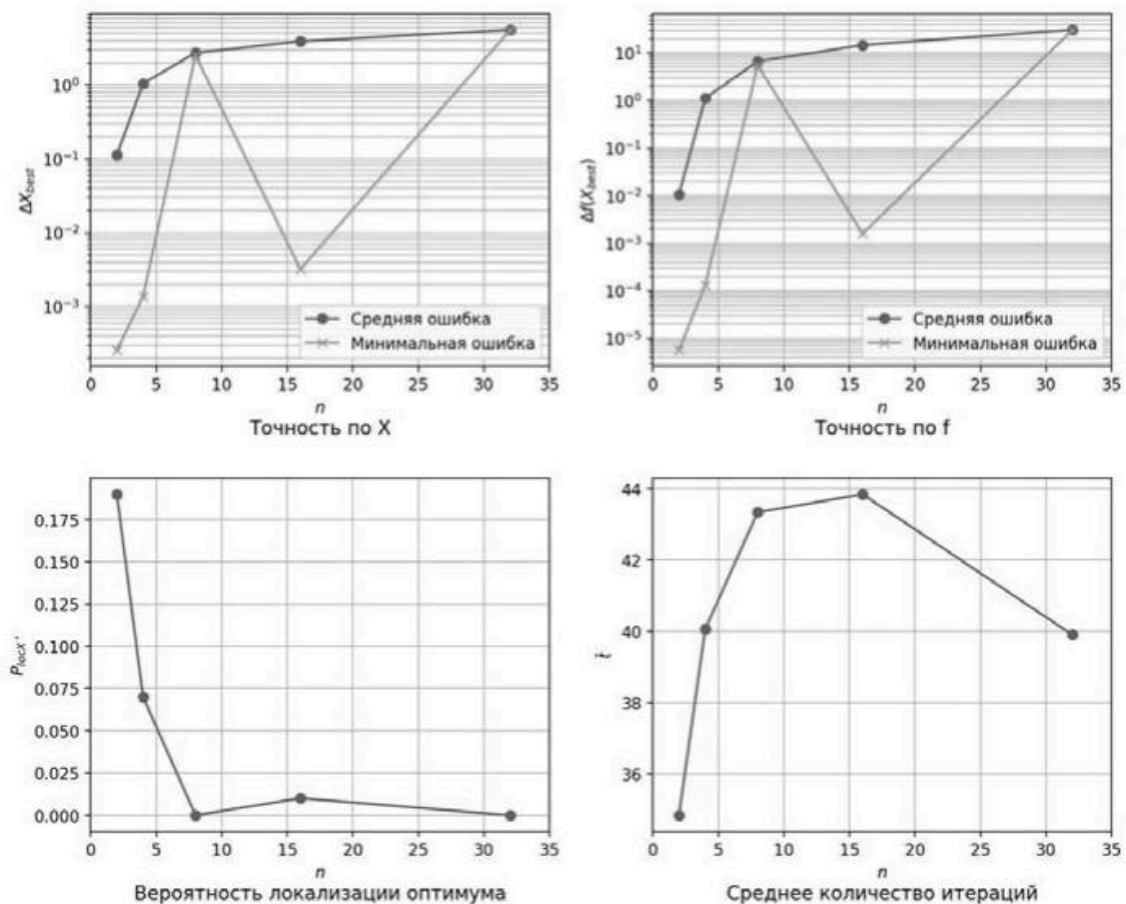


Рис. 3. Графики значений критериев качества GOA для функции Розенброка

Для функции Розенброка алгоритм показывает значительно более плохие результаты, чем для предыдущих функций — сказывается овражность функции. Статически заданный коэффициент эксплуатации не позволяет козам делать достаточно большие шаги, чтобы локализовать минимум оврага.

Заключение. В этом исследовании представлен алгоритм оптимизации коз (GOA) как новый метаэвристический метод оптимизации, вдохновленный адаптивным поведением коз. Алгоритм разработан для эффективного баланса между разведкой и эксплуатацией, преодолевая проблемы, обычно наблюдаемые в обычных методах оптимизации, такие как застой в локальных оптимумах.

Произведено практическое исследование работы алгоритма на наборе из стандартных тестовых функций оптимизации — функции сферы, Растригина, Розенброка. По результатам вычислительного эксперимента подтверждены высокие качества алгоритма, в особенности в условиях многоэкстремальных ландшафтов функций, однако в условиях овражной функции Розенброка алгоритм показал неудовлетворительные результаты. Алгоритм может быть доработан путем использования механизмов адаптивной настройки параметров для повышения производительности в более широком диапазоне оптимизационных задач.

Литература

- [1] Карпенко А.П. *Современные алгоритмы поисковой оптимизации. Алгоритмы, вдохновленные природой*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014, 446 с.
- [2] Kennedy J., Eberhart R. Particle swarm optimization. Proceedings of ICNN'95 — International Conference on Neural Networks. IEEE, 1995, vol. 4, pp. 1942–1948.
- [3] Holland J.H. *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. University of Michigan Press, 1975. <https://doi.org/10.1109/ICNN.1995.488968>
- [4] Mirjalili S., Mirjalili S.M., Lewis A. Grey wolf optimizer. *Advances in Engineering Software*, 2014, vol. 69, pp. 46–61. <https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2013.12.007>
- [5] Karaboga D. An Idea Based on Honey Bee Swarm for Numerical Optimization. Technical Report-TR06. Erciyes University, Engineering Faculty, Computer Engineering Department, 2005, 10 p. <https://doi.org/10.13140/RG.2.1.2349.2964>
- [6] Silanikove N. The physiological basis of adaptation in goats to harsh environments. *Small Ruminant Research*, 2000, vol. 35 (3), pp. 181–193. [https://doi.org/10.1016/s0921-4488\(99\)00096-6](https://doi.org/10.1016/s0921-4488(99)00096-6)
- [7] Hutchings M.R., Judge J., Gordon I.J., Athanasiadou S., Kyriazakis I. Use of trade-off theory to advance understanding of herbivore–parasite interactions. *Mammal Review*, 2006, vol. 36 (1), pp. 1–16. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2907.2006.00079>

Research on the efficiency of a goat - inspired optimization algorithm

Boyarkin Egor Alexandrovich

Karpenko Anatoly Pavlovich (*scientific advisor*)

BMSTU, Moscow, Russia

The paper presents the Goat Optimization Algorithm (GOA), a novel metaheuristic optimization algorithm inspired by the adaptive behavior of goats. Based on their foraging strategies and movement patterns, GOA is designed to effectively balance exploration and exploitation phases. The algorithm incorporates three key mechanisms: an adaptive foraging strategy for global search, a directed movement approach for solution refinement, and a jumping mechanism to escape local optima. The algorithm's performance is evaluated using a set of standard benchmark optimization functions — the Sphere, Rastrigin and Rosenbrock functions.

Keywords: goat optimization algorithm, nature-inspired metaheuristic, global optimization, population-based optimization method